



## IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MUSCULARES DO TRÍCEPS SURAL VIA OTIMIZAÇÃO E PROBLEMA INVERSO

Cláudio Bastos Heine

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Biomédica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Biomédica.

Orientador: Luciano Luporini Menegaldo

Rio de Janeiro  
Setembro de 2016

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MUSCULARES DO TRÍCEPS SURAL VIA  
OTIMIZAÇÃO E PROBLEMA INVERSO

Cláudio Bastos Heine

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM  
ENGENHARIA BIOMÉDICA.

Examinada por:

---

Prof. Luciano Luporini Menegaldo, D.Sc.

---

Profa. Liliam Fernandes de Oliveira D.Sc

---

Prof. Marcelo José Colaço, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2016

Heine, Cláudio Bastos

Identificação de parâmetros musculares do tríceps sural via otimização e problema inverso / Cláudio Bastos Heine. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

XV, 58 p.; 29,7 cm.

Orientador: Luciano Luporini Menegaldo

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Biomédica, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 46-57.

1. Modelo Muscular. 2. Identificação de Parâmetros. 3. Biomecânica. 4. Simulated Annealing. 5. Monte Carlo com Cadeia de Markov. 6. EMG-Driven. I. Menegaldo, Luciano Luporini. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Biomédica. III. Título.

# Dedicatória

À minha esposa Renata, que me mostrou muitas coisas pelas quais vale a pena lutar.

A meu filho Miguel, de 4 anos, que um dia vai entender o que está escrito aqui e vai saber o motivo do pai ficar trancado por tanto tempo sentindo saudades, mas ao mesmo tempo distante, obrigado pela grande ajuda na digitação.

A Maria Laura por compor a família.

A meus pais, pela educação que me foi dada, possibilitando a ferramenta para se chegar aqui e progredir.

# Agradecimentos

Ao professor Luciano Luporini Menegaldo, orientador, por valorizar minhas iniciativas e curiosidades e por saber o momento de pará-las.

À professora Liliam de Oliveira por tudo que aprendi e pelo seu bom humor constante.

Ao professor Marcelo Colaço, que com poucas perguntas me atiçou a curiosidade e mudou o rumo desta dissertação

Ao Alexandre Jacobina, da secretaria do PEB, que solucionou todos os problemas durante o curso, e evitou que outros aparecessem.

Aos amigos do PEB, sempre solícitos e dispostos a ajudar, citando nomes e pecando por não citar todos: Viviane, Bruna, Hélio, Felipe Alvim, Felipe Teixeira, Jéssica, Natália, Thiago, Marcelle, Gabriel, Michel, Rémi.

Aos professores do PEB, incansáveis em seus papéis de ensinar.

Ao Cláudio Verdun, o matemático.

Ao CNPQ, à FAPERJ, à FINEP e à CAPES, pelo apoio financeiro ao Programa.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MUSCULARES DO TRÍCEPS SURAL VIA OTIMIZAÇÃO E PROBLEMA INVERSO

Cláudio Bastos Heine

Setembro/2016

Orientador: Luciano Luporini Menegaldo

Programa: Engenharia Biomédica

Este trabalho consiste na validação numérica de um experimento cujo objetivo é identificar parâmetros biomecânicos individuais de um modelo da mecânica muscular do tríceps sural. O experimento a ser validado utiliza um dinamômetro isocinético programado para induzir contrações concêntricas e excêntricas num único ensaio. Um modelo de músculo tipo-Hill foi inicialmente adaptado para as condições do experimento. Durante o ensaio, o sinal de eletromiografia (EMG) dos três componentes do tríceps sural é captado e utilizado como uma das entradas do modelo, sendo a outra o ângulo da articulação. É gerado um torque determinístico com parâmetros da literatura e a esse torque é somado um erro realista, cujas características são obtidas do dinamômetro. Esse corresponde ao pseudo torque medido. Alguns parâmetros do modelo muscular são aleatoriamente alterados, simulando seu desconhecimento, e um novo torque é calculado, representando a primeira iteração do processo de identificação. É realizada então uma identificação pelo algoritmo de otimização *simulated annealing* e outra pelo método de Monte Carlo com cadeia de Markov. Nenhum dos métodos identificou os valores exatos dos parâmetros, apesar de todos terem gerado curvas de torque próximas à calculada com os parâmetros nominais. Para fins de se simular um modelo musculoesquelético de dinâmica direta, essa identificação é aceitável. Para uso na área da saúde os métodos não se mostraram precisos o suficiente. Para isso deve-se resolver o problema da redundância de torques atuando na articulação. Tratando-se de parâmetros fisiológicos, um enfoque sob o ponto de vista de uma distribuição de probabilidades para os valores dos parâmetros biomecânicos é o mais indicado.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

TRICEPS SURAE BIOMECHANICAL PARAMETERS IDENTIFICATION USING  
OPTIMIZATION AND INVERSE PROBLEM

Cláudio Bastos Heine

September/2016

Advisor: Luciano Luporini Menegaldo

Department: Biomedical Engineering

This work is a numerical validation of an experiment aimed at identifying subject specific biomechanical parameters of a mechanical muscle model of the triceps surae. The experiment to be validated makes use of an isokinetic dynamometer programmed to induce concentric and eccentric contractions in a single test. A type-Hill muscle model was initially adapted to the experimental conditions. During the test, the electromyographic signal (EMG) of the three components of the triceps surae is captured and used as one of the model entries, the other being the angle of the joint. It was generated a deterministic torque with literature parameters and to this torque is added a realistic error, whose characteristics are obtained from the dynamometer. This corresponds to the pseudo measured torque. Some parameters of the model are randomly changed simulating being unknown, and a new torque is calculated, representing the first iteration of the identification process. It is then carried out an identification by the optimization algorithm simulated annealing and another one by the Markov Chain Monte Carlo method. None of the methods identified the exact values of the parameters, although they all have generated torque curves close to the one calculated with nominal parameters. The identified parameter values are acceptable if the purpose is to simulate a musculoskeletal model of direct dynamics, but not if it is to be used in health care. For more accurate results, the problem of redundancy torques acting on the joint must be solved. Considering physiological parameters, an approach from the point of view of a probability distribution is more appropriate.

# Sumário

<b><u>LISTA DE FIGURAS</u></b>	<b><u>XI</u></b>
<b><u>LISTA DE TABELAS</u></b>	<b><u>XIII</u></b>
<b><u>LISTA DE SIGLAS</u></b>	<b><u>XIV</u></b>
<b><u>GLOSSÁRIO</u></b>	<b><u>XV</u></b>
<b><u>CAPÍTULO 1</u></b>	<b><u>1</u></b>
<b><u>INTRODUÇÃO</u></b>	<b><u>1</u></b>
<b><u>CAPÍTULO 2</u></b>	<b><u>4</u></b>
<b><u>MODELO DA MECÂNICA MUSCULAR</u></b>	<b><u>4</u></b>
<b>2.1 O MODELO</b>	<b>4</b>
2.1.1 MODELO TIPO-HILL	4
2.1.2 ELETROMIOGRAFIA	5
2.1.3 MODELO UTILIZADO NO PEB/COPPE/UFRJ	7
2.1.3.1 EMGD-FE	7
2.1.3.2 Casos Não-Isométricos	7
2.1.3.3 EMG em ensaio dinâmico	9
2.1.4 RELAÇÃO FORÇA-VELOCIDADE-COMPRIMENTO	10
<b>2.2 APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO</b>	<b>11</b>
2.2.1 GRUPO MUSCULAR E ARTICULAÇÃO	11
2.2.2 AMPLITUDE DO MOVIMENTO	12
2.2.3 CONSISTÊNCIA DO MODELO	13
2.2.3.1 Entradas diversas	13
2.2.4 PARÂMETROS A SEREM IDENTIFICADOS	14
<b>2.3 SENSIBILIDADE</b>	<b>14</b>
2.3.1 SENSIBILIDADE E IDENTIFICAÇÃO	16
2.3.2 VELOCIDADE E TORQUE	16



---

**CAPÍTULO 3** **18****FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS****MUSCULARES** **18****3.1 DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO PROPOSTO** **18****3.2 ENTRADA REALISTA** **20**3.2.1 EMG 203.2.2 ERROS NA MEDIÇÃO DO TORQUE 203.2.2.1 O dinamômetro 203.2.2.2 O ruído na medição 21**3.3 PROBLEMA MAL-POSTO** **24****3.4 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS** **24****3.5 OTIMIZAÇÃO E PROBLEMA INVERSO** **25**3.5.1 FUNÇÃO DE CUSTO 26**3.6 SIMULATED ANNEALING (SA)** **26**3.6.1 TEMPERATURA INICIAL 28**3.7 MONTE CARLO COM CADEIA DE MARKOV (MCMC)** **29**3.7.1 INFERÊNCIA BAYESIANA 293.7.2 MONTE CARLO 303.7.3 CADEIA DE MARKOV 313.7.4 METROPOLIS-HASTINGS 313.7.5 QUANTIDADE DE CADEIAS DE MARKOV 323.7.6 CONVERGÊNCIA DA CADEIA DE MARKOV PARA A DISTRIBUIÇÃO ESTACIONÁRIA 323.7.7 O MÉTODO DE GELMAN RUBIN 333.7.8 MONTE CARLO, O MCMC E A BIOMECÂNICA 33

---

**CAPÍTULO 4** **34****RESULTADOS** **34****4.1 TEMPERATURA INICIAL (SIMULATED ANNEALING)** **34****4.2 AQUECIMENTO (MCMC)** **35****4.3 CADEIAS DE MARKOV (MCMC)** **36****4.4 ERROS NAS IDENTIFICAÇÕES DOS PARÂMETROS** **38****4.5 TORQUES COM OS PARÂMETROS IDENTIFICADOS** **40**

<b>4.6 ERRO RMS</b>	<b>41</b>
<b><u>CAPÍTULO 5</u></b>	<b><u>42</u></b>
<b><u>DISCUSSÃO</u></b>	<b><u>42</u></b>
<b><u>CAPÍTULO 6</u></b>	<b><u>44</u></b>
<b><u>CONCLUSÃO</u></b>	<b><u>44</u></b>
<b><u>REFERÊNCIAS</u></b>	<b><u>46</u></b>
<b><u>APÊNDICE A</u></b>	<b><u>58</u></b>

# Lista de Figuras

- Figura 1 – Tratamento do sinal de EMG do sóleo. O primeiro gráfico mostra o sinal bruto, o segundo mostra o mesmo sinal retificado e o terceiro o envelope, já com o sinal todo filtrado 6
- Figura 2 – Envelope dos sinais de EMG dos 3 músculos. Este sinal é o utilizado como excitação neural 6
- Figura 3 – Diagrama do modelo da mecânica muscular, onde  $K^T$  é a rigidez do tendão,  $L^T$  o comprimento do tendão,  $L^M$  o comprimento do músculo,  $K^{PE}$  a rigidez do elemento elástico em paralelo,  $B$  o coeficiente de amortecimento do elemento viscoso,  $C$  o elemento contrátil,  $L^{MT}$  o comprimento do atuador músculo-tendíneo e  $\alpha$  o ângulo de penação 9
- Figura 4 - torque com excitação de 100% e ângulo da articulação em função do tempo 13
- Figura 5 – torques calculados com excitação máxima ( $u = 100\%$ ) e em degrau com patamar de 50%, mostrando que o modelo reage proporcionalmente às excitações 14
- Figura 6 - Variação RMS entre o torque gerado pela variação individual de cada parâmetro e o torque calculado com os parâmetros nominais, mostrando grande sensibilidade do modelo ao  $L_{ST}$  16
- Figura 7 - Esquema geral do procedimento de identificação dos parâmetros do modelo muscular. O modelo é simulado com parâmetros nominais e o torque resultante é considerado o torque medido no dinamômetro ( $Tor_{meas}$ ). Os parâmetros são modificados aleatoriamente e uma curva de torque é obtida ( $Tor_{estim}$ ). A identificação é realizada tanto através de uma otimização do erro quadrático médio entre as duas curvas (FC), quanto pelo MCMC, de forma a se determinar os novos parâmetros  $\{P\}$  19
- Figura 8 – Diversos ciclos do movimento com medição do torque sem que houvesse carga aplicada ao dinamômetro 22
- Figura 9 – Apenas 1 ciclo do movimento com medição do torque sem carga aplicada ao dinamômetro. Esses valores geraram o erro de torque 22
- Figura 10 - comparação entre o torque determinístico calculado com os parâmetros nominais (torque nominal) e aquele ao qual foi adicionado o erro característico do dinamômetro (torque medido), mostrando o offset e a variação do erro 23

Figura 11 – Torque medido, ângulo da articulação e excitação neural em função do tempo	24
Figura 12 – Esquema do <i>simulated annealing</i>	28
Figura 13 – Quantidade de mudanças de estado por evento. Cada evento equivale a 200 iterações do algoritmo e possui uma temperatura inicial 20% superior à do evento anterior	34
Figura 14 – Quantidade de mudança de estados em função da temperatura inicial de cada evento, que corresponde a 200 iterações do algoritmo	35
Figura 15 – Valor do Fator de Redução de Escala Potencial (RT) do método de Gelman Rubin para as cadeias de Markov da FOM do sóleo	36
Figura 16 - Cadeia de Markov da FOM do gastrocnêmio medial mostrando o ponto inicial aleatório e a convergência para uma distribuição estacionária	37
Figura 17 - evolução das 10 cadeias de Markov do $\alpha$ do gastrocnêmio medial mostrando os pontos iniciais aleatórios e a ocupação de todo o domínio do parâmetro, indicando sua baixa sensibilidade (MCMC para identificação apenas do $\alpha$ )	37
Figura 18 - erros (%) na identificação do $L_{ST}$ . Cada músculo possuiu 2 barras, sendo a primeira referente ao SA e a segunda ao MCMC	39
Figura 19 - erros (%) na identificação da FOM. Cada músculo possuiu 2 barras, sendo a primeira referente ao SA e a segunda ao MCMC	39
Figura 20 - erros (%) na identificação do $\alpha$ . Cada músculo possuiu 2 barras, sendo a primeira referente ao SA e a segunda ao MCMC	40
Figura 21 - comparação entre o pseudo torque medido no dinamômetro ( $Tor_{meas}$ ) e o torque calculado com os parâmetros identificados através do simulated annealing (SA) e do MCMC	41

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – músculos da parte posterior da perna, com suas inserções, inervação e função. TS é referente aos músculos pertencentes ao tríceps sural	11
Tabela 2 – Torques máximos em função do tipo de contração, velocidade de rotação e grupamento muscular ensaiado. TS para tríceps sural, QF para quadríceps femoral e (*) quando não explicitamente mencionado	17
Tabela 3 – Erros (%) na identificação de $L_{ST}$ para cada músculo e cada algoritmo utilizado.	38
Tabela 4 - Erros (%) na identificação da $F_{OM}$ para cada músculo e cada algoritmo utilizado	38
Tabela 5 - Erros (%) na identificação de $\alpha$ para cada músculo e cada algoritmo utilizado	38
Tabela 6 – Comparação do erro RMS entre o torque calculado por cada método e o $Tor_{meas}$	41

# Lista de Siglas

$\alpha$	ângulo de penação
$a(t)$	ativação muscular
B	coeficiente de amortecimento viscoso
EMG	eletromiografia ou eletromiógrafo
EMGD-FE	EMG Driven Muscle Force Estimator
$F_{MT}$	força da unidade músculo-tendão
$F_{OM}$	força isométrica máxima
$f_l$	relação força x comprimento
$f_v$	relação força x velocidade
$F_T$	força no tendão
GL	músculo gastrocnêmio lateral
GM	músculo gastrocnêmio medial
$k_T$	rigidez do tendão
$L_M$	comprimento do músculo
$L_{OM}$	comprimento ótimo do músculo
$L_{MT}$	comprimento da unidade músculo-tendínea
$L_{ST}$	comprimento do tendão relaxado
MVC	contração voluntária máxima
$r(\theta)$	braço de momento da força exercida pelo músculo
$V_M$	velocidade máxima de encurtamento
Quadríceps (QF)	grupamento muscular femoral constituído pelo VI, VL, VM e RF (abaixo)
tríceps sural (TS)	grupamento muscular posterior da perna composto pelo GM, GL e SOL
TS	tríceps sural
SOL	músculo sóleo
$u(t)$	excitação da fibra do músculo, excitação neural

# Glossário

$\alpha$  (ângulo de penação) – ângulo que a fibra muscular faz com a direção da força muscular gerada pelo tendão

comprimento ótimo da fibra muscular - comprimento em que a fibra muscular exerce a maior força isométrica (ver relação fl)

contração concêntrica - o músculo exerce força e suas fibras se contraem

contração excêntrica - o músculo exerce força, porém suas fibras se alongam

dorsiflexão (ou flexão dorsal) – movimento do pé, no plano sagittal, no sentido da perna

flexão dorsal – ver dorsiflexão

flexão plantar – movimento do pé, no plano sagital, no sentido contrário ao da perna

força isométrica máxima - maior força, no caso isométrico (def. abaixo), que a fibra muscular pode exercer, estando em seu comprimento ótimo (ver relação fl)

isocinético - o movimento articular é feito com velocidade constante predeterminada

isometria - o músculo se contrai, porém o comprimento da unidade músculo-tendão não se altera, não havendo a movimentação dos ossos

isotônico – há o deslocamento de uma carga constante ao longo da amplitude do movimento

modo ativo (do dinamômetro) - o equipamento mantém uma velocidade constante predeterminada (isocinética)

relação fl - relação entre força e comprimento da fibra muscular

relação fv - relação entre força e velocidade da fibra muscular

# Capítulo 1

## Introdução

“Dai-me aquilo que todos recusam.  
Quero a insegurança e a inquietação  
Quero a luta e a tormenta.”

(trecho da Oração do Paraquedista  
Apêndice 1)

A estimativa de forças musculares individuais exercidas durante uma tarefa motora é um problema desafiador em biomecânica e com diversas aplicações potenciais [1], [2]. Como a medição das forças não pode ser feita diretamente de forma não-invasiva, utilizam-se modelos matemáticos.

Modelos musculares viscoelástico tipo-Hill [3] são frequentemente utilizados na estimativa da força. Neste trabalho será utilizado um modelo tipo-Hill do tríceps sural (TS). Cada componente desse grupamento muscular (sóleo – SOL-, gastrocnêmio medial – GM- e gastrocnêmio lateral – GL) é descrito por um grupo de quatro equações diferenciais ordinárias (ODEs) referentes às dinâmicas da ativação e da contração (ver seção **Error! Reference source not found.**2.1). Uma característica dos modelos tipo-Hill é a sensibilidade dos parâmetros [4], que podem ser individualizados por algumas técnicas tais como ressonância magnética [5], ultrassom [6] e escalas antropométricas [7]. Alternativamente, pode-se utilizar um teste em dinamômetro para determinação de parâmetros musculares. A ideia básica na otimização é se encontrar um conjunto de parâmetros musculares que minimiza a diferença quadrática entre as curvas torque x tempo obtidas pelo experimento e por um modelo.

As primeiras tentativas neste sentido encontradas foram baseadas nas curvas de torque isométrico x ângulo, depois que Hoy *et al.* [8] demonstraram a importância dos parâmetros musculares no pico da curva torque x ângulo. Out *et al.* [9] estimaram o comprimento relaxado do tendão e a força isométrica máxima de um modelo isométrico do tríceps sural usando um algoritmo Simplex de Nelder-Mead. Lloyd e Buchanan [10] e Lloyd e Besier [11] utilizaram diversos tipos de movimentos concêntricos e excêntricos para estimarem parâmetros musculares do joelho. Shao *et al.* [12] ajustaram parâmetros musculares do tornozelo de pacientes que sofreram AVC de curvas de



torque obtidas tanto de dinamômetro quanto pela dinâmica inversa. O algoritmo de otimização foi o *simulated annealing* (SA).

Nas referências acima, houve uma boa concordância entre as curvas torque x ângulo medidas e simuladas. Pode-se, assim, inferir que os parâmetros musculares obtidos após a otimização não estavam distantes dos reais, considerando-se que o espaço de busca normalmente era restrito a limites fisiologicamente aceitáveis. Entretanto não se encontraram maiores demonstrações de que as aproximações propostas foram capazes de encontrar os valores corretos. Um pequeno erro na curva de torque pode ser considerado um critério necessário, mas não suficiente para se avaliar a precisão da identificação dos parâmetros. Se o modelo muscular é utilizado para simular um modelo musculoesquelético de dinâmica direta, pequenas diferenças individuais nos parâmetros podem não ser críticas, desde que a estimativa do torque na articulação seja dinamicamente consistente. No caso de uma aplicação diferente, por exemplo a utilização dos parâmetros musculares como um indicador da saúde muscular, do estado de treinamento ou para se investigarem padrões de compartilhamento de força entre músculos sinergistas, a inferência da aceitação dos parâmetros musculares baseada apenas no erro da curva de torque pode levar a interpretações errôneas.

