



ALGORITMO PARA RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS BIDIMENSIONAIS
PARA SISTEMA DE TOMOGRAFIA POR IMPEDÂNCIA ELÉTRICA
BASEADO EM CONFIGURAÇÃO MULTITERMINAIS

Felipe Dalvi Garcia

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Biomédica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Biomédica.

Orientadores: Marcio Nogueira de Souza
Alexandre Visintainer Pino

Rio de Janeiro
Setembro de 2012

ALGORITMO PARA RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS BIDIMENSIONAIS
PARA SISTEMA DE TOMOGRAFIA POR IMPEDÂNCIA ELÉTRICA
BASEADO EM CONFIGURAÇÃO MULTITERMINAIS

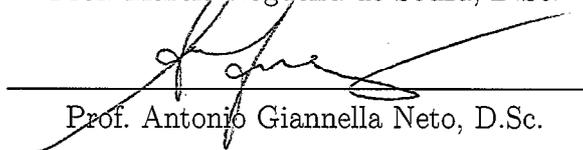
Felipe Dalvi Garcia

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
BIOMÉDICA.

Examinada por:



Prof. Marcio Nogueira de Souza, D.Sc.



Prof. Antonio Giannella Neto, D.Sc.



Prof. Paulo Sergio Ramirez Diniz, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
SETEMBRO DE 2012

Dalvi Garcia, Felipe

Algoritmo para Reconstrução de Imagens Bidimensionais para Sistema de Tomografia por Impedância Elétrica Baseado em Configuração Multiterminais/Felipe Dalvi Garcia. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2012.

XX, 112 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Marcio Nogueira de Souza

Alexandre Visintainer Pino

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Biomédica, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 100 – 111.

1. Tomografia por Impedância elétrica. 2. Bioimpedância. 3. Configuração Multiterminais. I. Souza, Marcio Nogueira de *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Biomédica. III. Título.

*À minha família, especialmente
ao meu pai.*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente ao meu Bom Deus, não como uma mera e costumeira formalidade, mas porque se não fosse por Seu amor incondicional eu não teria conseguido cruzar toda esta jornada de superação. Parafraseando Sir Isaac Newton, posso dizer que se enxerguei mais longe foi porque eu estava sobre os ombros do maior de todos os Gigantes, do Deus Todo-Poderoso que me sustentou até aqui e que certamente continuará ao meu lado em todos os momentos vindouros.

Agradeço à minha família por ter me ajudado em todos os momentos ao longo desses anos. À minha mãe Cecília, pelas constantes e pacientes palavras de ânimo e pela frequente presença na minha vida, apesar da distância. Ao meu irmão Camilo, pela força, pelo apoio, pela maneira irreverente e contagiante de ver a vida e por ter se tornado um grande amigo ao longo dos anos. Ao meu saudoso pai Olival, que desde o início disse “Vá, meu filho, siga o seu sonho!”, quando decidi sair do conforto do meu lar para estudar em outro estado, sem imaginar os desafios que eu enfrentaria. Sempre pude ver em seus olhos e sentir em suas palavras o contentamento por eu ter avançado mais um passo na carreira acadêmica que, infelizmente, ele não pôde seguir. Tenho certeza de que se ele estivesse aqui estaria muito orgulhoso... À minha família em Cristo, a qual estou unido por laços mais fortes que os sanguíneos, pelas orações cujas respostas estão materializadas nas folhas deste trabalho. Esta dissertação é o resultado das interseções de todos vocês.

Quero agradecer aos professores do Programa de Engenharia Biomédica, por terem compartilhado de seu conhecimento, permitindo-me dar os primeiros passos nesta área tão incrível e desafiadora que é a engenharia biomédica. Em especial, aos meus orientadores, Prof. Marcio Nogueira de Souza e Prof. Alexandre Visintainer Pino, que acreditaram em mim e que souberam me motivar e me desafiar na medida certa, aliando praticidade a preciosismo. Obrigado pela paciência e pela confiança. Posso dizer, sem demagogias e bajulações, que vocês são os melhores!