Através de um experimento simulado em computador, será realizada uma validação numérica da técnica de identificação de parâmetros com base em dados obtidos pelo dinamômetro no modo isocinético. O sinal da eletromiografia (EMG) retificado, normalizado e filtrado pode ser usado como uma das entradas de um modelo muscular acionado por EMG (EMG-driven). As demais características do comportamento muscular, que dependem da cinemática da articulação, alimentam as relações constitutivas de força x comprimento e força x velocidade presentes no modelo muscular. Multiplicando-se as forças musculares individuais pelos respectivos braços de momento obtém-se um torque simulado.

Os parâmetros a serem identificados são prévia e precisamente conhecidos e usados para se gerar a curva de um pseudo torque experimental. Os parâmetros são, então, randomicamente alterados e o modelo é simulado uma vez mais. Realiza-se, então uma identificação dos parâmetros pelo algoritmo de otimização *simulated annealing* (SA) e outra pelo método de Monte Carlo com cadeia de Markov (MCMC). O primeiro método fornece um valor fixo. Já o segundo, baseado na inferência Bayesiana, fornece uma função de densidade de probabilidade para o parâmetro. O MCMC é uma técnica nova no campo da biomecânica e Santos e Valero-Cuevas [13]

desconhecem sua utilização para investigar parâmetros músculo-esqueléticos no contexto de modelagem anterior a 2004. Quanto à abordagem Bayesiana na identificação de parâmetros de um modelo isocinético do tríceps sural, os dois únicos trabalhos são deste autor junto com Menegaldo [14] e [15].

No movimento isocinético o ruído na medição é maior que no isométrico, e também o custo numérico da otimização. Porém, o tipo de solicitação mecânica é muito mais rico [16], incluindo regimes de operação concêntrico e excêntrico do músculo. Diferentemente de trabalhos anteriores da literatura que fizeram estudos de simulação numérica do experimento de identificação de parâmetros pelo ensaio em dinamômetro [16], inclui-se aqui um erro aditivo obtido diretamente de testes experimentais no dinamômetro. Além disso, os ângulos articulares e os sinais de EMG utilizados como entrada do modelo foram medidos experimentalmente. Desta forma, tanto os sinais de entrada do modelo quanto de saída são altamente realistas, permitindo uma avaliação criteriosa da qualidade da identificação com os recursos experimentais ora existentes.

Assim sendo, o presente trabalho abordará, a seguir, as modificações realizadas no modelo da biomecânica muscular. Em seguida, as formulações do problema em questão baseadas em otimização e no método MCMC, bem como os respectivos resultados de identificação serão abordados. Ao final, será feita uma análise comparativa dos resultados e apresentada uma conclusão.

# Capítulo 2

## Modelo da Mecânica Muscular

“se não nos é permitido penetrar a um conhecimento completo sobre o movimento dos fluidos, não é à mecânica e à insuficiência dos princípios conhecidos do movimento que se deve atribuir isso, mas à própria análise que aqui nos abandona”.  
Euler, séc. XVIII [17]

### 2.1 O Modelo

#### 2.1.1 Modelo tipo-Hill

O modelo mecânico de músculo mais utilizado atualmente tem como referência Hill [18] que chegou à relação entre a força e a velocidade de encurtamento (Equação 1), na contração isotônica, fornecendo a base da teoria visco-elástica do músculo esquelético.

$$(F + a)(v + b) = \text{constante} \quad (1)$$

onde  $F$  é a força muscular,  $v$ , a velocidade de contração e  $a$  e  $b$  constantes.

Essa relação não consegue, porém, explicar as grandes alterações de calor e liberação de energia durante o encurtamento e o alongamento com a hipótese da viscosidade. Dessa forma o autor ressalva a possível existência de um elemento viscoelástico e um viscoso. A razão para o músculo ativo encurtar mais vagarosamente sob uma força maior é explicada pela maneira como a liberação de energia é regulada.

A equação característica é válida para o elemento contrátil, que fica em série com o elástico e tomou a forma mais conhecida atualmente conforme Equação 2 [19]:

$$\left(\frac{F}{F_{OM}} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{v}{v_M} + \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{16} \quad (2)$$

onde  $F_M$  é a força isométrica máxima e  $v_M$  a velocidade máxima no comprimento ideal da fibra muscular.

Zajac [20] introduziu importantes modificações no modelo tipo-Hill, como a elasticidade do tendão, fator importante quando se trata do tendão de Aquiles, o mais

longo e forte do corpo humano [21], e a introdução do conceito de comprimento do tendão relaxado ( $L_{ST}$ ), medida a partir da qual o tendão passa a produzir força. Hill havia considerado um elemento elástico em série com o elemento contrátil (músculo), porém, para a maioria dos atuadores, esse elemento elástico em série pode ser desconsiderado, pois a complacência do tendão domina a relação. Outro ponto importante foi a utilização de variáveis adimensionais.

### 2.1.2 Eletromiografia

Para que um músculo atue, o sistema nervoso central (SNC) envia um comando, o potencial de ação (AP), que causa uma despolarização na célula provocando alterações químicas e a consequente contração muscular. Essa despolarização é, em média, da ordem de 100 milivolts (mV) e se propaga ao longo das fibras musculares [22]. Para se medir essa atividade muscular é utilizada a técnica da eletromiografia (EMG) que teve sua origem com Galvani, em 1791, para quem os músculos acumulavam e descarregavam eletricidade [23]. As primeiras medições *in vivo* foram realizadas com medição direta na fibra muscular [24] e [25]. Atualmente, a maior parte das medições é não-invasiva, com eletrodos de superfície. A EMG é uma técnica relativamente simples de se utilizar, mas com diversas limitações, razão pela qual deve-se tomar cuidados na sua interpretação [26]. Dentre essas limitações, podem ser citadas: (a) a EMG capta a atividade apenas de músculos superficiais, (b) a relação entre a EMG e atividade muscular não é linear, (c) para músculos longos devem ser utilizados vários eletrodos ("array" ou matriz).

A fim de se padronizar os procedimentos de posicionamento dos eletrodos e captação da EMG, foi criado o protocolo SENIAM (Surface Electromyography for the Non-Invasive Assessment of Muscles) [27].

O sinal de EMG, devidamente tratado é uma das entradas do modelo muscular. Dessa forma, tem-se o chamado modelo EMG-driven. Como exemplo de tratamento do sinal, pode-se filtrá-lo por um passa-banda de 10-350 Hz, retificar e usar um passa-baixas Butterworth de 2ª ordem com frequência de corte de 2 Hz [7] ou um de 4ª ordem [28].

Na Figura 1 tem-se um exemplo do tratamento sinal, desde o sinal bruto até a envoltória, e na Figura 2 tem-se a envoltória dos 3 sinais.

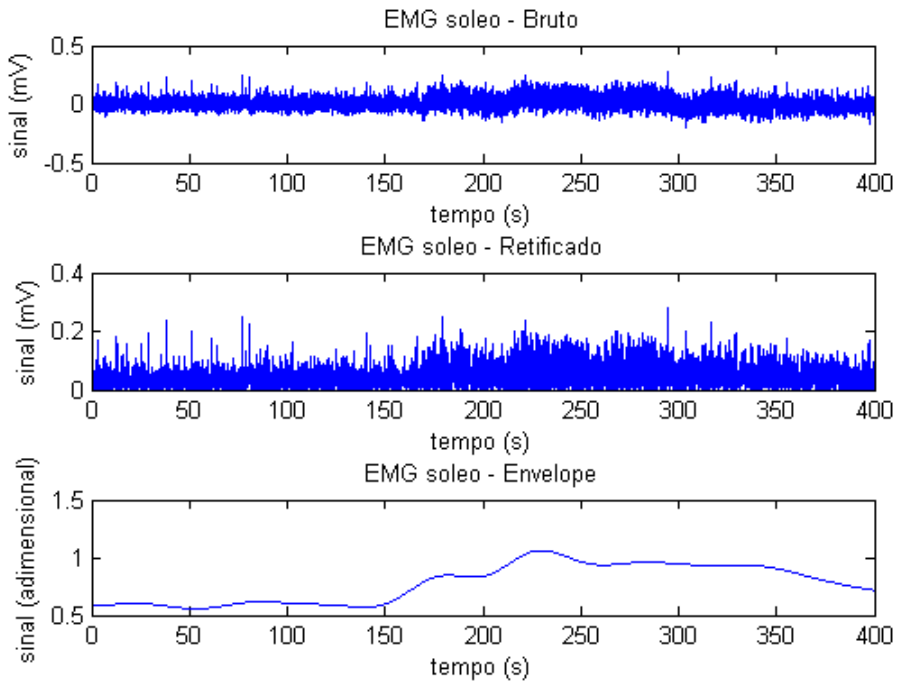


Figura 13 – Tratamento do sinal de EMG do sóleo. O primeiro gráfico mostra o sinal bruto, o segundo mostra o mesmo sinal retificado e o terceiro o envelope, já com o sinal todo filtrado

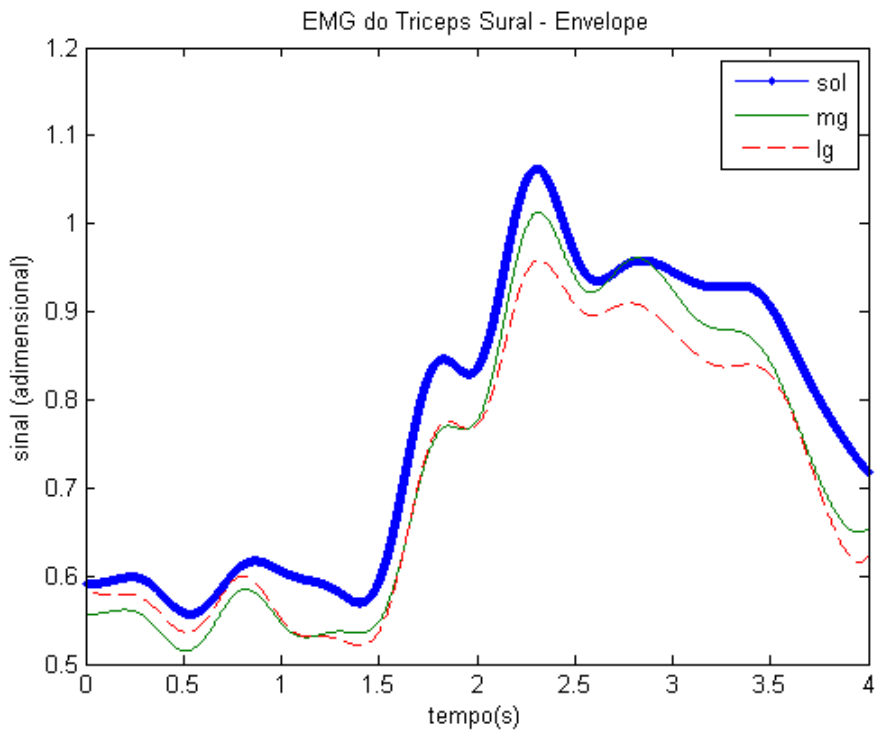


Figura 14 – Envelope dos sinais de EMG dos 3 músculos. Este sinal é o utilizado como excitação neural

### 2.1.3 Modelo utilizado no PEB/COPPE/UFRJ

O modelo proposto por Zajac foi muito bem aceito na comunidade acadêmica, sendo citado em diversos artigos ([8], [29] e [30]) e tendo sido também objeto de aperfeiçoamento por diversos autores, destacando-se Schutte *et al.* [31], que introduziram o elemento viscoso em paralelo ao elemento contrátil, Menegaldo *et al.* [32], com a equação de regressão para cálculo do comprimento do atuador músculo-tendíneo ( $L_{MT}$ ) e do braço de momento do músculo  $r(\theta)$ , e também Menegaldo e Oliveira [7], com fatores antropométricos de escala para os parâmetros musculares.

#### 2.1.3.1 EMGD-FE

Para se calcular as forças de músculos dos membros inferiores realizando contração isométrica, foi desenvolvido o aplicativo EMGD-FE (EMG-driven Force Estimator) [3], uma interface gráfica do MATLAB®. Os parâmetros da biomecânica muscular são obtidos da literatura e alimentam o aplicativo. A coleta dos sinais de EMG é realizada simultaneamente à medição do torque no dinamômetro e o voluntário é orientado passo-a-passo tanto no tratamento do sinal de EMG quanto nas entradas do modelo.

Esse aplicativo foi utilizado para se analisar o compartilhamento de torque entre os músculos do quadríceps femoral [33] e a coativação e compartilhamento de torque do tríceps sural [34].

#### 2.1.3.2 Casos Não-Isométricos

O modelo original de Zajac apresentava instabilidade numérica, principalmente para o relaxamento muscular e a baixos níveis de excitação [35]. A partir do modelo isométrico de Menegaldo e Oliveira [7], que já corrigia os problemas apontados, foram incluídos um estado dinâmico (comprimento da unidade músculo-tendínea), o modelo da rigidez não-linear do tendão, a detecção se o tendão ou músculo estão encurtados e a troca automática da curva força x velocidade para o caso de contração concêntrica ou excêntrica [36]. A dinâmica da ativação foi também alterada, utilizando-se a relação proposta por Manal e Buchanan [37] –o modelo A-, que inclui a não-linearidade da dinâmica da ativação.

O modelo para o caso não-isométrico, definido pelas equações (3) a (6) abaixo, possui quatro estados dinâmicos, a saber, a ativação muscular ( $a$ ), a força no tendão ( $F_T$ ), o comprimento do músculo ( $L_M$ ) e o comprimento da unidade músculo-tendínea ( $L_{MT}$ ).  $F_T$  é a força do tendão,  $k_T$  é a rigidez do tendão,  $v_M$  é a velocidade de contração do músculo e  $\alpha$  é o ângulo de penação. O sinal  $\sim$  significa que o parâmetro é

normalizado (adimensional). A força muscular é normalizada pela força isométrica máxima ( $F_{OM}$ ), a velocidade, pela velocidade de contração máxima do músculo e o comprimento do músculo, por seu comprimento ótimo [20].  $k_1$  e  $k_2$  são constantes temporais de ativação dinâmica. Detalhes do modelo podem ser encontrados em [7].

$$\dot{a} = (u - a)(k_1 u + k_2) \quad (3)$$

$$\dot{\widetilde{F}}_T = \widetilde{k}_T (\widetilde{v}_{MT} - \widetilde{v}_M \cos \alpha) \quad (4)$$

$$\dot{\widetilde{L}}_M = \widetilde{v}_M \quad (5)$$

$$\dot{\widetilde{L}}_{MT} = \widetilde{v}_{MT} \quad (6)$$

A dinâmica da ativação está representada na equação (3), com formulação proposta por Piazza e Delp [38], onde a ativação neural é representada pela letra  $a$ . A excitação neural é o sinal de EMG ( $u$ ). Já a equação (4) é referente à dinâmica da contração, sendo  $F_T$  a força no tendão,  $k_T$  a rigidez do tendão,  $v_{MT}$  a velocidade do elemento músculo-tendão,  $v_M$  a velocidade do músculo (elemento contrátil) e  $\alpha$  o ângulo de penetração. Na equação (5),  $L_M$  é o comprimento do elemento contrátil. Através da integração dessa terceira equação, obtém-se o comprimento do músculo. Esta variável de estado é parte integrante da segunda equação (dinâmica da contração) e pertence à relação força x velocidade x comprimento. As três primeiras equações (3 a 5) são as mesmas do isométrico, a menos da formulação não-linear da rigidez do tendão e do chaveamento entre a parte concêntrica e excêntrica da curva força-velocidade, ambos na Equação (4). Um diagrama representando os elementos do modelo da mecânica muscular está mostrado na 3.

Cada músculo é modelado independentemente e sua força, calculada pela integração do sistema, é multiplicada pelo braço de momento  $r(\theta)$ , gerando o torque individual. O somatório dos torques irá gerar o torque final na articulação (eq 7)

$$Torque = \sum_{i=1}^n \left( \int_{t=0}^{t^f} \dot{F}_{j\,meas}^T dt \cdot r(\theta)_j \right) \quad (7)$$

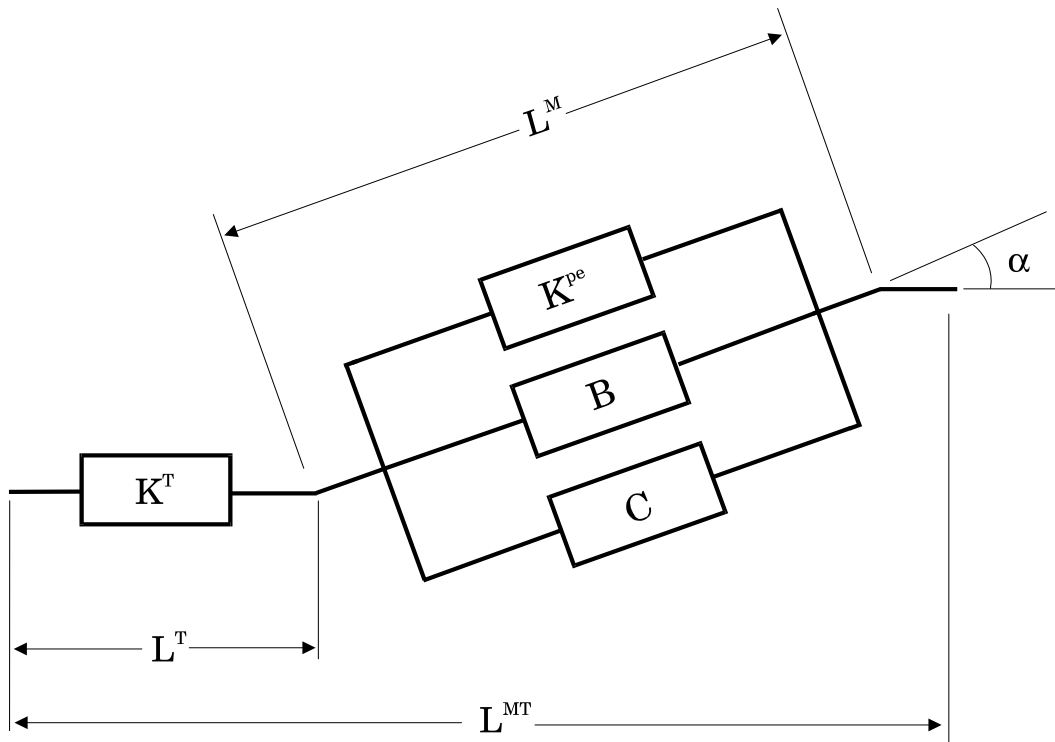


Figura 15 – Diagrama do modelo da mecânica muscular, onde  $K^T$  é a rigidez do tendão,  $L^T$  o comprimento do tendão,  $L^M$  o comprimento do músculo,  $K^{PE}$  a rigidez do elemento elástico em paralelo,  $B$  o coeficiente de amortecimento do elemento viscoso,  $C$  o elemento contrátil,  $L^{MT}$  o comprimento do atuador músculo-tendíneo e  $\alpha$  o ângulo de penação

A versão não-isométrica desse modelo será utilizada neste trabalho, onde o comprimento da unidade músculo-tendínea ( $L_{MT}$ ) será variável em função do ângulo do tornozelo, que é uma das entradas, junto com a excitação  $u$  (EMG). As saídas são a ativação muscular ( $a$ ), o comprimento do músculo ( $L_M$ ) e a força no tendão ( $F_T$ ). Para a simulação das contrações concêntrica e excêntrica, foram consideradas a não-linearidade da rigidez do tendão ( $k_T$ ) [39] e uma chave para se alternar entre as partes concêntrica e excêntrica da curva força – velocidade, em função do sinal da velocidade. Os valores dos demais parâmetros musculares foram obtidos do modelo *both legs with muscles* do aplicativo aberto OpenSim [29].

### 2.1.3.3 EMG em ensaio dinâmico

O eletrodo da EMG capta o sinal do potencial de ação da fibra muscular que chega à superfície (seção 2.1). Em um ensaio dinâmico, tem-se a alteração de comprimento dessa fibra e a conseqüente mudança da posição relativa entre o eletrodo (fixo) na superfície e a unidade motora (na fibra), influenciando na leitura do sinal de EMG. O ângulo de penação também afeta o posicionamento relativo entre a unidade



motora e o eletrodo, vez que a contração, tanto concêntrica quanto excêntrica, altera esse parâmetro. Devem ser considerados, ainda, o artefato de movimento e que os comandos neurais na contração concêntrica e excêntrica não são exatamente os mesmos [40].

#### 2.1.4 Relação força-velocidade-comprimento

A equação (2) da relação força-velocidade ( $fv$ ) é consagrada na literatura, mas precisou ser matematicamente modificada para o presente modelo, pois para excitações diferentes de 100% não havia coerência entre os valores obtidos. Foram testadas diversas alterações, algumas envolvendo outra curva característica, a relação força x comprimento ( $fl$ ), que relaciona a força exercida pelo músculo ( $F_M$ ), normalizada pela força isométrica máxima ( $F_{OM}$ ), com o comprimento da fibra ( $L_M$ ), normalizada pelo comprimento ótimo da fibra – aquele no qual a força exercida pelo músculo é a máxima ( $L_{OM}$ ). Essa curva  $fl$  é gerada quando a excitação muscular é constante [20].

As adaptações testadas foram:

- a) força e velocidade escalonadas pela ativação, sem usar a relação  $fl$  na contração excêntrica [39];
- b) força e velocidade escalonadas pela ativação, utilizando a relação  $fl$  nas contrações concêntrica e excêntrica;
- c) apenas a força escalonada pela ativação;
- d) ativação escalonando toda a relação  $fv$ , conforme equação (8)

$$\left(\frac{F}{F_{OM}} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{v}{v_M} + \frac{1}{4}\right) = a * \frac{5}{16} \quad (8)$$

- e) caso (d) com  $fl$  escalonado pela ativação;
- f) caso (d) com  $fl$  escalonando  $v$ ;
- g) caso (f) com  $fl$  escalonado pela ativação;
- h) relação  $fv$  original (equação 2), com a ativação escalonando apenas a velocidade (eq 9)

$$\left(\frac{F}{F_{OM}} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{v}{v_M * a} + \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{16} \quad (9)$$

Após diversos testes, a hipótese (h) foi a escolhida para o equacionamento matemático do modelo dinâmico.

A relação força x velocidade com as formulações das Equações (2) e (9) é válida para a contração concêntrica. Para a excêntrica, foi utilizada a equação proposta

por Menegaldo [39], onde a velocidade também foi escalonada pela ativação, mas em função da equação, a ativação multiplica a velocidade.

## 2.2 Aplicação Prática do Modelo

### 2.2.1 Grupo muscular e articulação

O membro inferior é dividido em coxa (a parte proximal), perna (a parte intermediária) e pé (a parte distal). O grupo muscular posterior da perna é dividido em camadas superficial e profunda, sendo a profunda composta pelos músculos poplíteo, flexor longo dos dedos, flexor longo do hálux e tibial posterior, já a camada superficial, acessível por EMG, exceção para o último músculo a seguir listado, é composta por: sóleo (sol), gastrocnêmio medial (gm), gastrocnêmio lateral (gl) e plantar delgado. Os três primeiros músculos formam o tríceps sural (TS), objeto deste trabalho. Mais detalhes desses músculos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – músculos da parte posterior da perna, com suas inserções, inervação e função. TS é referente aos músculos pertencentes ao tríceps sural

Músculo	Inserção Proximal	Inserção Distal	Inervação	Função
Sóleo (TS)	terço médio da face medial da tíbia e cabeça da fíbula	calcâneo	nervotibial	flexão plantar do tornozelo
Gastrocnêmio Medial (TS)	côndilo medial do fêmur	calcâneo	nervo tibial	flexão do joelho e flexão plantar do tornozelo
Gastrocnêmio Lateral (TS)	côndilo lateral do fêmur	calcâneo	nervo tibial	flexão do joelho e flexão plantar do tornozelo

Músculo	Inserção Proximal	Inserção Distal	Inervação	Função
Plantar Delgado	côndilo lateral do fêmur	calcâneo	nervo tibial	auxiliar do tríceps sural

### 2.2.2 Amplitude do Movimento

Para a simulação do modelo nas condições de operação do experimento de identificação estudado, foi gerado experimentalmente um sinal característico do ângulo articular em função do tempo. A amplitude média para dorsiflexão é  $20^\circ$ , sendo que  $10^\circ$  é o necessário para uma marcha eficiente, enquanto que para a flexão plantar a amplitude média é de  $50^\circ$ , sendo de  $20^\circ$  a  $25^\circ$  utilizados na marcha [41]. As limitações das amplitudes da dorsiflexão e da flexão plantar ocorrem em função do contato ósseo entre o colo do tálus e a tíbia, e em função da cápsula e dos ligamentos. No caso da dorsiflexão, os músculos responsáveis pela flexão plantar também são limitantes, enquanto que no caso da flexão plantar, também são limitantes os músculos responsáveis pela dorsiflexão.

Solicitou-se a um voluntário posicionar-se no dinamômetro com o joelho a  $0^\circ$  (extensão) e os limites máximos de flexão plantar e dorsiflexão foram verificados através da aplicação de força manual na placa do Biodex®, que registrou o valor [42].

A fim de se evitar resistências passivas das estruturas (ligamentos, rigidez muscular, do tendão e de componentes do próprio sarcômero), optou-se por limitar a amplitude do movimento à faixa entre  $20^\circ$  de flexão plantar e  $15^\circ$  de flexão dorsal. A Figura 4 mostra os gráficos do torque com excitação máxima (100%) e do ângulo da articulação, ambos em função do tempo.

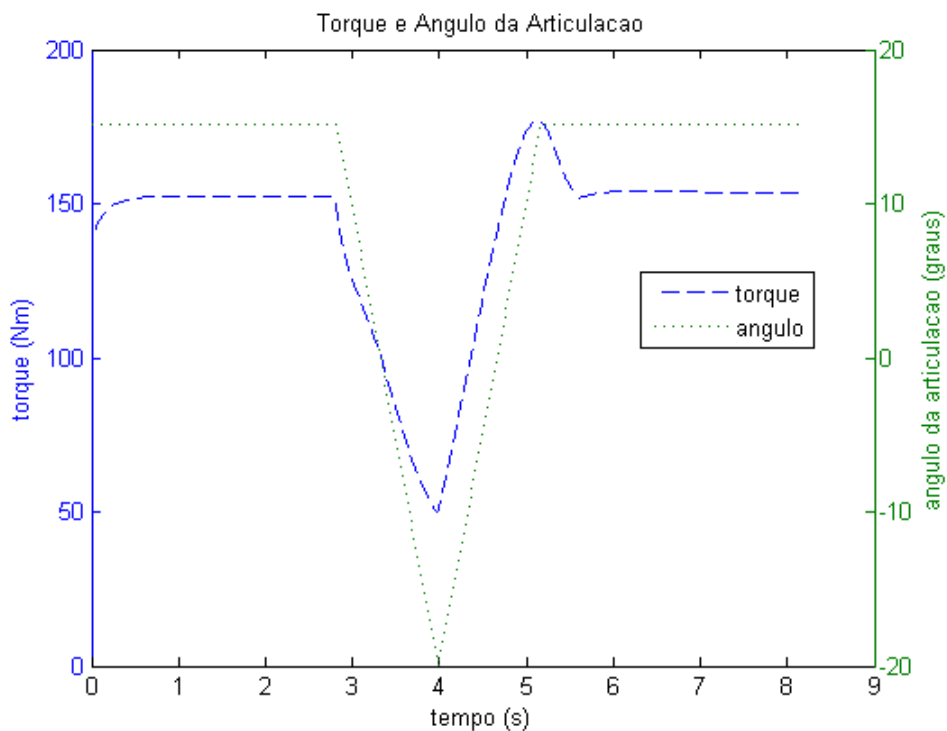


Figura 16 - torque com excitação de 100% e ângulo da articulação em função do tempo

## 2.2.3 Consistência do Modelo

### 2.2.3.1 Entradas diversas

A fim de se verificar a consistência do modelo muscular, o mesmo foi testado com os valores dos parâmetros nominais (definidos no software de código aberto OpenSim [29]) e para diversos tipos de entradas, tais como percentuais da excitação máxima constante, degraus diversos, rampa, parábola do segundo grau e parábola do sétimo grau, obtendo-se respostas consistentes. A Figura 5 mostra a comparação entre a curva de torque produzido pelo tríceps sural para uma excitação constante de 100% e a resposta do modelo a um degrau de 50%.

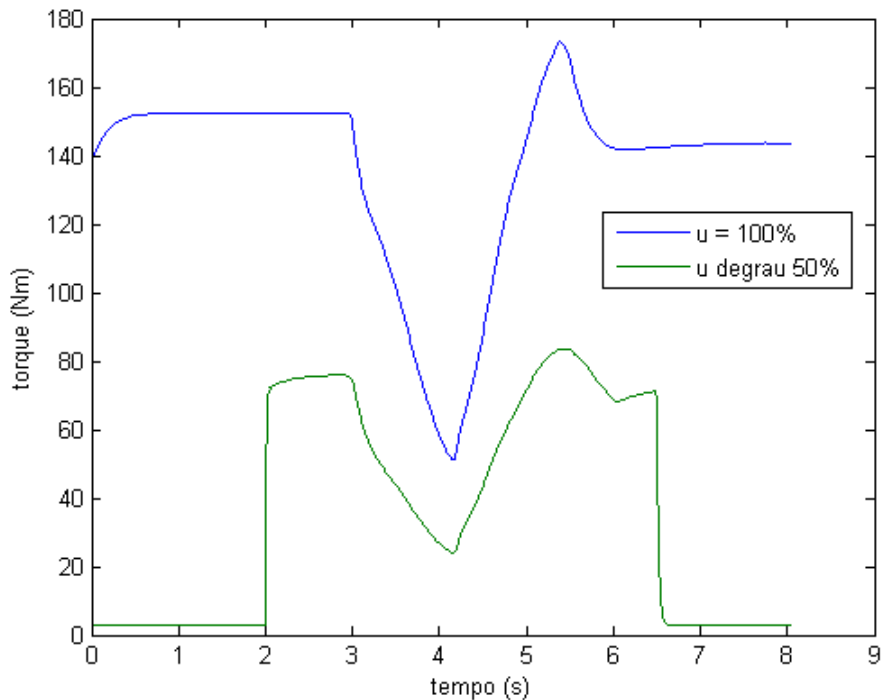


Figura 17 – torques calculados com excitação máxima ( $u = 100\%$ ) e em degrau com patamar de 50%, mostrando que o modelo reage proporcionalmente às excitações

#### 2.2.4 Parâmetros a serem identificados

Uma das modificações importantes introduzidas por Zajac [20] no modelo de Hill [18] foi a inclusão do comprimento do tendão relaxado ( $L_{ST}$ ) e a adimensionalização do comprimento do tendão pelo  $L_{ST}$  e da força muscular e do tendão pela isométrica máxima ( $F_{OM}$ ). De acordo com OUT *et al.* [9], esses dois parâmetros são os mais críticos para dar a forma da curva torque x ângulo da articulação. Com relação ao  $L_{ST}$ , Manal e Buchanan [43] o reconhecem como um parâmetro com uma influência grande na estimativa da força muscular, com uma dificuldade de ser medido.

Os dois parâmetros citados foram escolhidos para a identificação. O terceiro foi o ângulo de penetração ( $\alpha$ ), considerando-se que o mesmo se altera com a contração muscular e o movimento da articulação.

### 2.3 Sensibilidade

A sensibilidade do parâmetro pode ser medida através de métodos estocásticos e determinísticos [44], [45]. Pode-se analisar uma sensibilidade local, quando se altera um parâmetro de cada vez (“one-factor-at-a-time-approach – OAT”), ou global, quando

se variam os parâmetros simultaneamente, o que permite avaliar tanto o efeito individual de cada um quanto a interação entre eles. Em uma análise local, além da interação não ser considerada, os resultados poderiam ser diferentes se diferentes valores nominais fossem escolhidos [45].

Um dos métodos de identificação de parâmetros utilizados neste trabalho foi o de Monte Carlo com Cadeia de Markov (seção 3.7 Monte Carlo com cadeia de Markov (MCMC)), pelo qual a análise da sensibilidade é uma tarefa difícil [46]. Hall *et al.* 2003 simularam um modelo<sup>1</sup> para as diversas variações do parâmetro<sup>2</sup>, com isso têm de calcular as cadeias de Markov para cada variação.

Em um modelo estático de músculo para contração isométrica definido por Maganaris [47], o volume do músculo e o braço de momento ( $r(\theta)$ ) apresentaram alta sensibilidade, enquanto  $\alpha$  e  $F_{OM}$ , baixa. Scovil e Ronsky [4] citam a literatura para informar que os parâmetros com alta sensibilidade são: comprimento do tendão relaxado ( $L_{ST}$ ), comprimento ótimo da fibra muscular, braço de momento ( $r(\theta)$ ) e tempo de ativação. Os de sensibilidade baixa, ainda segundo a literatura, são: os parâmetros do elemento elástico em paralelo, o ângulo de penetração e o tempo de desativação. De acordo com os ensaios de Scovil e Ronsky [4], os parâmetros de alta sensibilidade são: a rigidez do tendão, a relação força x comprimento e a força isométrica máxima ( $F_{OM}$ ). Como de baixa sensibilidade, são listados: os parâmetros do elemento elástico em paralelo, a relação força x velocidade e o tempo de ativação. O  $L_{ST}$  foi identificado como tendo sensibilidade alta e o braço de momento ( $r(\theta)$ ) com baixa [48], enquanto outro modelo [49] apresentou alta sensibilidade para o braço de momento ( $r(\theta)$ ).

A fim de se determinar a sensibilidade dos parâmetros, realizou-se uma análise local (um parâmetro de cada vez) e determinística, com os valores nominais consagrados na literatura e com cada parâmetro sendo alterado individualmente na faixa entre -20 e 20% (para os três músculos –sóleo, e gastrocnêmios medial e lateral- ao mesmo tempo), mantendo-se os demais parâmetros constantes.

Para o cálculo da sensibilidade, com cada percentual de alteração do parâmetro foi gerado um torque que, comparado com o torque de referência (parâmetros

---

<sup>1</sup> Modelo para análise da progressão do declínio cognitivo em pessoas com desenvolvimento de demência

<sup>2</sup> ponto de mudança, tempo decorrido entre o paciente demonstrar declínio cognitivo e o diagnóstico

nominais), gerou um erro RMS. Os resultados estão na Figura 6, onde pode ser verificada uma grande sensibilidade do  $L_{ST}$ , uma linearidade do erro com a variação da  $F_{OM}$  e uma sensibilidade baixa de  $\alpha$ . Considerando os músculos que compõe o TS, o parâmetro que se mostrou mais sensível foi o  $L_{ST}$  do sóleo (+ 2,8%) (acima desse valor a integração numérica divergia) seguido pelo  $L_{ST}$  do gastrocnêmio medial e do lateral (+ 7,8% cada). Os resultados obtidos são compatíveis com a literatura [4], [16].

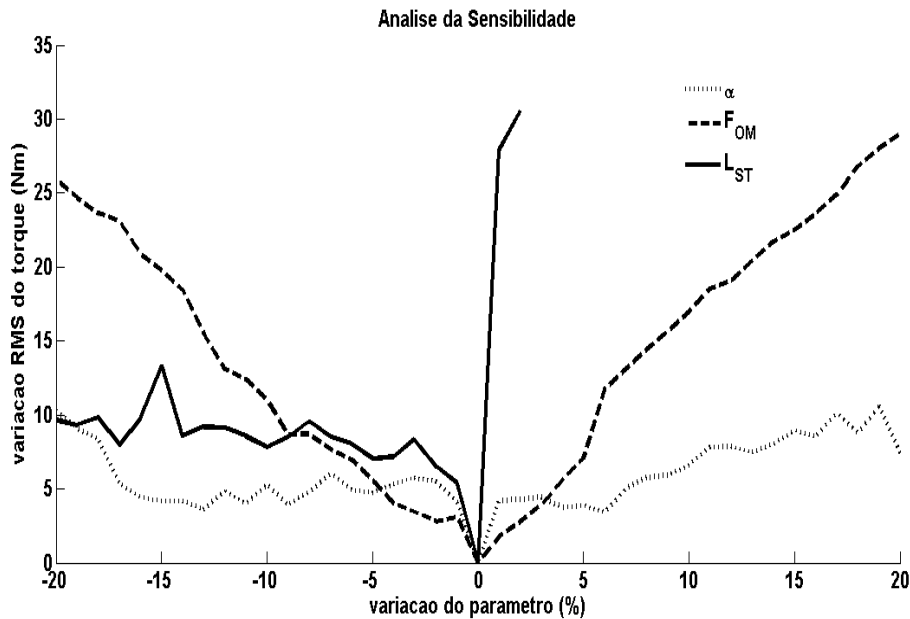


Figura 18 - Variação RMS entre o torque gerado pela variação individual de cada parâmetro e o torque calculado com os parâmetros nominais, mostrando grande sensibilidade do modelo ao  $L_{ST}$

### 2.3.1 Sensibilidade e identificação

Considerando essas sensibilidades, o  $L_{ST}$  do sóleo teve como limite superior para a identificação +2,8% em relação ao valor nominal. Para os demais músculos e parâmetros os limites foram de  $\pm 5\%$  ( $L_{ST}$ ),  $\pm 20\%$  ( $F_{OM}$ ).

Ao se estudar a dinâmica direta do modelo muscular, uma baixa sensibilidade do parâmetro é desejada, vez que um pequeno erro neste não terá grande influência no resultado final. No caso do problema inverso, ocorre o oposto, pois a grande sensibilidade do parâmetro facilitará sua melhor identificação [50].

### 2.3.2 Velocidade e Torque

De acordo com a relação força-velocidade original (Equação 2) e sua nova formulação matemática (Equação 9), quanto maior a velocidade de encurtamento, menor a força no elemento contrátil do músculo. Em ensaios no dinamômetro

isocinético, o efeito da velocidade de contração na força muscular reflete-se na relação torque-ângulo, com a variação da velocidade do experimento. Gerdle e Langstrom [51] utilizaram as velocidades de (30, 60, 120 e 180) %s para ensaio isocinético do tríceps sural. Cunningham *et al.* [52] utilizaram as mesmas velocidades para ensaio de flexão plantar isocinética em indivíduos de diversas faixas etárias. Os maiores torques se deram com jovens ativos na velocidade de 30 %s. O pico de torque foi de 90 N.m. Apesar de não mencionado explicitamente pelos autores, acredita-se que o ensaio foi realizado apenas para contração concêntrica. Para um mesmo ângulo da articulação, o torque gerado pela contração excêntrica é superior ao gerado pela isométrica, que por sua vez é superior ao gerado pela concêntrica [41].

Niesen-Vertommen *et al.* [53] e Barber *et al.* [54] utilizaram, respectivamente as velocidades de (30 e 50) %s e (10, 25, 50 e 100)%s, para contração concêntrica e excêntrica na flexão plantar isocinética, enquanto Hébert-Losier e Holmberg [55] ensaiaram a mesma flexão, apenas na contração concêntrica, a 60%/s. No presente trabalho, utilizou-se a velocidade de 30%/s.

A Tabela 2 relaciona alguns autores e seus resultados de torque máximo obtidos nos respectivos ensaios a diferentes velocidades de rotação da articulação, separados por grupamento muscular e o tipo de contração.

Tabela 2 – Torques máximos em função do tipo de contração, velocidade de rotação e grupamento muscular ensaiado. TS para tríceps sural, QF para quadríceps femoral e (\*) quando não explicitamente mencionado

Autores	Grupamento Muscular	Velocidade (%/s)	Contração	Torque Máximo (Nm)
So <i>et al.</i> 1994[56]	TS	60 / 180	Concêntrica (*)	112 (a 60%/s, para ciclistas)
Li <i>et al.</i> 1996[57]	QF	60	Concêntrica	176
			Excêntrica	195
		120	Concêntrica	150
			Excêntrica	196
Aagaard <i>et al.</i> 2000[58]	QF	30	Concêntrica	219
			Excêntrica	261
		240	Concêntrica	139
			Excêntrica	269



# Capítulo 3

## Formulação do Problema de Identificação dos Parâmetros Musculares

“nem sei dizer-lhe como isso me absorve...”  
(George Mallory, *apud* [59])

### 3.1 Descrição do experimento proposto

O voluntário posiciona-se sentado no dinamômetro com o joelho a  $0^\circ$  e o pé apoiado e fixado à placa do equipamento. Os limites máximos de flexão plantar e dorsiflexão são verificados através da aplicação de força manual e o Biodex® (Biodex Medical Systems, Inc, New York, EUA) registra o valor [42].

O experimento proposto para a identificação dos parâmetros consiste no voluntário executar a flexão plantar em contração voluntária máxima (MVC), iniciando com o pé em flexão dorsal de  $15^\circ$  até a flexão plantar de  $20^\circ$ , realizando uma contração muscular concêntrica. Nesse ponto o voluntário continua executando uma contração máxima do tríceps sural, porém o dinamômetro (Biodex® - Biodex Medical Systems, Inc, New York, EUA) inverte o movimento para flexão dorsal, passando-se a ter uma contração excêntrica. Durante todo o ensaio o aparelho mantém uma velocidade constante (isocinética) pré-determinada de  $30^\circ/\text{s}$ , registrando os ângulos da articulação. Os sinais de EMG dos músculos sóleo e dos gastrocnêmios medial e lateral são coletados através de eletrodos Ag-AgCl.

Com esse protocolo, em um ciclo obtém-se a excitação neural  $u(t)$  tanto da contração concêntrica quanto da excêntrica, recrutando-se ambos os lados da curva força x velocidade. Os ângulos da articulação do tornozelo alimentam as equações de regressão [32] para o cálculo do comprimento das unidades músculo-tendíneas ( $L_{MT}$ ) e dos braços de momento ( $r(\theta)$ ). A diferenciação numérica desses ângulos define a velocidade dos atuadores músculo-tendíneos ( $v_{MT}$ ).

A integração das equações (3) a (6) fornece a força muscular que, multiplicada pelo braço de momento ( $r(\theta)$ ), gera o torque de cada músculo do tríceps sural que cruza

a articulação. Seu somatório fornece um torque “medido” inicial (parâmetros nominais), ao qual será somada uma variável ( $\varepsilon$ ) (eq 10), simulando uma distribuição característica do ruído da medida e da modelagem. Um segundo valor de torque ( $Tor_{estim}$  – eq 11) será gerado, para fins de identificação, com valores dos parâmetros perturbados randomicamente, simulando seu desconhecimento.

$$Tor_{meas} = \sum_{i=1}^3 \left( \int_{t=0}^{tf} \dot{F}_{j\ meas}^T dt \cdot r(\theta)_j \right) + (\varepsilon) \quad (10)$$

$$Tor_{estim} = \sum_{i=1}^3 \left( \int_{t=0}^{tf} \dot{F}_{j\ estim}^T dt \cdot r(\theta)_j \right) \quad (11)$$

$F_{j\ meas}^T$  é a força no tendão do componente j do TS calculada com parâmetros nominais e  $F_{j\ estim}^T$  com parâmetros perturbados.  $r(\theta)_j$  é o braço de momento variável do ângulo ( $\theta$ ) do tornozelo.

O esquema geral da identificação encontra-se na Figura 7. Os métodos utilizados serão adiante detalhados: o primeiro método utilizará FC (uma função de custo) e o segundo, MCMC (probabilidade).

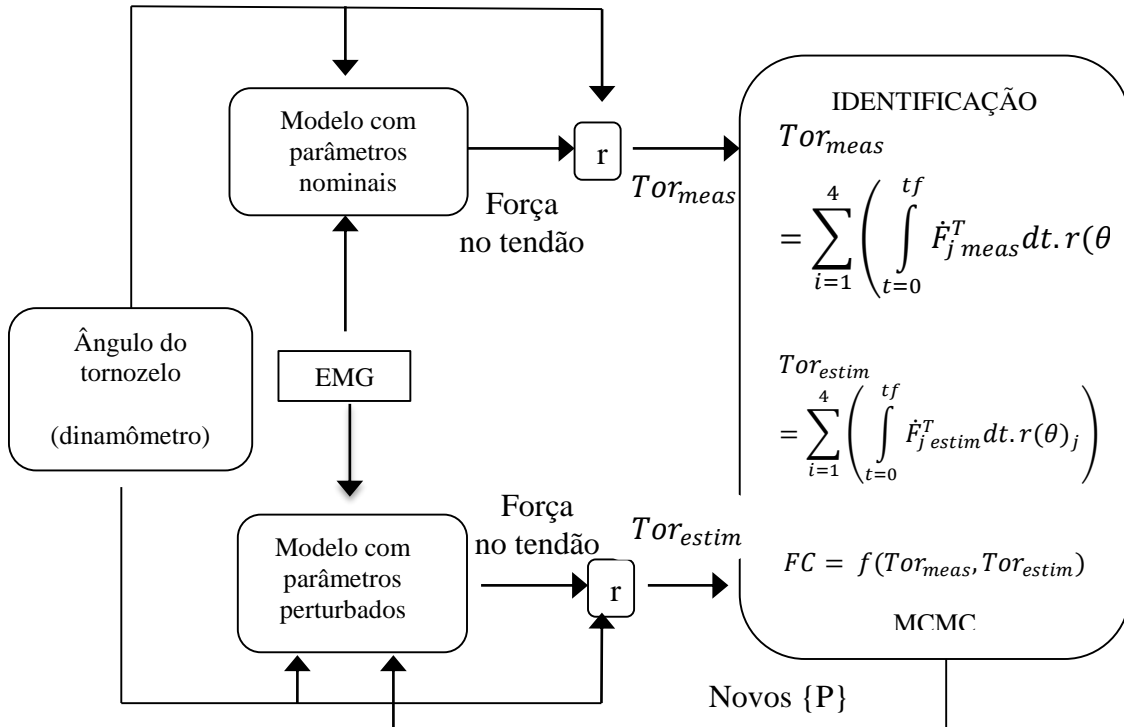


Figura 19 - Esquema geral do procedimento de identificação dos parâmetros do modelo muscular. O modelo é simulado com parâmetros nominais e o torque resultante é considerado o torque medido no dinamômetro ( $Tor_{meas}$ ). Os parâmetros são modificados aleatoriamente e uma curva de torque é obtida ( $Tor_{estim}$ ). A identificação é realizada tanto através de uma otimização do erro quadrático médio entre as duas curvas (FC), quanto pelo MCMC, de forma a se determinar os novos parâmetros  $\{P\}$ .

Todos os três parâmetros foram identificados ao mesmo tempo, ou seja, todos foram perturbados aleatoriamente e o novo conjunto de parâmetros assim gerado foi aceito ou não. O  $L_{ST}$  influencia na forma da curva e a  $F_{OM}$  e o  $\alpha$  no seu escalonamento.

De acordo com Garner e Pandy [60], Hatze [61], foi o primeiro a utilizar dados *in vivo* de torque e ângulo da articulação para se estimar parâmetros musculares de um modelo simples da articulação do cotovelo (um grau de liberdade), em isometria, com a otimização de 4 parâmetros por músculo.

### **3.2 Entrada Realista**

O experimento acima descrito foi realizado em um voluntário, com o objetivo de obter um conjunto de sinais de entrada realista, isto é, sinais reais de EMG dos músculos envolvidos. O sinal de torque de saída não foi utilizado, e sim simulado com o modelo com parâmetros conhecidos. Entretanto, um trecho de sinal de torque medido pelo dinamômetro sem aplicação de carga, foi utilizado como erro característico a ser somado ao torque calculado com os parâmetros nominais, obtendo assim uma curva de torque realista, do ponto de vista dos erros experimentais.

#### **3.2.1 EMG**

O sinal da excitação neural ( $u$ ) fornecido pelo EMG a ser usado como uma das entradas do modelo foi captado a uma frequência de amostragem de 2048 Hz por canal, ganho de 2000 V/V, conversor A/D de 12 bits, filtrado por um passa-banda analógico de 10 – 350 Hz, retificado, filtrado por um passa-baixas de 4ª ordem de 2 Hz [42], [43] e posteriormente normalizado pela média dos máximos valores referentes a 1 segundo de movimento. Um detalhamento sobre normalização de EMG pode ser encontrado em [62]. O EMG foi captado com o eletromiógrafo EMG-USB2, com conversor A/D 12 bits (OTBioelettronica, Itália) e Software OT Biolab versão 1.7.4706.XX (OTBioelettronica, Itália).

#### **3.2.2 Erros na medição do torque**

##### **3.2.2.1 O dinamômetro**

Existem diversos dinamômetros no mercado (Cybex®, Biodex®, Kin-Kom®, Isocom®) inicialmente desenvolvidos para treinamento ou reabilitação física, mas que, por suas evoluções tecnológicas e falta de equipamentos específicos, têm sido utilizados em estudos científicos.

Os valores de saída do equipamento são, porém, influenciados por diversos fatores, podendo-se citar os efeitos gravitacional e inercial e a não-rigidez da interface voluntário / equipamento [63] e o erro de alinhamento entre os eixos de rotação da articulação e do aparelho [64], [65], devidos principalmente à complacência dos tecidos moles da articulação e também à movimentação do assento do dinamômetro e seus anexos [65]. Deve-se considerar também que ao se calibrar o equipamento para o peso do membro, o próprio voluntário pode realizar forças diferentes quando da calibração.

No Biodex®, atribui-se a precisão do torque de +/- 1% do fundo de escala (500 ft-lbs ~ 678 Nm) e para o ângulo +/- 1° [66] e, apesar da articulação do tornozelo ser complexa [67], o equipamento registra apenas o torque no plano sagital, considerando-a como uma dobradiça.

### **3.2.2.2 O ruído na medição**

Em diversos problemas de engenharia, a modelagem do ruído frequentemente é negligenciada e o ruído branco gaussiano padrão é utilizado [68], fixando-o como uma medida *ad hoc* com distribuição normal [69], já outros autores o deduzem de observação dos dados [70].

A fim de se evitar o erro de se estimar o ruído a partir do próprio modelo [68], no presente trabalho optou-se por se considerar o ruído obtido através de medição no equipamento, procedendo-se da forma a seguir.

Mediu-se o erro do dinamômetro sem que houvesse qualquer carga aplicada, apenas com a realização do mesmo movimento (velocidade e amplitude), com medição do tempo, ângulo, torque e velocidade.

O movimento completo se encontra na Figura 8, do qual considerou-se apenas o primeiro ciclo (Figura 9).

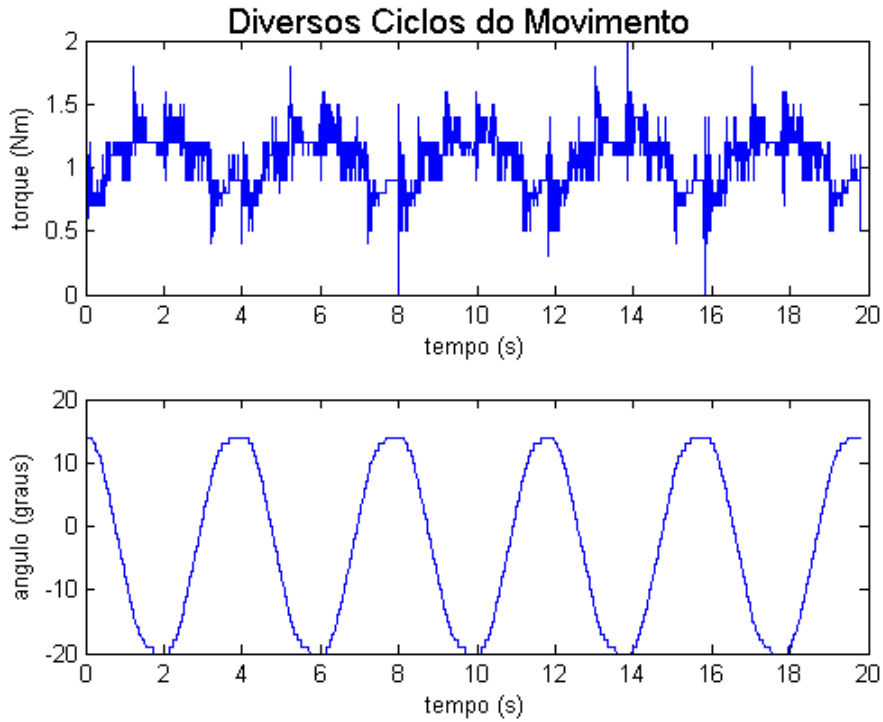


Figura 20 – Diversos ciclos do movimento com medição do torque sem que houvesse carga aplicada ao dinamômetro

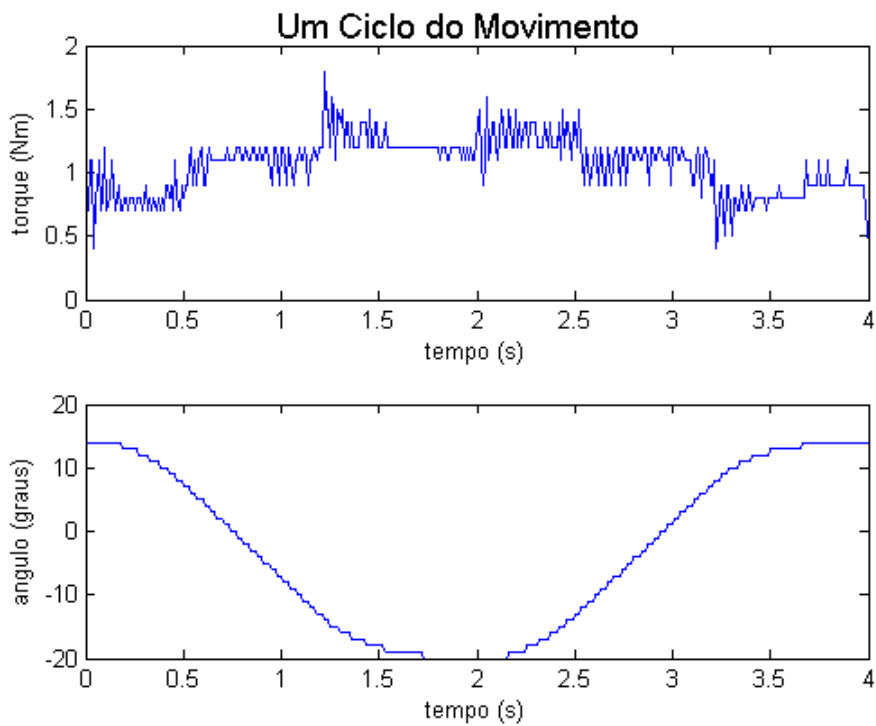


Figura 21 – Apenas 1 ciclo do movimento com medição do torque sem carga aplicada ao dinamômetro. Esses valores geraram o erro de torque

O erro do torque é aditivo [71], razão pela qual somou-se o torque medido em um ciclo sem carga no dinamômetro ao torque calculado com os parâmetros nominais, tendo-se o torque medido ( $Tor_{meas}$ ), que será utilizado na identificação dos parâmetros (Figura 10). Na Figura 11 tem-se o 3 gráficos mostrando, em função do tempo, os valores do torque medido ( $Tor_{meas}$ ), o ângulo da articulação e a excitação neural.

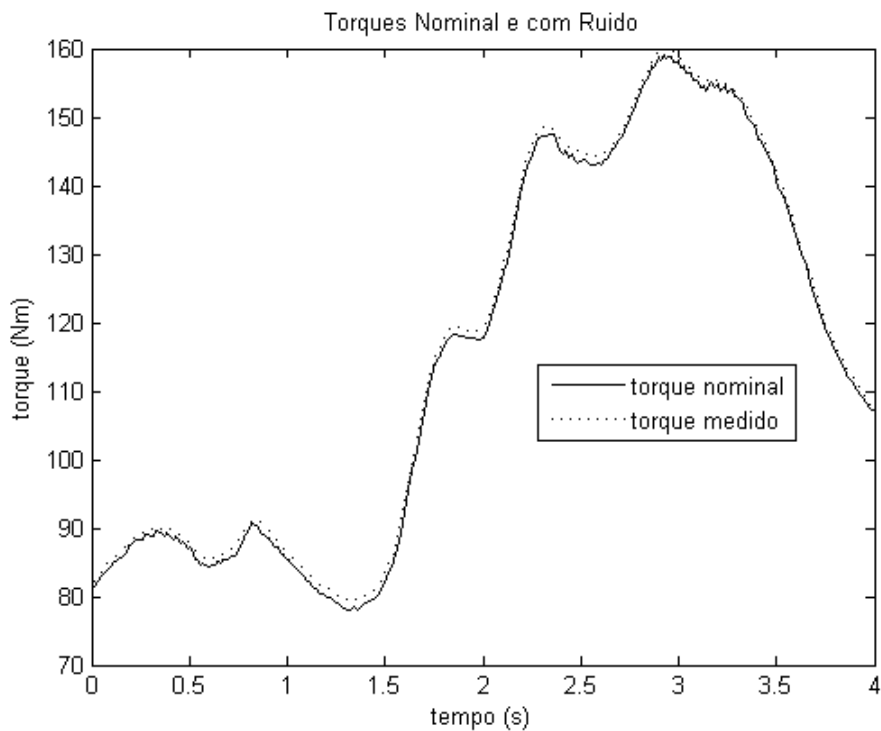


Figura 22 - comparação entre o torque determinístico calculado com os parâmetros nominais (torque nominal) e aquele ao qual foi adicionado o erro característico do dinamômetro (torque medido), mostrando o offset e a variação do erro

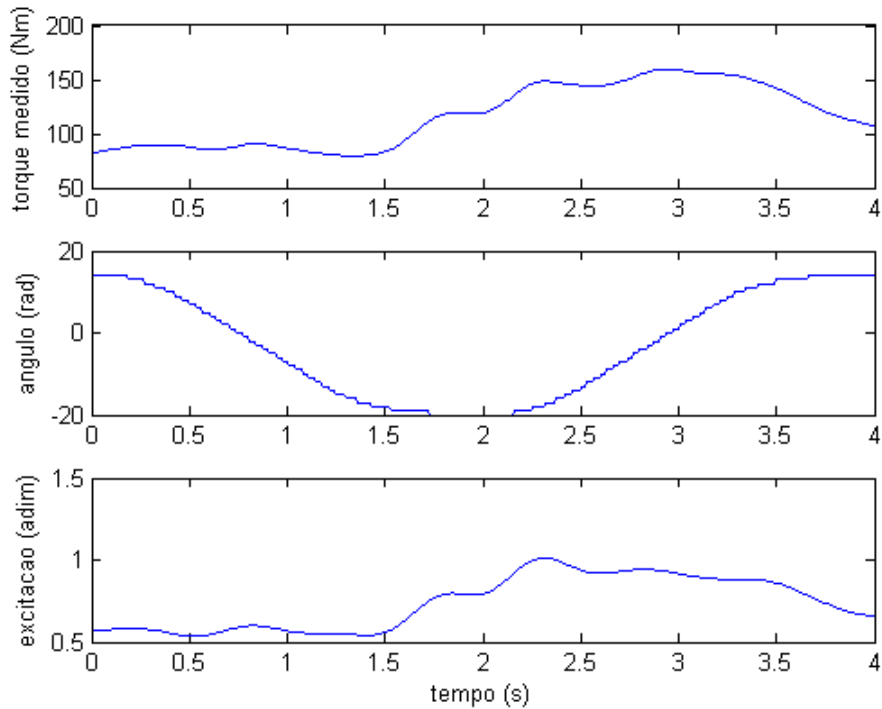


Figura 23 – Torque medido, ângulo da articulação e excitação neural em função do tempo

### 3.3 Problema mal-posto

Analisando-se o modelo segundo as condições de Hadamard [72] para um problema bem posto, verifica-se que, com relação ao modelo muscular:

- a) existência - a própria física e fisiologia do movimento indicam a existência de uma solução;
- b) unicidade - a solução não é única, tendo em vista a redundância de atuadores nas articulações e as variações a que os parâmetros estão sujeitos;
- c) estabilidade - conforme seção 2.3, tem-se uma grande sensibilidade do  $L_{ST}$ , uma linearidade na variação da  $F_{OM}$  e uma sensibilidade pequena de  $\alpha$ .

Um problema que deixe de atender a qualquer dessas características é considerado mal-posto, o que é o presente caso.

### 3.4 Identificação de parâmetros

Na identificação, busca-se determinar os parâmetros do modelo que levam aos resultados observados. No presente caso têm-se as entradas (excitação neural e ângulo da articulação), o modelo matemático e a saída, que é o torque fornecido pelo

dinamômetro (calculado deterministicamente pelo modelo, adicionado de um ruído). Buscam-se os parâmetros fisiológicos que levaram àquele resultado.

Por serem fisiológicos, os valores dos parâmetros variam com o indivíduo, sua alimentação, cansaço, saúde, nível de aquecimento, com o passar do tempo e tem-se, ainda, que a força muscular é gerada por fenômenos físico-químicos, fenômenos esses que se alteram ao longo do dia.

Ao se identificarem os três parâmetros ( $L_{ST}$ ,  $F_{OM}$  e  $\alpha$ ), considera-se que os demais, bem como a medição do tempo durante o ensaio possuem erros muito pequenos ou nenhum.

### ***3.5 Otimização e Problema Inverso***

Uma diferenciação entre os conceitos de otimização e de problema inverso é apresentada em [73]. Há similaridades, apesar da diferença conceitual. A otimização lida com a minimização de uma função de custo a fim de se encontrarem variáveis de projeto que resultem na resposta esperada, que é uma das entradas do sistema, e os resultados obtidos não precisam ser necessariamente exatos, desde que sejam fisicamente viáveis e possíveis de serem implementados. O problema inverso trata da identificação de parâmetros desconhecidos que aparecem na formulação física do problema, através da medição da resposta do sistema. E deve-se utilizar uma técnica que consiga lidar com as instabilidades resultantes de ruídos nessa medição da resposta. Segundo Tikhonov e Arsenin in [74], seguindo-se os critérios de Hadamard [72], os problemas inversos são matematicamente mal postos. Diversas publicações se dedicam exclusivamente ao assunto, p.e. *Inverse Problems*, publicado pelo *Institute of Physics, London*, e o *Inverse Problems in Science and Engineering*, por Gordon e Breach [75].

A otimização é muito utilizada para a identificação de parâmetros nas diversas áreas, na mecânica tem-se [76], na hidrologia [77], na transferência radiativa [78] e na biomecânica [16], [43], [60], [79] (para identificação) ou [80] (para se verificar a influência da calibração no modelo).

Um ponto relevante na identificação de parâmetros é a definição da métrica do ajuste da previsão do modelo com os dados existentes. Pode ser através de uma função de custo ou, para um enfoque de inversão estatística, a probabilidade de se obter os dados existentes considerando-se o parâmetro estimado [81]. Os dois métodos não são excludentes, em [82] utiliza-se o *simulated annealing* com amostrador MCMC no estudo da evolução de buracos negros.



Neste trabalho serão comparadas uma identificação por otimização com o algoritmo *simulated annealing*, que fornece um valor fixo, e uma através do método de Monte Carlo com cadeia de Markov (MCMC), que fornece uma distribuição de probabilidade

### 3.5.1 Função de custo

A norma dos mínimos quadrados é muito utilizada como função de custo (FC) [16], [43], [80], apesar de valorizar os pontos extremos (*outliers*) [83]. Para que possa ser utilizada, é importante que o modelo atenda às 8 características básicas definidas por Beck e Arnold [84]: (1) erro aditivo; (2) com média zero; (3) variância constante (homoscedasticidade); (4) erros não correlacionados (entre diferentes medições); (5) distribuição normal; (6) variância conhecida; (7) as variáveis independentes não são estocásticas (não possuem erro); e (8) não há informação *a priori* sobre os parâmetros a serem identificados. A função de custo (FC) para o presente problema pode ser definida da seguinte forma:

$$FC = \sum_{n=1}^N (Tor_{meas} - Tor_{estim})^2 \quad (12)$$

onde N é o número de amostras no tempo de duração do ensaio.

Em uma comparação entre duas funções de custo para identificação do  $L_{ST}$ , da  $F_{OM}$  e do  $\alpha$  do quadriceps femoral concluiu-se que a norma dos mínimos quadrados era a mais adequada [85].

### 3.6 Simulated Annealing (SA)

Trata-se de um método heurístico, baseado na técnica do recozimento simulado (*simulated annealing* - SA) utilizado em metalurgia, onde um metal é submetido a altas temperaturas e ocorre uma constante mudança de estados, sendo, então, resfriado lentamente, enquanto sua energia vai baixando e as mudanças de estado vão se tornando mais raras, até atingir um equilíbrio termodinâmico.

O algoritmo de otimização SA foi desenvolvido por Kirkpatrick *et al.* [86], onde a energia de cada estado corresponde à função de custo que se deseja minimizar. Duas soluções são comparadas e a que fornece menor energia é aceita. Caso se tenha uma solução com energia maior que a anterior, mesmo assim ela pode ser aceita. Isso é feito de forma a se fugir de mínimos locais. Nesse caso gera-se um número aleatório entre 0 e 1, que é comparado com uma probabilidade (p) baseada no fator de

probabilidade de Boltzmann. Caso esse fator seja maior que o número aleatório, a solução com maior energia é aceita. Neste trabalho foi utilizada a função *simulannealbnd* do MATLAB®, que emprega a definição mostrada abaixo.

$$p = \frac{1}{1 + \exp(\frac{\Delta}{T})} \quad (13)$$

sendo  $p$  a probabilidade de se aceitar um estado com custo maior,  $\Delta$  a variação do valor da função objetivo e  $T$  a temperatura. A equação 13 é proporcional à probabilidade definida por Kirkpatrick *et al.* [86] na equação 14

$$p = e^{(-\frac{\Delta}{T})} \quad (14)$$

Com temperaturas altas, a probabilidade de se aceitar estados com custo maior é grande. Conforme a temperatura decresce, essa probabilidade vai diminuindo, fazendo com que a busca inicial se dê globalmente, mas, ao final, se busque um mínimo local. Ao longo do processo, o melhor ponto encontrado é armazenado.

Manal *et al.* [87] utilizam o *simulated annealing* em um modelo muscular do tornozelo, Neptune *et al.* [88] o usam em um modelo muscular para corrida, Shao *et al.* [12], para estudo de torque no tornozelo de pacientes que sofreram AVC. O modelo isocinético deste trabalho já foi objeto de análise e se mostrou facilmente otimizável [89].

A Figura 12 apresenta um fluxograma para o SA, onde  $T_0$  é a temperatura inicial,  $\{\theta\}$  o vetor de parâmetros,  $f_c$  a função de custo e  $p$  a probabilidade de se aceitar um estado com energia maior.

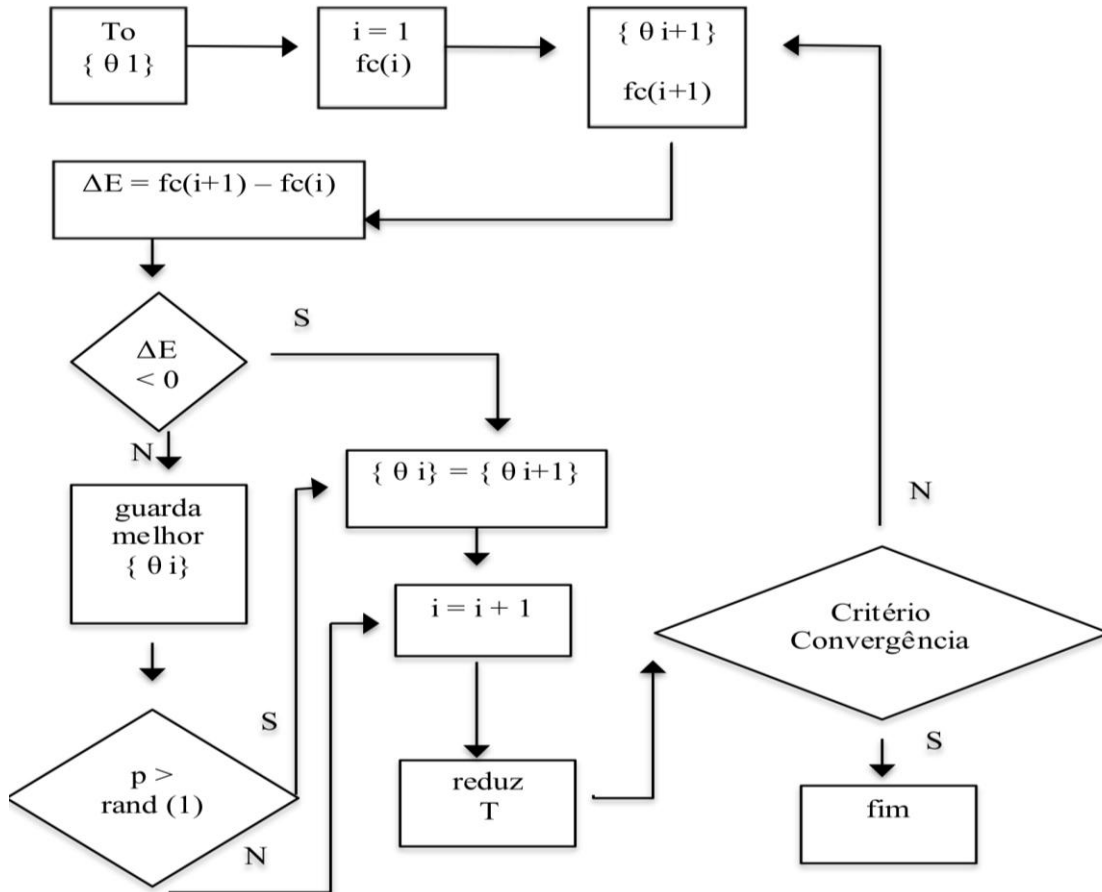


Figura 24 – Esquema do *simulated annealing*

### 3.6.1 Temperatura Inicial

A escolha de uma boa temperatura inicial é de fundamental importância para o resultado obtido com o método simulated annealing. A temperatura está associada à probabilidade de serem aceitos estados com energia maior, o que é importante num primeiro momento (temperatura alta) a fim de se fugir de mínimos locais, porém, com a evolução do algoritmo, um possível mínimo global vai sendo identificado. Nesse instante (temperatura baixa), é interessante que se mantenha a busca próximo a esse ponto. A escolha de uma temperatura inicial baixa induzirá uma busca restrita, podendo-se perder o mínimo global. Uma temperatura inicial alta demais levará a uma busca em uma área muito grande, gerando alto custo computacional e tempo requerido. Outra consideração importante é que com temperaturas iniciais altas, erros de ponto flutuante podem aparecer devido a se terem grandes valores sendo calculados pela função. Diversos são os métodos de definição dessa temperatura inicial [86], [90], [91] e [92].

No presente trabalho foi utilizado o método de Kirkpatrick [90], que consiste em se começar com uma temperatura arbitrária, deixar a otimização se desenvolver “por algumas centenas de movimentos” e se determinar o percentual de aceitação. O autor sugere 80%. Johnson *et al.* [93] trabalham com 30 a 40% de aceitação.

Para se determinar a temperatura inicial, a primeira tentativa foi com 1000 K e foram considerados 200 movimentos do algoritmo, sendo, ao final, anotado o número de estados aceitos. A temperatura era, então aumentada e o procedimento se repetia. Essa rotina foi executada diversas vezes, gerando um gráfico temperatura x mudanças de estados, a fim de se observar uma estabilização [94]. Ao final, considerava-se a menor temperatura a partir da qual o número de estados aceitos se estabilizou.

### 3.7 Monte Carlo com cadeia de Markov (MCMC)

#### 3.7.1 Inferência Bayesiana

A solução de um problema inverso na inferência Bayesiana é a função de densidade de probabilidade (pdf) dos parâmetros ( $\theta$ ) tendo-se as observações  $X$  (torque) a *posteriori* ( $P(\theta|X)$ ). O teorema de Bayes utiliza dados anteriores codificados em distribuição de probabilidade para gerar novas informações.

O que se procura é a densidade de probabilidade da posterior ( $P(\theta|X)$ )

$$P(\theta|X) = \frac{P(X/\theta) * P(\theta)}{P(X)} \quad (15)$$

onde  $P(\theta|X)$  é a verossimilhança, a probabilidade de se obter a leitura  $X$ , dados os parâmetros  $\theta$ . Ela quantifica a qualidade do ajustamento do parâmetro candidato [95];  $p_{priori}(\theta)$  é a densidade *a priori* dos parâmetros (informações sobre os parâmetros, antes de se fazerem as medições) e  $P(X)$  a densidade de probabilidade das medições.

Uma outra forma de se enxergar uma identificação de parâmetros, na ótica Bayesiana, é considerar que, tendo-se os dados obtidos, qual a probabilidade de que a teoria esteja correta [96].

$P(X)$  funciona como uma constante de normalização, logo pode-se escrever que

$$P(\theta) \propto P(\theta|X) * P_{priori}(\theta) \quad (16)$$

Para a solução do problema inverso, pode-se ter diversos vetores de parâmetros, ou mesmo subespaços lineares, que resultam na mesma  $P(\Theta|X)$ . Por isso, a distribuição *a priori* pode funcionar como uma regularização do problema mal-posto.

Para a distribuição *a priori* dos parâmetros a serem identificados foi utilizada a uniforme, baseada no fato de se desconhecer uma distribuição padrão para os mesmos e também para se usar uma distribuição *a priori* não-informativa, a fim de se evitar qualquer influência em suas estimativas.

De acordo com o Teorema do Limite Central<sup>3</sup>, a distribuição da média das amostras aproxima-se da curva normal, conforme o tamanho da amostra aumente. Considerando-se, ainda, que os valores dos torques são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), tem-se que

$$p(X|\theta) = \frac{1}{(2\pi\sigma_T^2)^{-1/2}} e^{\left[-\frac{(X-X(\theta))^T(X-X(\theta))}{2\sigma_T^2}\right]} \quad (17)$$

Sendo  $F(\theta)$  o torque calculado com os parâmetros candidatos e  $X$  o torque.

Ao se utilizar técnicas estatísticas para se resolver um problema inverso, alguns princípios são seguidos [68].

- 1 – todas as variáveis são modeladas como aleatórias;
- 2 – essa aleatoriedade descreve o nível de informação a respeito de suas realizações;
- 3 – o grau de informação dessas variáveis é codificado em distribuições de probabilidade;
- 4 – a solução do problema inverso é a distribuição posterior de probabilidade (*posteriori*)

Ainda segundo os autores, o correto não é se perguntar qual o valor do parâmetro, mas sim qual informação que se tem sobre o mesmo.

### 3.7.2 Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo explora o espaço de estados da *posteriori* e aproxima a esperança da função  $f(\theta)$  pela média da amostra. Quanto maior o número ( $n$ ) de elementos dessa amostra, mais precisa é essa aproximação (lei dos grandes números). O valor de  $n$  não é fixo, é determinado pelo usuário.

---

<sup>3</sup> Alguns autores nomeiam como Teorema Central do Limite

### 3.7.3 Cadeia de Markov

Para se varrer o espaço de  $\theta$  foi utilizada a cadeia de Markov, que simula um passeio aleatório, buscando uma convergência para uma distribuição estacionária, que é a procurada. A cadeia de Markov tem a propriedade de o estado  $j$  depender apenas do estado  $i$  anterior. A probabilidade de transição de  $i$  para  $j$  não sofre a influência de qualquer outro estado anterior. Para que se obtenha a distribuição de equilíbrio (estacionária), a cadeia deve ser :

(1) homogênea, i.e. as probabilidades de transição de um estado para outro são invariantes;

(2) irredutível, i.e. cada estado pode ser atingido a partir de qualquer outro em um número finito de iterações;

(3) aperiódica, i.e. não haja estados absorventes.

### 3.7.4 Metropolis-Hastings

Para se gerar a cadeia de Markov será utilizado o algoritmo de Metropolis-Hastings, que gera valores candidatos de uma função densidade de probabilidade auxiliar (proposta)  $q(\theta^* | \theta)$ , onde  $\theta^*$  é o novo valor do parâmetro (novo estado) e  $\theta$  o estado atual. O novo estado  $\theta^*$  é aceito com a probabilidade dada pela Razão de Hastings:

$$\alpha(\theta, \theta^*) = \min\left[1, \frac{p(\theta^* | X)q(\theta | \theta^*)}{p(\theta | X)q(\theta^* | \theta)}\right]$$

(18)

sendo  $p(\theta | X)$  a distribuição a *posteriori* de interesse. Caso a distribuição seja simétrica, com a mesma probabilidade de se ir de  $\theta$  para  $\theta^*$  quanto de  $\theta^*$  para  $\theta$  [  $p(\theta^* | \theta) = p(\theta | \theta^*)$  ], a razão de Hastings simplifica-se e tem-se o método de Metrópolis, onde a aceitação depende apenas da razão entre a *posteriori* no estado proposto e atual. Com a utilização da razão de Hastings, não é necessário saber  $P(X)$ , que já fora considerada uma constante de normalização.

A geração de candidatos foi feita como uma escolha pseudo-randômica<sup>4</sup> em todo o intervalo constituído pelos limites inferior ( $\theta_{inf}$ ) e superior ( $\theta_{sup}$ ) do parâmetro, com um passo ( $w$ )

---

<sup>4</sup> não se conseguem números puramente randômicos no computador, todos são determinísticos. Existem diversos algoritmos para se gerar cadeias longas de números pseudo-randômicos, mas não se pode garantir que não se tenha uma repetição de sequências.

$$\theta_{\text{cand}2} = \theta_{\text{cand}1} + (2 * \text{rand}(1) - 1) * (\theta_{\text{sup}} - \theta_{\text{inf}}) * w \quad (19)$$

O passo ( $w$ ) influencia na taxa de aceitação e um valor desejado seria 23% [97], ou entre 15% e 40% [98]. Enquanto o algoritmo está rodando, Müller [99] e Chib e Greenberg [100] fazem adaptações no passo. Um algoritmo com passo automático é apresentado por Graves [101]. Caso o passo ( $w$ ) seja muito pequeno, a maioria dos candidatos é aceita e a convergência é muito lenta. Se o passo ( $w$ ) for grande demais, a convergência também será lenta, mas com uma taxa de aceitação baixa [102]. O algoritmo de Metropolis é utilizado no *simulated annealing* (SA).

### 3.7.5 Quantidade de cadeias de Markov

Uma das características da cadeia de Markov é que, com o aumento do número de iterações, há a tendência de “esquecer” os estados iniciais e convergir para uma distribuição estacionária. Esse período inicial é chamado de “aquecimento”, ou *burn-in*.

Na literatura discute-se se é melhor rodar várias cadeias menores ou uma longa, mas não existe uma regra, nem mesmo consenso [103]. De acordo com Gelman e Rubin [104], é computacionalmente mais vantajoso rodar várias cadeias menores que uma única com o mesmo comprimento. Gelman e Shirley [105], sugerem rodar 3 ou mais cadeias. Outros autores ensaiaram com 10 cadeias [13], [106]. Para Geyer [107], no entanto, deve-se fazer uma única cadeia muito longa.

### 3.7.6 Convergência da Cadeia de Markov para a distribuição estacionária

A detecção da convergência da cadeia de Markov para uma distribuição estacionária é importante, pois a pdf da *posteriori*, que é a solução procurada, só ocorre após essa convergência [108].

Um dos pontos críticos do método MCMC é exatamente esse: determinar a partir de que ponto é seguro parar a amostragem e utilizá-la para se estimar as características da distribuição de interesse. Não se pode dizer com certeza que uma amostra finita é representativa da distribuição estacionária procurada [109].

Gilks *et al.* [110] consideram a detecção visual a mais óbvia e comumente utilizada, mas diversos métodos numéricos foram desenvolvidos com esse fim. Cowles e Carlin [111] listam 12 deles, dos quais o de Gelman e Rubin (1992) e o de Raftery e

Lewis (1992) são os dois mais populares. No sentido oposto, Geyer [107] defende que não é necessário descartar as amostras iniciais da cadeia de Markov.

A fim de se fugir da influência dos valores iniciais das distribuições, a cadeia deve possuir um número muito grande de elementos para uma boa inferência. Não sendo possível esse número muito grande, deve-se ter algum acompanhamento para a convergência para a distribuição estacionária.

### **3.7.7 O método de Gelman Rubin**

O método desenvolvido por Gelman e Rubin [104] consiste na geração de diversas cadeias de Markov com diferentes pontos iniciais e posterior comparação da média e da variância de cada cadeia com aquelas da cadeia única gerada pela combinação de todas. Não se tem, porém, uma garantia de convergência, pois é possível que as cadeias não tenham passeado por todo o espaço [108].

A comparação dos parâmetros inter e intracadeia gera um fator de redução de escala potencial – PSRF-, que indica convergência se próximo à unidade. Valores acima de 1,2 indicam convergência fraca [110].

### **3.7.8 Monte Carlo, o MCMC e a biomecânica**

Na biomecânica, o uso do método de Monte Carlo é bem difundido em diversas áreas, p.e., para a estimação da ativação do reto femoral [112], localização dos eixos de rotação do membro inferior (quadril, joelho e tornozelo) [113], análise de EMG [114], de parâmetros do polegar [115] e [116], análise de fratura de braço de criança [117], modelo do cotovelo [118], estudo do ombro [119]–[121], do joelho [122]–[124], da espinha dorsal [125], dos ossos [126], da língua [127] e das unidades motoras [128].

Com o uso específico do MCMC tem-se [13] para a modelagem do polegar, [129], onde os autores informam ser a primeira vez que o MCMC é usado para melhorar um modelo biomecânico grande e realista e [114] e [130] sobre EMG.



# Capítulo 4

## Resultados

‘Tudo que não puder contar como fez, não faça’  
Kant (*apud* [131])

### 4.1 Temperatura inicial (*Simulated Annealing*)

A temperatura inicial foi determinada conforme seção 3.6.1, iniciando-se o evento com 1000K e tendo-se 200 iterações do algoritmo, ao final das quais é anotado o número de mudança de estados e a temperatura inicial de cada evento. A temperatura sofre um incremento de 20% e todo o processo é repetido, tendo-se um novo evento. Ao final de 50 eventos é gerada a Figura 13.

Pela Figura, nota-se o aumento do número de mudanças de estado, até uma estabilização.

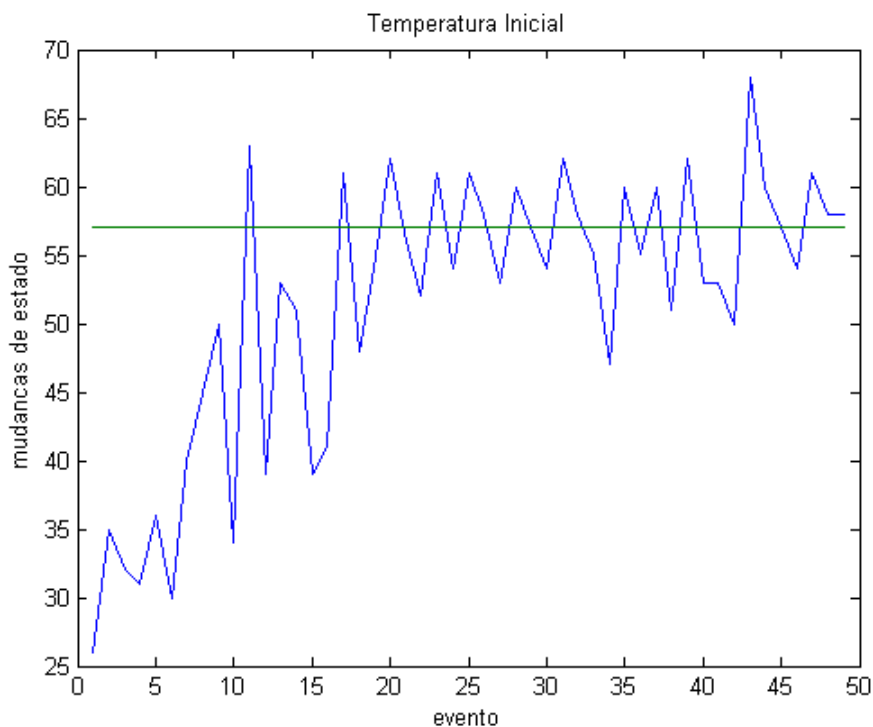


Figura 25 – Quantidade de mudanças de estado por evento. Cada evento equivale a 200 iterações do algoritmo e possui uma temperatura inicial 20% superior à do evento anterior

Na Figura 14 tem-se um detalhe do gráfico anterior, porém relacionando o número de mudança de estados e a temperatura inicial de cada estado (K).

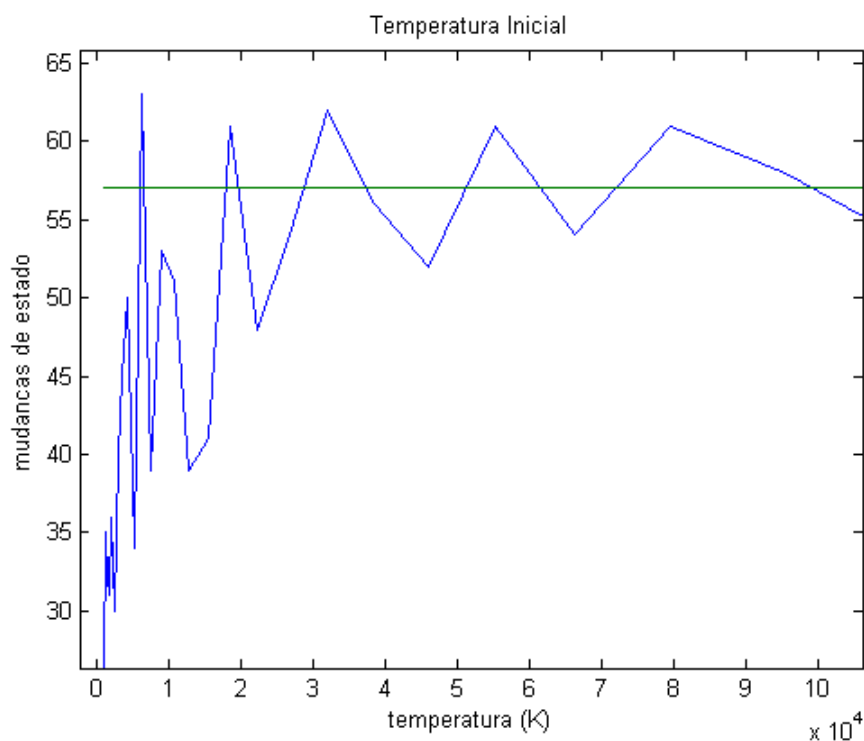


Figura 26 – Quantidade de mudança de estados em função da temperatura inicial de cada evento, que corresponde a 200 iterações do algoritmo

Sabe-se que quanto maior a temperatura, maior o custo computacional do algoritmo, razão pela qual busca-se a primeira temperatura (menor) após a estabilização. A média arredondada de mudança de estados é 57 (28,5%), correspondendo à temperatura inicial de  $6,1917 \times 10^3$  K.

## 4.2 Aquecimento (MCMC)

O método de Gelman-Rubin [104] foi utilizado para se determinar o período de aquecimento da amostra, chegando-se a 40000 estados em função das cadeias de Markov do  $L_{ST}$ . Na figura 15 tem-se a evolução dos valores do RT das cadeias referentes à  $F_{OM}$  do sóleo.

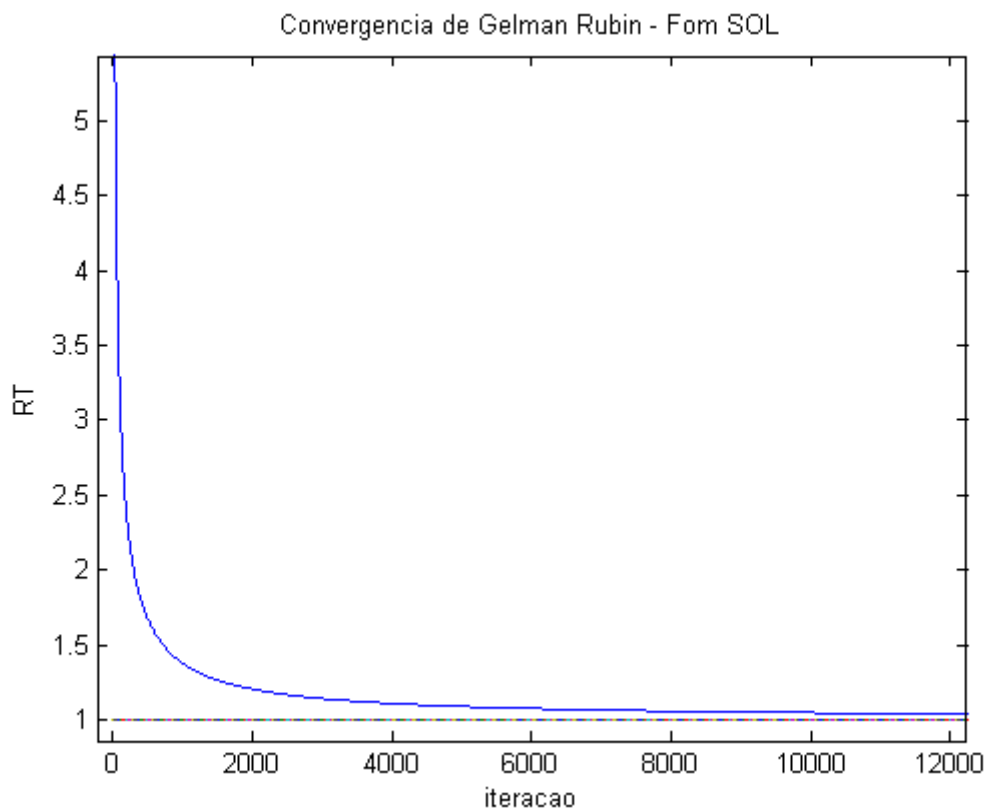


Figura 27 – Valor do Fator de Redução de Escala Potencial (RT) do método de Gelman Rubin para as cadeias de Markov da FOM do sóleo

### 4.3 Cadeias de Markov (MCMC)

Na Figura 16 pode-se verificar a característica da cadeia de Markov de “esquecer” seus valores iniciais.

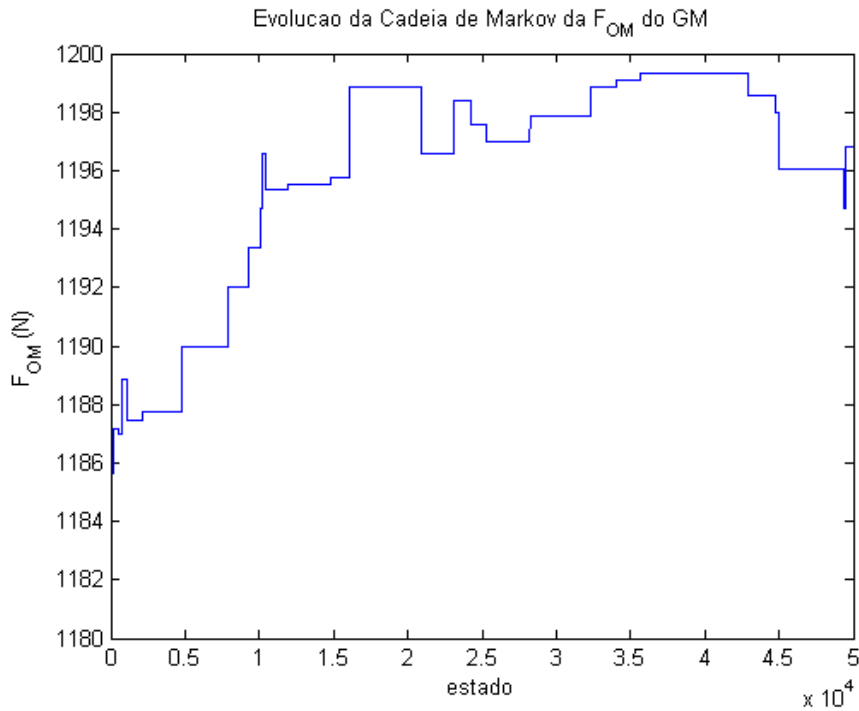


Figura 28 - Cadeia de Markov da  $F_{OM}$  do gastrocnêmio medial mostrando o ponto inicial aleatório e a convergência para uma distribuição estacionária

A Figura 17 mostra as cadeias de  $\alpha$  ocupando todo o domínio, demonstrando uma sensibilidade muito baixa do parâmetro. Essa figura foi gerada para a identificação apenas do parâmetro.

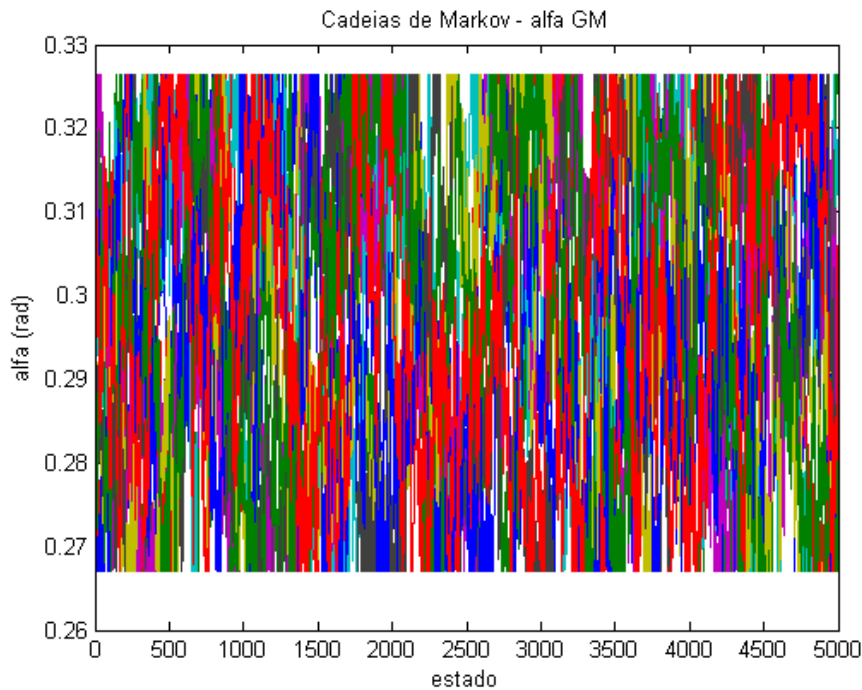


Figura 29 - evolução das 10 cadeias de Markov do  $\alpha$  do gastrocnêmio medial mostrando os pontos iniciais aleatórios e a ocupação de todo o domínio do parâmetro, indicando sua baixa sensibilidade (MCMC para identificação apenas do  $\alpha$ )

Para a análise da sensibilidade local via cadeia de Markov, cada parâmetro deve ser testado individualmente, senão o de menor sensibilidade vai nortear a taxa de aceitação, influenciando nos demais parâmetros. No presente caso, o  $L_{ST}$  é o mais sensível.

#### 4.4 Erros nas identificações dos parâmetros

Para fins de comparação entre os valores dos parâmetros identificados por cada método, tomou-se o valor fixo do SA e a média dos valores do MCMC.

Nas Tabelas 3, 4 e 5 constam os erros percentuais entre o valor correto do parâmetro e o identificado.

Tabela 3 – Erros (%) na identificação de  $L_{ST}$  para cada músculo e cada algoritmo utilizado.

Erro (%) de $L_{ST}$			
Algoritmo	Sóleo	GM	GL
SA	1,90	3,14	3,32
MCMC	0,56	0,64	1,43
Menor erro	MCMC	MCMC	MCMC

Tabela 4 - Erros (%) na identificação da  $F_{OM}$  para cada músculo e cada algoritmo utilizado

Erro (%) de $F_{OM}$			
Algoritmo	Sóleo	GM	GL
SA	2,82	5,12	0,61
MCMC	0,92	9,97	5,74
Menor erro	MCMC	SA	SA

Tabela 5 - Erros (%) na identificação de  $\alpha$  para cada músculo e cada algoritmo utilizado

Erro (%) de $\alpha$			
Algoritmo	Sóleo	GM	GL
SA	4,38	10,41	6,81
MCMC	1,33	1,31	2,44
Menor erro	MCMC	MCMC	MCMC

As Figuras 18 a 20 apresentam um gráfico de barras com os erros (%) de cada método de identificação. As 2 barras de cada músculo referem-se aos 2 métodos de identificação, a primeira aos valores do SA e a segunda aos do MCMC.

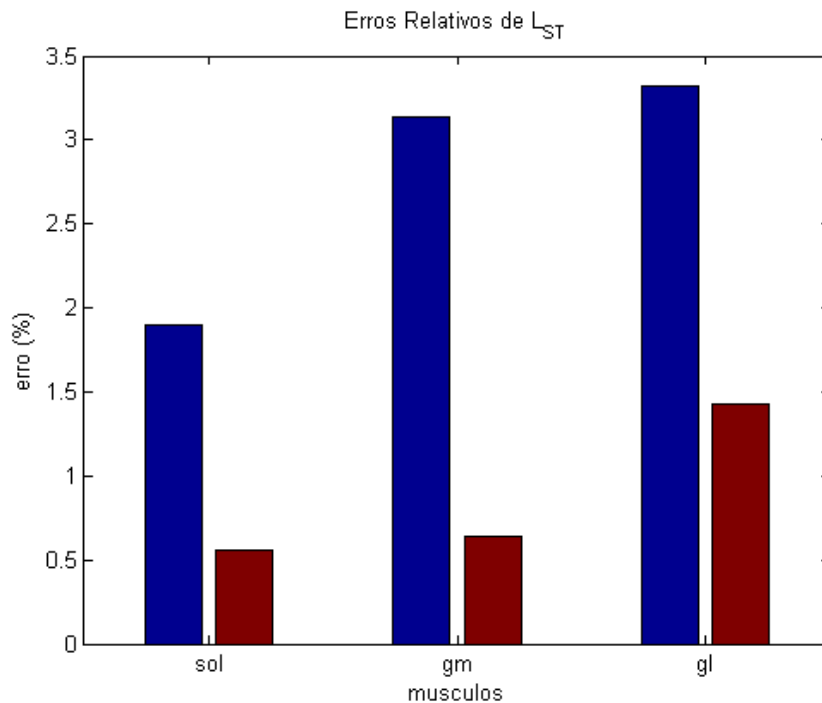


Figura 30 - erros (%) na identificação do  $L_{ST}$ . Cada músculo possuiu 2 barras, sendo a primeira referente ao SA e a segunda ao MCMC

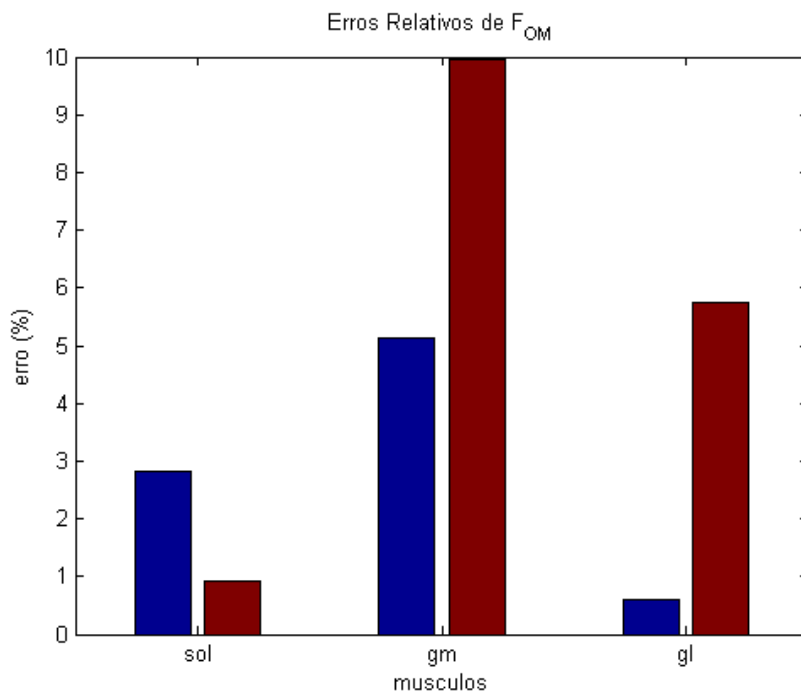


Figura 31 - erros (%) na identificação da  $F_{OM}$ . Cada músculo possuiu 2 barras, sendo a primeira referente ao SA e a segunda ao MCMC

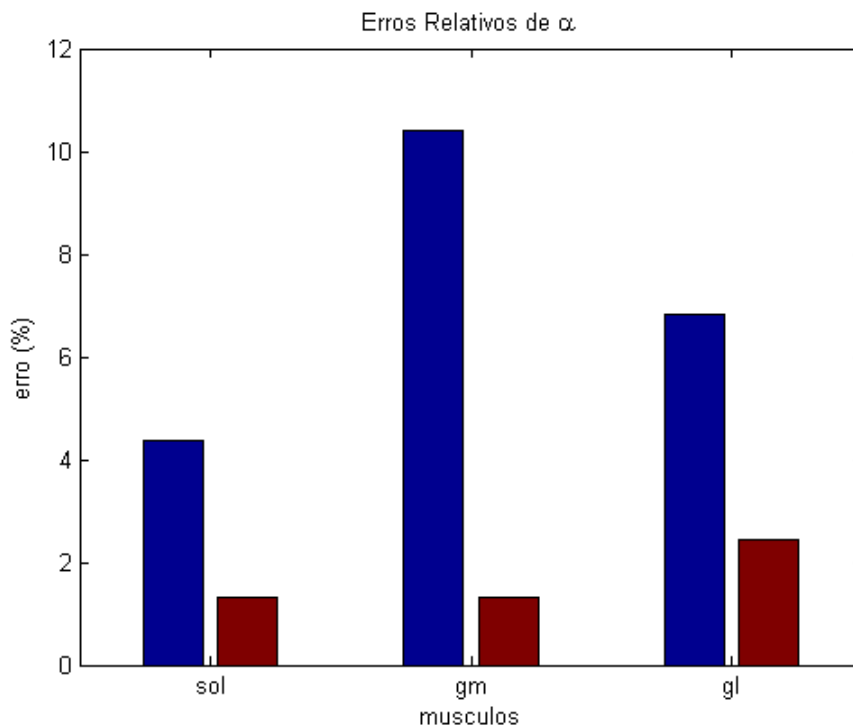


Figura 32 - erros (%) na identificação do  $\alpha$ . Cada músculo possuiu 2 barras, sendo a primeira referente ao SA e a segunda ao MCMC

#### 4.5 Torques com os parâmetros identificados

Após a identificação dos parâmetros pelos dois métodos, foram geradas curvas de torque e comparadas com o pseudo torque medido no dinamômetro ( $Tor_{meas}$ ), conforme Figura 21, onde “medido” se refere ao  $Tor_{meas}$ , “SA”, ao torque gerado com os parâmetros identificados através do *simulated annealing*, e “mcmc” é referente à identificação via MCMC.

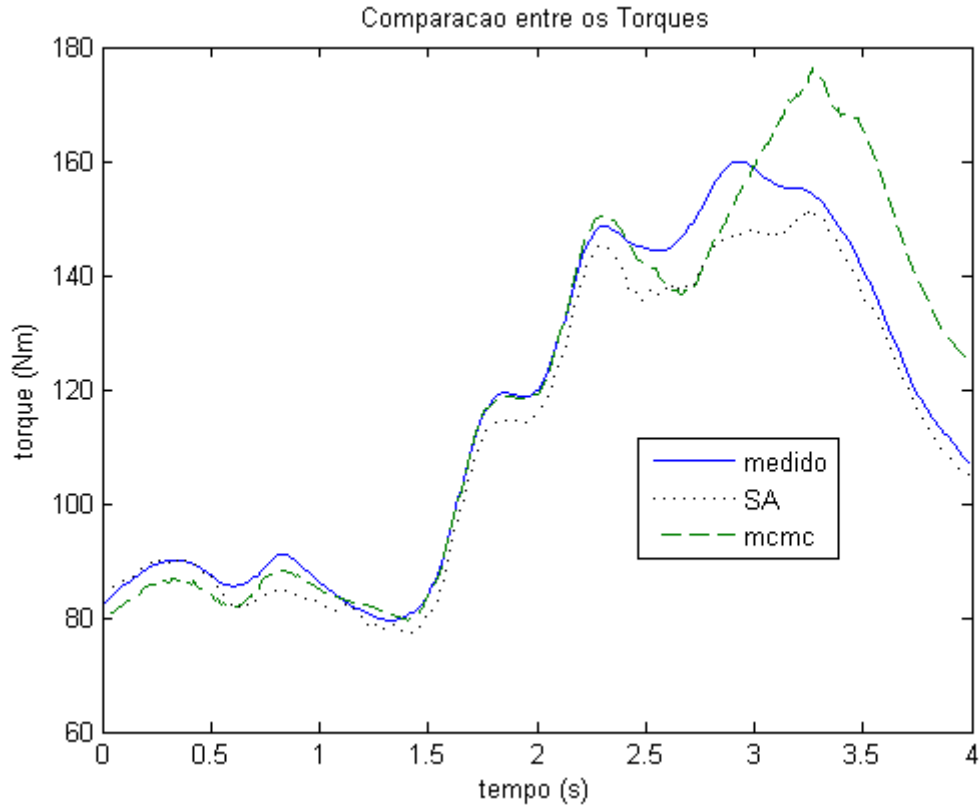


Figura 33 - comparação entre o pseudo torque medido no dinamômetro ( $Tor_{meas}$ ) e o torque calculado com os parâmetros identificados através do *simulated annealing* (SA) e do MCMC

#### 4.6 Erro RMS

Tendo-se os torques gerados com os parâmetros identificados através dos 4 métodos, calculou-se o erro RMS entre eles e o  $Tor_{meas}$  (Tabela 6).

Tabela 6 – Comparação do erro RMS entre o torque calculado por cada método e o  $Tor_{meas}$

Método	RMS (Nm)
SA	5,31
MCMC	10,08

O menor erro RMS correspondeu ao SA, cujo gráfico do torque se encontra na Figura 21.



# Capítulo 5

## Discussão

“ não sei, só sei que foi assim”  
(Chicó, em O Auto da Compadecida,  
de Ariano Suassuna)

A visualização da cadeia de Markov fornece dados importantes, tais como a convergência, a sensibilidade e a adequabilidade da distribuição proposta e do passo.

O  $\alpha$  se mostrou pouco sensível e ao se ter a cadeia de Markov apenas desse parâmetro, a mesma passou por toda a faixa possível para o parâmetro.

Outros estudos ([15], [14]), utilizando o mesmo modelo e movimento, também identificaram essa sensibilidade muito baixa, razão pela qual se justifica que o seu valor seja considerado fixo e determinado pela literatura, evitando-se o custo computacional de sua identificação.

O  $L_{ST}$  é o parâmetro mais sensível dos três e ao se proceder à identificação dos 3 parâmetros ao mesmo tempo para os 3 músculos, essa baixa sensibilidade influencia no resultado do conjunto.

Com os valores identificados por cada método foi gerado um torque que, comparado com o  $Tor_{meas}$  gerou um erro RMS (Tabela 6), mostrando que os ajustes das curvas foram bons. A identificação que gerou o menor erro RMS foi o *simulated annealing*, apesar de nas identificações de cada parâmetro o MCMC ter apresentado erro individual menor na maioria dos parâmetros (Tabelas 3 a 5).

A distribuição *a priori* pode funcionar como uma regularização do problema mal-posto ao fornecer informações complementares às que são fornecidas pela verossimilhança [132]. No presente caso, a *a priori* foi considerada uniforme, a menos informativa.

Os sistemas envolvidos na geração dos torques nas articulações são complexos, não-lineares, com muitos graus de liberdade. São normalmente redundantes, compensatórios e adaptativos [39]. Cada músculo tem seus próprios parâmetros biomecânicos e o torque medido pelo dinamômetro é o torque total na articulação. Deve-se ficar atento para o fato de que diferentes combinações dos parâmetros e dos torques individuais dos músculos podem gerar o mesmo torque único final.

Os erros nas identificações também podem ocorrer caso as distribuições possuam mais de uma média (multimodal) e o método tenha ficado preso a uma delas. No caso do SA, pode ter ficado preso a um mínimo local.

# Capítulo 6

## Conclusão

“Eu pinto tantas telas somente porque busco a espontaneidade e,  
depois de expressar algo com muita felicidade,  
não tenho mais coragem de acrescentar o que quer que seja”

Picasso, 1964

Exposição Picasso e a Modernidade Espanhola

Centro Cultural Banco do Brasil

24/08/2015

Rio de Janeiro, Brasil

Uma nova abordagem matemática da consagrada relação força x velocidade de contração isotônica do músculo [18] foi realizada, a fim de alimentar um modelo muscular dinâmico para contração concêntrica e excêntrica que foi testado tanto para o quadríceps femoral quanto para o tríceps sural. No presente trabalho apenas o último grupamento muscular foi considerado.

O modelo utilizado (PEB/COPPE/UFRJ) possui 4 variáveis de estado (4 ODEs) e é alimentado por dados facilmente acessíveis do programa público OpenSim [29]. As entradas são a excitação neural e o ângulo instantâneo da articulação.

Para a identificação de 3 parâmetros biomecânicos ( $L_{ST}$ ,  $F_{OM}$  e  $\alpha$ ), utilizaram-se técnicas de otimização, *simulated annealing* (SA), e inferência Bayesiana, Monte Carlo com cadeia de Markov (MCMC), com o algoritmo de Metrópolis-Hastings, trabalho original para o tríceps sural. Ambos os métodos, com suas particularidades, mostraram-se robustos e viáveis para lidarem com os erros inerentes às medições.

Tratou-se de uma validação numérica de método para posterior individualização dos parâmetros biomecânicos com a utilização de um dinamômetro. Para se simularem os dados experimentais, foi gerada uma curva de torque determinístico com os parâmetros fornecidos na literatura [29], adicionada por um erro aleatório com características medidas na saída do próprio dinamômetro.

O SA identifica o parâmetro como um valor fixo, enquanto que o MCMC como uma função de distribuição de probabilidades. Essa abordagem sob um ponto de vista Bayesiano se justifica por se tratar de identificação onde há erros de medição e os

parâmetros são fisiológicos, além de variarem de acordo com o indivíduo, sua alimentação, cansaço, saúde, nível de aquecimento e com o tempo.

Como possíveis causas para as diferenças nas identificações tem-se que os sistemas geradores de torque nas articulações normalmente são redundantes, compensatórios e adaptativos [39]. O SA pode ter ficado preso em áreas de mínimos locais ou, no caso do MCMC, a distribuição a *posteriori* do parâmetro pode ser multimodal.

Nenhum dos métodos identificou os valores exatos dos parâmetros, apesar de todos terem gerado curvas de torque próximas à calculada com os parâmetros nominais, com maior ou menor erro RMS. Para fins de se simular um modelo musculoesquelético de dinâmica direta, essa identificação é aceitável, pois gera um torque na articulação dinamicamente consistente, apesar do ainda alto custo computacional. Deve-se salientar, no entanto, que tal custo não afeta o uso como diagnóstico e análise da evolução dos quadros clínicos de pacientes, acompanhamento da eficácia de treinamentos físicos e orientação para tratamentos fisioterápicos. Para uso na área da saúde, porém, os métodos não se mostraram precisos o suficiente.

Para se obter maior precisão na identificação, deve-se resolver o problema da redundância de torques atuando na articulação. Tratando-se de parâmetros fisiológicos, seria mais indicado um enfoque sob o ponto de vista de se obter uma distribuição de probabilidades para os valores dos parâmetros biomecânicos.

Na formulação matemática do modelo, uma possível melhora seria a adaptação numérica para que as curvas da parte concêntrica e da excêntrica tenham a mesma derivada no ponto em que a velocidade de contração muscular seja zero (isometria), a fim de se diminuir o custo computacional na verificação da velocidade de contração e escolha da equação correspondente ao movimento.

Como aplicação direta, pode-se aprimorar o aplicativo EMGD-FE [3] –seção 2.1.3.1-, incorporando-se ao mesmo o movimento isocinético.

# Referências

- [1] Erdemir, A.; McLean, S.; Herzog, W. e van den Bogert, A. J. “Model-based estimation of muscle forces exerted during movements”, *Clin. Biomech. Bristol Avon*, vol. 22, n° 2, p. 131–154, fev. 2007.
- [2] Dao, T. T. e Dao, T. T. “Musculoskeletal Simulation for Assessment of Effect of Movement-Based Structure-Modifying Treatment Strategies, Musculoskeletal Simulation for Assessment of Effect of Movement-Based Structure-Modifying Treatment Strategies”, *J. Comput. Med. J. Comput. Med.*, vol. 2015, 2015, p. e939480, dez. 2015.
- [3] Menegaldo, L. L.; de Oliveira, L. F. e Minato, K. K. “EMGD-FE: an open source graphical user interface for estimating isometric muscle forces in the lower limb using an EMG-driven model”, *Biomed. Eng. Online*, vol. 13, n° 1, p. 37, abr. 2014.
- [4] Scovil, C. Y. e Ronsky, J. L. “Sensitivity of a Hill-based muscle model to perturbations in model parameters”, *J. Biomech.*, vol. 39, n° 11, p. 2055–2063, jan. 2006.
- [5] Arnold, A. S.; Salinas, S.; Asakawa, D. J. e Delp, S. L. “Accuracy of muscle moment arms estimated from MRI-based musculoskeletal models of the lower extremity”, *Comput. Aided Surg. Off. J. Int. Soc. Comput. Aided Surg.*, vol. 5, n° 2, p. 108–119, 2000.
- [6] Li, L., Tong, K. Y.; Hu, X.L.; Hung, L. K. e Koo, T. K. K. “Incorporating ultrasound-measured musculotendon parameters to subject-specific EMG-driven model to simulate voluntary elbow flexion for persons after stroke”, *Clin. Biomech. Bristol Avon*, vol. 24, n° 1, p. 101–109, jan. 2009.
- [7] Menegaldo, L. L. e Oliveira, L. F. “Effect of muscle model parameter scaling for isometric plantar flexion torque prediction”, *J. Biomech.*, vol. 42, n° 15, p. 2597–2601, nov. 2009.
- [8] Hoy, M. G.; Zajac, F. E. e Gordon, M. E. “A musculoskeletal model of the human lower extremity: The effect of muscle, tendon, and moment arm on the moment-angle relationship of musculotendon actuators at the hip, knee, and ankle”, *J. Biomech.*, vol. 23, n° 2, p. 157–169, 1990.
- [9] Out, L.; Vrijkotte, T. G.; van Soest, A. J. e Bobbert, M. F., “Influence of the parameters of a human triceps surae muscle model on the isometric torque-angle relationship”, *J. Biomech. Eng.*, vol. 118, n° 1, p. 17–25, fev. 1996.

- [10] Lloyd, D. G. e Buchanan, T. S. “A model of load sharing between muscles and soft tissues at the human knee during static tasks”, *J. Biomech. Eng.*, vol. 118, nº 3, p. 367–376, ago. 1996.
- [11] Lloyd, D.G. e Besier, T. F.; “An EMG-driven musculoskeletal model to estimate muscle forces and knee joint moments in vivo”, *J. Biomech.*, vol. 36, nº 6, p. 765–776, jun. 2003.
- [12] Shao, Q.; Bassett, D. N.; Manal, K. e Buchanan, T. S. “An EMG-driven model to estimate muscle forces and joint moments in stroke patients”, *Comput. Biol. Med.*, vol. 39, nº 12, p. 1083–1088, dez. 2009.
- [13] Santos, V. J. e Valero-Cuevas, F. J. “A Bayesian approach to biomechanical modeling to optimize over large parameter spaces while considering anatomical variability”, *Conf. Proc. Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc. IEEE Eng. Med. Biol. Soc. Annu. Conf.*, vol. 6, p. 4626–4629, 2004.
- [14] Heine, C. B. e Menegaldo, L. L. “Triceps surae biomechanical parameters identification using the Markov Chain Monte Carlo Method”, in *ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics*, Barcelona, Spain, 2015.
- [15] Heine, C. B. e Menegaldo, L. L. “Identificação de Parâmetros Biomecânicos do Tríceps Sural através do Método de Monte Carlo via Cadeia de Markov”, in *Encontro Nacional de Engenharia Biomecânica*, Uberlândia, MG, Brasil, 2015.
- [16] van Campen, A.; Pipeleers, G.; de Groote, F.; Jonkers, I. e de Schutter, J. “A new method for estimating subject-specific muscle-tendon parameters of the knee joint actuators: a simulation study: estimating subject-specific muscletendon parameters”, *Int. J. Numer. Methods Biomed. Eng.*, vol. 30, nº 10, p. 969–987, out. 2014.
- [17] Stewart, I. *Será que Deus joga dados?: A nova matemática do caos*. Zahar, 1991.
- [18] Hill, A. V. “The Heat of Shortening and the Dynamic Constants of Muscle”, *Proc. R. Soc. B Biol. Sci.*, vol. 126, nº 843, p. 136–195, out. 1938.
- [19] Abbott, B. C. e Wilkie, D. R. “The relation between velocity of shortening and the tension-length curve of skeletal muscle”, *J. Physiol.*, vol. 120, nº 1–2, p. 214–223, abr. 1953.

- [20] Zajac, F. E. “Muscle and tendon: properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control”, *Crit. Rev. Biomed. Eng.*, vol. 17, p. 359–411., 1989.
- [21] Pang, B. S. F. e Ying, M. “Sonographic Measurement of Achilles Tendons in Asymptomatic Subjects Variation With Age, Body Height, and Dominance of Ankle”, *J. Ultrasound Med.*, vol. 25, n° 10, p. 1291–1296, out. 2006.
- [22] Bear, M. F. *Neuroscience: exploring the brain*, 3rd ed. Philadelphia, PA: Lippincott Williams & Wilkins, 2007.
- [23] Basmajian, J. V. “Electromyography Comes of Age”, *Science*, vol. 176, n° 4035, p. 603–609, maio 1972.
- [24] Adrian, E. D. e Bronk, D. W. “The discharge of impulses in motor nerve fibres: Part I. Impulses in single fibres of the phrenic nerve”, *J. Physiol.*, vol. 66, n° 1, p. 81–101, set. 1928.
- [25] Adrian, E. D. e Bronk, D. W. “The discharge of impulses in motor nerve fibres”, *J. Physiol.*, vol. 67, n° 2, p. 13-151, mar. 1929.
- [26] de Luca, C. J. “The use of surface electromyography in biomechanics”, *J. Appl. Biomech.*, vol. 13, p. 135–163, 1997.
- [27] Hermens, H. J. e Roessingh Research and Development BV, Orgs., *European recommendations for surface ElectroMyoGraphy: results of the SENIAM project*. Enschede: Roessingh Research and Development, 1999.
- [28] Buchanan, T. S.; Lloyd, D. G.; Manal, K. e Besier, T. F. “Neuromusculoskeletal Modeling: Estimation of Muscle Forces and Joint Moments and Movements From Measurements of Neural Command”, *J. Appl. Biomech.*, vol. 20, n° 4, p. 367–395, nov. 2004.
- [29] Delp, S. *et al.* “OpenSim: Open-source Software to Create and Analyze Dynamic Simulations of Movement”, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 2007.
- [30] Krishnaswamy, P.; Brown, E. N. e Herr, H. M. “Human Leg Model Predicts Ankle Muscle-Tendon Morphology, State, Roles and Energetics in Walking”, *PLoS Comput. Biol.*, vol. 7, n° 3, p. e1001107, mar. 2011.
- [31] Schutte, L. M.; Rodgers, M. M.; Zajac, F. E. e Glaser, R. M. “Improving the efficacy of electrical stimulation-induced leg cycle ergometry: an analysis based on a dynamic musculoskeletal model”, *Rehabil. Eng. IEEE Trans. On*, vol. 1, n° 2, p. 109–125, 1993.

- [32] Menegaldo, L. L.; Fleury, A. e Weber, H. “Moment arms and musculotendon lengths estimation for a three-dimensional lower-limb model”, *J. Biomech.*, vol. 37, nº 9, p. 1447–1453, set. 2004.
- [33] Oliveira, V. B. “Compartilhamento de torque extensor de joelho entre os músculos do quadríceps femoral por modelo EMG-Driven”, UFRJ/COPPE, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.
- [34] Verneque, D. R. O. “Análise da Coativação e Compartilhamento de Torque do Tríceps Sural em Idosos por Modelo EMG-Driven”, UFRJ/COPPE, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.
- [35] Menegaldo, L. L. “Dynamics and Control of Musculoskeletal Systems”, apresentado em 9th Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications, Serra Negra - SP - Brazil, 2010, p. 71–78.
- [36] Menegaldo, L. L. “Quadriceps Dynamic Model Tuning from Isokinetic Knee Torque using Optimization: a Numerical Simulation Study”, in *Congress on Numerical Methods in Engineering*, Bilbao, Spain, 2013.
- [37] Manal, K. e Buchanan, T. S. “A one-parameter neural activation to muscle activation model: estimating isometric joint moments from electromyograms”, *J. Biomech.*, vol. 36, nº 8, p. 1197–1202, ago. 2003.
- [38] Piazza, S. J. e Delp, S. L. “The influence of muscles on knee flexion during the swing phase of gait”, *J. Biomech.*, vol. 29, nº 6, p. 723–733, jun. 1996.
- [39] Menegaldo, L. L. “Modelagem Matemática, Simulação e Controle Artificial da Postura em Seres Humanos”, Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.
- [40] Enoka, R. M. “Eccentric contractions require unique activation strategies by the nervous system”, *J. Appl. Physiol.*, vol. 81, nº 6, p. 2339–2346, 1996.
- [41] Hamill, J. e Knutzen, K. *Biomechanical basis of human movement*, 3rd ed. Philadelphia: Wolters Kluwer Health/Lippincott Williams and Wilkins, 2009.
- [42] Barber, L.; Barrett, R. e Lichtwark, G. “Passive muscle mechanical properties of the medial gastrocnemius in young adults with spastic cerebral palsy”, *J. Biomech.*, vol. 44, nº 13, p. 2496–2500, set. 2011.
- [43] Manal, K. e Buchanan, T. S. “Subject-Specific Estimates of Tendon Slack Length: A Numerical Method”, *J. Appl. Biomech.*, vol. 20, nº 2, p. 195–203, maio 2004.



- [44] Benke, K. K.; Lowell, K. E. e Hamilton, A. J. “Parameter uncertainty, sensitivity analysis and prediction error in a water-balance hydrological model”, *Math. Comput. Model.*, vol. 47, n° 11–12, p. 1134–1149, jun. 2008.
- [45] Thiele, J. C.; Kurth, W. e Grimm, V. “Facilitating Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Agent-Based Models: A Cookbook Using NetLogo and R”, *J. Artif. Soc. Soc. Simul.*, vol. 17, n° 3, p. 11, 2014.
- [46] Pérez, C. J.; Martín, J. e Rufo, M. J. “Sensitivity estimations for Bayesian inference models solved by MCMC methods”, *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 91, n° 10–11, p. 1310–1314, out. 2006.
- [47] Maganaris, C. N. “A predictive model of moment–angle characteristics in human skeletal muscle: Application and validation in muscles across the ankle joint”, *J. Theor. Biol.*, vol. 230, n° 1, p. 89–98, set. 2004.
- [48] Ackland, D. C.; Lin, Y. C. e Pandy, M. G. “Sensitivity of model predictions of muscle function to changes in moment arms and muscle–tendon properties: A Monte-Carlo analysis”, *J. Biomech.*, vol. 45, n° 8, p. 1463–1471, maio 2012.
- [49] Tsaopoulos, D. E.; Baltzopoulos, V.; Maganaris, C. N. e Richards, P. “Errors in the measurement of knee joint moment during isokinetic and isometric tests”, *J. Biomech.*, vol. 39, Supplement 1, p. S38, 2006.
- [50] Lugon Júnior, J.; Pinheiro, R. P. F.; Vasconcellos, J. F. V. e Silva Neto, A. J. “Estudo de Sensibilidade Aplicado ao Problema Simultâneo de Difusão de Calor e Massa”, in *XXV Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computação Científica*, 2002.
- [51] Gerdle, B. e Långström, M. “Repeated isokinetic plantar flexions at different angular velocities”, *Acta Physiol. Scand.*, vol. 130, n° 3, p. 495–500, 1987.
- [52] Cunningham, D. A.; Morrison, D.; Rice, C. L. e Cooke, C. “Ageing and isokinetic plantar flexion”, *Eur. J. Appl. Physiol.*, vol. 56, n° 1, p. 24–29, 1987.
- [53] Niesen-Vertommen, S. L.; Taunton, J. E.; Clement, D. B. e Mosher, R. E. “The Effect of Eccentric versus Concentric Exercise in the Management of Achilles Tendonitis”, *Clin. J. Sport Med.*, vol. 2, n° 2, 1992.
- [54] Barber, L. A.; Barrett, R. S.; Gillett, G.; Cresswell, A. G. e Lichtwark, G. A. “Neuromechanical properties of the triceps surae in young and older adults”, *Exp. Gerontol.*, vol. 48, n° 11, p. 1147–1155, nov. 2013.

[55] Hébert-Losier, K. e Holmberg, H. C. “Dynamometric Indicators of Fatigue From Repeated Maximal Concentric Isokinetic Plantar Flexion Contractions Are Independent of Knee Flexion Angles and Age but Differ for Males and Females”:, *J. Strength Cond. Res.*, vol. 28, n° 3, p. 843–855, 2014.

[56] So C H, Siu, T. O.; Chan, K. M.; Chin, M. K. e Li, C. T. “Isokinetic profile of dorsiflexors and plantar flexors of the ankle--a comparative study of élite versus untrained subjects.”, *Br. J. Sports Med.*, vol. 28, n° 1, p. 25–30, mar. 1994.

[57] Li, R. C.; Wu, Y.; Maffulli, N.; Chan, K. M. e Chan, J. L. “Eccentric and concentric isokinetic knee flexion and extension: a reliability study using the Cybex 6000 dynamometer.”, *Br. J. Sports Med.*, vol. 30, n° 2, p. 156–160, 1996.

[58] Aagaard, P. Simonsen. E, B.; Andersen, J. L.; Magnusson, S. P.; Halkjær-Kristensen, J. e Dyhre-Poulsen, P. “Neural inhibition during maximal eccentric and concentric quadriceps contraction: effects of resistance training”, *J. Appl. Physiol.*, vol. 89, n° 6, p. 2249–2257, 2000.

[59] Hemmleb, J.; Johnson, L. A. e Simonson, E. R. *Fantasmas do Everest - em busca de Mallory e Irvine*. São Paulo - Brasil: Companhia das Letras, 1999.

[60] Garner, B. A. e Pandy, M. G. “Estimation of Musculotendon Properties in the Human Upper Limb”, *Ann. Biomed. Eng.*, vol. 31, n° 2, p. 207–220, fev. 2003.

[61] Hatze, H. “Estimation of myodynamic parameter values from observations on isometrically contracting muscle groups”, *Eur. J. Appl. Physiol.*, vol. 46, n° 4, p. 325–338, 1981.

[62] Burden, A. “How should we normalize electromyograms obtained from healthy participants? What we have learned from over 25years of research”, *J. Electromyogr. Kinesiol.*, vol. 20, n° 6, p. 1023–1035, dez. 2010.

[63] Herzog, W. “The relation between the resultant moments at a joint and the moments measured by an isokinetic dynamometer”, *J. Biomech.*, vol. 21, n° 1, p. 5–12, 1988.

[64] Kaufman, K. R.; An, K. N. e Chao, E. Y. S. “A comparison of intersegmental joint dynamics to isokinetic dynamometer measurements”, *J. Biomech.*, vol. 28, n° 10, p. 1243–1256, out. 1995.

[65] Tsaopoulos, D. E.; Baltzopoulos, V.; Maganaris, C. N. e Richards, P. “Errors in the measurement of knee joint moment during isokinetic and isometric tests”, *J. Biomech.*, vol. 39, Supplement 1, p. S38, 2006.

- [66] Biodex Medical System, Inc. – New York, USA, “Biodex Multi-joint System - Pro - Setup / Operational Manual”. 2006.
- [67] Rockar Jr, P. A. “The subtalar joint: anatomy and joint motion”, *J. Orthop. Sports Phys. Ther.*, vol. 21, n° 6, p. 361–372, 1995.
- [68] Kaipio, J.; e Somersalo, E. *Statistical and computational inverse problems*. New York: Springer, 2005.
- [69] van Oijen, M. *et al.*, “Bayesian calibration, comparison and averaging of six forest models, using data from Scots pine stands across Europe”, *For. Ecol. Manag.*, vol. 289, p. 255–268, fev. 2013.
- [70] Martínez, I.; Wiegand, T.; Camarero, J. J.; Batllori, E. e Gutiérrez, E. “Disentangling the formation of contrasting tree-line physiognomies combining model selection and Bayesian parameterization for simulation models”, *Am. Nat.*, vol. 177, n° 5, p. E136–E152, 2011.
- [71] Drouin, J. M.; Valovich-mcLeod, T. C.; Shultz, S. J.; Gansneder, B. M. e Perrin, D. H. “Reliability and validity of the Biodex system 3 pro isokinetic dynamometer velocity, torque and position measurements”, *Eur. J. Appl. Physiol.*, vol. 91, n° 1, p. 22–29, jan. 2004.
- [72] Hadamard, J. *Lectures on Cauchy’s Problem in Linear Partial Differential Equations*. Dover Phoenix, New York, NY, USA, 1923.
- [73] Colaço, M. J.; Orlande, H. R. e Dulikravich, G. S. “Inverse and optimization problems in heat transfer”, *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 28, n° 1, p. 1–24, 2006.
- [74] Pinheiro, R. P.; SILVA, A. e Roberty, N. C. “Solução do problema inverso de transferência radiativa com momentos de q-discrepância”, in *Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering (ENCIT), CIT04-0604, Rio de Janeiro (Brazil)*, 2004.
- [75] Beck, J. V. e Woodbury, K. A. “Inverse problems and parameter estimation: integration of measurements and analysis”, *Meas. Sci. Technol.*, vol. 9, n° 6, p. 839, 1998.
- [76] Orlande, H. R.; Colaço, M. J.; Cotta, C. P. N., Guimarães, G. e Valério, L “Probelamas Inversos em Transferência de Calor”, *Notas Em Matemática Apl.*, vol. 51, 2011.

- [77] de Azevedo, C. A. V.; Merkley, G. P. e Walker, W. R. “Non-linear Optimization in the Real-Time Solution of the Inverse Furrow Irrigation Problem”, *Rev. Bras. Eng. Agríc. E Ambient.*, vol. 1, nº 1, p. 43–49, 1997.
- [78] Cirino, R. L.; Knupp, D. C.; e Neto, A. J. S. “Aplicação do Algoritmo dos Vagalumes na Identificação Simultânea da Espessura Óptica e Albedo com Variação Espacial em Problema Inverso de Transferência Radiativa”.
- [79] Lund Ohlsson, M. e Gulliksson, M. “Least squares approach to inverse problems in musculoskeletal biomechanics”, 2009.
- [80] Serrancolí, G.; Kinney, A. L.; Fregly, B. J. e Font-Llagunes, J. M. “Neuromusculoskeletal Model Calibration Significantly Affects Predicted Knee Contact Forces for Walking”, *J. Biomech. Eng.*, vol. 138, nº 8, p. 081001–081001, jun. 2016.
- [81] Hartig, F.; Dislich, C.; Wiegand, T. e Huth, A. “Supplementary material for Technical Note: Approximate Bayesian parameterization of a process-based tropical forest model”, 2014.
- [82] Park, D.; Woo, J. H.; Bennert, V. H.; Treu, T.; Auger, M. W. e Malkan, M. A. “Cosmic evolution of black holes and spheroids. V. The relation between Black Hole Mass and Host Galaxy Luminosity for a sample of 79 active galaxies”, *Astrophys. J.*, vol. 799, nº 2, p. 164, 2015.
- [83] Bermejo, S. e Cabestany, J. “Oriented principal component analysis for large margin classifiers”, *Neural Netw.*, vol. 14, nº 10, p. 1447–1461, dez. 2001.
- [84] Beck, J. V. e Arnold, K. J. “Parameter Estimation in Engineering and Science”, *Int. Stat. Rev. Rev. Int. Stat.*, vol. 47, nº 1, p. 85, 1977.
- [85] Heine, C. B. e Menegaldo, L. L. “Numerical Validation of a Subject-Specific Parameter Identification Approach of a Quadriceps Femoris EMG-Driven Model”, *Submetido Para O J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, submetido em agosto 2016.
- [86] Kirkpatrick, S.; Gelatt, C. D. e Vecchi, M. P. “Optimization by simulated annealing”, *Science*, vol. 220, nº 4598, p. 671–680, 1983.
- [87] Manal, K.; Gravare-Silbernagel, K. e Buchanan, T. S. “A real-time EMG-driven musculoskeletal model of the ankle”, *Multibody Syst. Dyn.*, vol. 28, nº 1–2, p. 169–180, ago. 2012.
- [88] Neptune, R. R.; Wright, I. C. e van den Bogert, A. J. “A method for numerical simulation of single limb ground contact events: application to heel-toe running”, *Comput Methods Biomech Biomed Eng*, vol. 3, nº 4, p. 321–334, 2000.

- [89] Heine, C. B. e Menegaldo, L. L. “Identificação de Parâmetros Individuais de um Modelo Biomecânico do Tríceps Sural”, in *Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica*, Uberlândia, MG, Brasil, 2014.
- [90] Kirkpatrick, S. “Optimization by simulated annealing: Quantitative studies”, *J. Stat. Phys.*, vol. 34, nº 5–6, p. 975–986, mar. 1984.
- [91] Johnson, D. S.; Aragon, C. R.; McGeoch, L. A. e Schevon, C. “Optimization by simulated annealing: an experimental evaluation; part I, graph partitioning”, *Oper. Res.*, vol. 37, nº 6, p. 865–892, 1989.
- [92] Ben-Ameur, W. “Computing the initial temperature of simulated annealing”, *Comput. Optim. Appl.*, vol. 29, nº 3, p. 369–385, 2004.
- [93] Johnson, D. S.; Aragon, C. R.; McGeoch, L. A. e Schevon, C. “Optimization by simulated annealing: an experimental evaluation; part II, graph coloring and number partitioning”, *Oper. Res.*, vol. 39, nº 3, p. 378–406, 1991.
- [94] Vigeh, A. “Investigation of a Simulated Annealing Cooling Schedule used to Optimize the Estimation of the Fiber Diameter Distribution in a Peripheral Nerve Trunk”, M.Sc., Faculty of California Polytechnic State University, San Luis Obispo, 2011.
- [95] Hartig, F.; Dislich, C.; Wiegand, T. e Huth, A. “Technical Note: Approximate Bayesian parameterization of a process-based tropical forest model”, *Biogeosciences*, vol. 11, nº 4, p. 1261–1272, fev. 2014.
- [96] Dienes, Z. “Bayesian Versus Orthodox Statistics: Which Side Are You On?”, *Perspect. Psychol. Sci.*, vol. 6, nº 3, p. 274–290, maio 2011.
- [97] Roberts, G. O.; Gelman, A. e Gilks, W. R. “Weak convergence and optimal scaling of random walk Metropolis algorithms”, *Ann. Appl. Probab.*, vol. 7, nº 1, p. 110–120, fev. 1997.
- [98] Gelman, A.; Roberts, G. e Gilks, W. “Efficient metropolis jumping rules”, *Bayesian Stat.*, vol. 5, nº 599–608, p. 42, 1996.
- [99] Müller, P. *A generic approach to posterior integration and Gibbs sampling*. Purdue University, Department of Statistics, 1991.
- [100] Chib, S. e Greenberg, E. “Understanding the metropolis-hastings algorithm”, *Am. Stat.*, vol. 49, nº 4, p. 327–335, 1995.
- [101] Graves, T. L. “Automatic step size selection in random walk Metropolis algorithms”, *ArXiv Prepr. ArXiv11035986*, 2011.

[102] Mueller, J. L. e Siltanen, S. *Linear and nonlinear inverse problems with practical applications*, vol. 10. Siam, 2012.

[103] Thiele, J. C.; Kurth, W. e Grimm, V. “Facilitating parameter estimation and sensitivity analysis of agent-based models: A cookbook using NetLogo and R”, *J. Artif. Soc. Soc. Simul.*, vol. 17, n° 3, p. 11, 2014.

[104] Gelman, A. e Rubin, D. B. “Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences”, *Stat. Sci.*, vol. 7, n° 4, p. 457–472, nov. 1992.

[105] Gelman, A. e Shirley, K. “Inference from simulations and monitoring convergence”, *Handb. Markov Chain Monte Carlo*, p. 163–174, 2011.

[106] Santos, V. J.; Bustamante, C. D. e Valero-Cuevas, F. J. “Improving the Fitness of High-Dimensional Biomechanical Models via Data-Driven Stochastic Exploration”, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 56, n° 3, p. 552–564, mar. 2009.

[107] Geyer, C. “Introduction to Markov Chain Monte Carlo”, in *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*, S. Brooks, A. Gelman, G. Jones, e X.-L. Meng, Orgs. Florida, United States: CRC Press, 2011, p. 620.

[108] Peltonen, J.; Venna, J. e Kaski, S. “Visualizations for assessing convergence and mixing of Markov chain Monte Carlo simulations”, *Comput. Stat. Data Anal.*, vol. 53, n° 12, p. 4453–4470, out. 2009.

[109] Cowles, M. K. e Carlin, B. P. “Markov chain Monte Carlo convergence diagnostics: a comparative review”, *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 91, n° 434, p. 883–904, 1996.

[110] Gilks, W. R.; Richardson, S. e Spiegelhalter, D. J.; Orgs., *Markov chain Monte Carlo in practice*. Boca Raton, Fla: Chapman & Hall, 1998.

[111] Cowles, M. K.; e Carlin, B. P. “Markov chain Monte Carlo convergence diagnostics: a comparative review”, *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 91, n° 434, p. 883–904, 1996.

[112] Reed, E.B.; Hanson, A. M. e Cavanagh, P. R. “Optimising muscle parameters in musculoskeletal models using Monte Carlo simulation”, *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engin.*, set. 2013.

[113] Martelli, S.; Valente, G.; Viceconti, M. e Taddei, F. “Sensitivity of a subject-specific musculoskeletal model to the uncertainties on the joint axes location”, *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engin.*, p. 1–9, jun. 2014.

[114] Johnson, T. D.; Elashoff, R. M. e Harkema, S. J. “A Bayesian change-point analysis of electromyographic data: detecting muscle activation patterns and associated applications”, *Biostatistics*, vol. 4, n° 1, p. 143–164, jan. 2003.

[115] Valero-Cuevas, F. J.; Johanson, M. E. e Towles, J. D. “Towards a realistic biomechanical model of the thumb: the choice of kinematic description may be more critical than the solution method or the variability/uncertainty of musculoskeletal parameters”, *J. Biomech.*, vol. 36, n° 7, p. 1019–1030, jul. 2003.

[116] Santos, V. J. e Valero-Cuevas, F. J. “Reported anatomical variability naturally leads to multimodal distributions of Denavit-Hartenberg parameters for the human thumb”, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 53, n° 2, p. 155–163, fev. 2006.

[117] Davidson, P. L.; Chalmers, D. J. e Wilson, B. D. “Stochastic-rheological simulation of free-fall arm impact in children: application to playground injuries”, *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engin.*, vol. 7, n° 2, p. 63–71, abr. 2004.

[118] Langenderfer, J. E.; Hughes, R. E. e Carpenter, J. E. “A stochastic model of elbow flexion strength for subjects with and without long head biceps tear”, *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engin.*, vol. 8, n° 5, p. 315–322, out. 2005.

[119] Hughes, R. E. e An, K. N. “Monte Carlo simulation of a planar shoulder model”, *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 35, n° 5, p. 544–548, set. 1997.

[120] Chang, Y. W.; Hughes, R. E.; Su, F. C.; Itoi, E. e An, K. N. “Prediction of muscle force involved in shoulder internal rotation”, *J. Shoulder Elb. Surg. Am. Shoulder Elb. Surg. Al*, vol. 9, n° 3, p. 188–195, jun. 2000.

[121] Langenderfer, J. E.; Carpenter, J. E.; Johnson, M. E.; An, K. e Hughes, R. E. “A Probabilistic Model of Glenohumeral External Rotation Strength for Healthy Normals and Rotator Cuff Tear Cases”, *Ann. Biomed. Eng.*, vol. 34, n° 3, p. 465–476, mar. 2006.

[122] Dhaher, Y. Y. “Monte Carlo-based musculoskeletal modeling suggests passive tissue afferents have optimal role in promoting knee stability”, in *Engineering in Medicine and Biology, 2002. 24th Annual Conference and the Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society EMBS/BMES Conference, 2002. Proceedings of the Second Joint*, 2002, vol. 3, p. 2499–2500 vol.3.

[123] McLean, S. G.; Su, A. e van den Bogert, A. J. “Development and validation of a 3-D model to predict knee joint loading during dynamic movement”, *J. Biomech. Eng.*, vol. 125, n° 6, p. 864–874, dez. 2003.

[124] McLean, S. G.; Huang, X.; Su, A. e van den Bogert, A. J. “Sagittal plane biomechanics cannot injure the ACL during sidestep cutting”, *Clin. Biomech. Bristol Avon*, vol. 19, nº 8, p. 828–838, out. 2004.

[125] Mirka G. A. e Marras, W. S. “A stochastic model of trunk muscle coactivation during trunk bending”, *Spine*, vol. 18, nº 11, p. 1396–1409, set. 1993.

[126] Laz, P.J.; Stowe, J. Q.; Baldwin, M. A.; Petrella, A. J. e Rullkoetter, P. J. “Incorporating uncertainty in mechanical properties for finite element-based evaluation of bone mechanics”, *J. Biomech.*, vol. 40, nº 13, p. 2831–2836, 2007.

[127] Perrier, P.; Perkell, J.; Payan, Y.; Zandipour, M.; Guenther, F. e Khalighi, A. “Degrees of freedom of tongue movements in speech may be constrained by biomechanics”, *ArXiv Prepr. ArXiv07091405*, 2007.

[128] Keenan, K. G. e Valero-Cuevas, F. J. “Experimentally valid predictions of muscle force and EMG in models of motor-unit function are most sensitive to neural properties”, *J. Neurophysiol.*, vol. 98, nº 3, p. 1581–1590, set. 2007.

[129] Santos, V. J.; Bustamante, C. D. e Valero-Cuevas, F. J. “Improving the Fitness of High-Dimensional Biomechanical Models via Data-Driven Stochastic Exploration”, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 56, nº 3, p. 552–564, mar. 2009.

[130] Sanger, T. D. “Bayesian Filtering of Myoelectric Signals”, *J. Neurophysiol.*, vol. 97, nº 2, p. 1839–1845, nov. 2006.

[131] Cortella, M. S. “Entrevista Exclusiva com o Professor e Filósofo Mario Sérgio Cortella | Revista RH Online”, disponível em <[www.revistarhonline.com.br/site/toda-tentativa-de-ser-soberano-numa-vida-em-comunidade-e-acima-de-tudo-uma-fratura-etica-2/](http://www.revistarhonline.com.br/site/toda-tentativa-de-ser-soberano-numa-vida-em-comunidade-e-acima-de-tudo-uma-fratura-etica-2/)>, acesso em: 20/09/2016.

[132] Siltanen, S. “MAT-52506 Inverse Problems”, *Lect. Note Version*, vol. 10, 2009.



# Apêndice A

“Oração encontrada no corpo do Aspirante paraquedista Zirnheld, das Forças Armadas Francesas Livres, morto em combate em 1942 na Líbia, norte da África. Traduzida por Zarco Moniz Ferreira e constante no livro "Les Paras", de Ervan Bergot. Foi transcrita no BI nr 07 da Bda Aet, de 17 Jan 69, com a determinação que esta fosse a Oração do Paraquedista brasileiro.”

(Transcrito do site da Secretaria Geral do Exército

<http://www.sgex.eb.mil.br/index.php/oracoes/267-oracao-do-paraquedista>)

Dai-me, Senhor meu Deus, o que Vos resta;  
Aquilo que ninguém Vos pede.  
Não Vos peço o repouso nem a tranqüilidade,  
Nem da alma nem do corpo.  
Não Vos peço a riqueza nem o êxito nem a saúde

Tantos Vos pedem isso, meu Deus,  
Que já não Vos deve sobrar para dar.  
Dai-me, Senhor, o que Vos resta,  
Dai-me aquilo que todos recusam.  
Quero a insegurança e a inquietação

Quero a luta e a tormenta.  
Dai-me isso, meu Deus, definitivamente;  
Dai-me a certeza de que essa será a minha parte para sempre,  
Porque nem sempre terei a coragem de Vo-la pedir.

Dai-me, Senhor, o que Vos resta,  
Dai-me aquilo que os outros não querem;  
Mas dai-me, também, a coragem  
E a força e a fé.