Sou grato aos meus amigos, que nunca deixaram de me apoiar e de ouvir minhas intermináveis reclamações sobre a igualmente interminável dissertação. Aos meus grandes amigos mais que irmãos Léo, Dudu e Glauber que, apesar da distância e da minha frequente ausência, não deixaram que a amizade esmorecesse. Aos meus amigos de apartamento, Diogo e Márcio, que me receberam em sua casa e tiveram

a paciência de me suportar quando precisei. Aos amigos do mestrado, em especial à Ju, que foi minha parceira de trabalho no laboratório, ao Leonardo, ao Alcendino e ao Marcelo, pelas conversas divertidas, descontraídas e divagadoras e por toda ajuda nesta reta final na redação da minha dissertação. Aos amigos do Laboratório de Instrumentação Biomédica, ao Daniel Morim e ao Filipe Maia, que foi meus braços direito e esquerdo em toda a parte eletrônica do sistema de aquisição de EIT. Valeu, Filipão!

Aos funcionários do Programa de Engenharia Biomédica, com destaque para Alexandre Jacobina e Edna, cujas presteza e boa vontade minimizaram contratemplos e agilizaram muitas das burocracias.

Por fim, mas não menos importante, agradeço aos companheiros de trabalho da Fio cruz, sem os quais muitas das etapas necessárias neste trabalho não teriam sido realizadas. Especialmente, ao Agnaldo, à Andréa, ao Armando, ao Julio Waltér, ao Damasceno e a todos os colegas das oficinas de carpintaria, mecânica, usinagem, eletrônica e balança, que de alguma forma contribuíram com ideias e com a confecção de algumas das plataformas experimentais.

A todos aqueles que de alguma forma contribuíram para que eu chegasse até aqui: muito obrigado!

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ALGORITMO PARA RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS BIDIMENSIONAIS
PARA SISTEMA DE TOMOGRAFIA POR IMPEDÂNCIA ELÉTRICA
BASEADO EM CONFIGURAÇÃO MULTITERMINAIS

Felipe Dalvi Garcia

Setembro/2012

Orientadores: Marcio Nogueira de Souza
Alexandre Visintainer Pino

Programa: Engenharia Biomédica

A Tomografia por Impedância Elétrica (EIT) é um método de imageamento de baixo custo, não invasivo, portátil e livre de radiação ionizante, capaz de mapear a distribuição das propriedades elétricas de tecidos biológicos. Apesar da baixa resolução das imagens reconstruídas, quando comparadas a outras técnicas de imageamento tomográfico, tem-se observado uma série de aplicações clínicas nas quais a EIT é utilizada para monitorar a atividade de determinados tecidos do corpo humano. A maioria dos sistemas de EIT comerciais tem sido pautada no paradigma originalmente proposto de uma configuração multiportas. Este trabalho apresenta um algoritmo de reconstrução de imagens absolutas e diferenciais para um sistema alternativo de EIT que usa uma configuração multiterminais. O algoritmo é baseado na associação entre o plano tomográfico do volume condutor e um sistema eletrostático análogo. Para avaliar o algoritmo, imagens de EIT foram reconstruídas a partir de dados obtidos experimentalmente em tanque com solução salina e submetidas a métricas estabelecidas para este propósito. Quantitativamente, as imagens absolutas e diferenciais reconstruídas com o algoritmo proposto apresentaram, respectivamente, erro de posição de $3,58 \pm 3,61\%$ e $-2,68 \pm 4,86\%$, oscilação de $0,35 \pm 1,46\%$ e $10,1 \pm 10,7\%$, resolução de $28,7 \pm 1,73\%$ e $29,0 \pm 1,72\%$, e deformação de $12,1 \pm 5,05\%$ e $7,52 \pm 3,67\%$. Em ambos os casos, foi possível distinguir entre dois objetos à distância de cerca de 20,0% do diâmetro do tanque. Visto que o algoritmo não possui nenhum processo de filtragem, tais resultados foram considerados satisfatórios, semelhantes aos obtidos por outros algoritmos de reconstrução e encorajadores para trabalhos futuros visando melhorias.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ALGORITHM FOR TWO-DIMENSIONAL IMAGE RECONSTRUCTION FOR
A MULTITERMINAL-BASED ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY
SYSTEM

Felipe Dalvi Garcia

September/2012

Advisors: Marcio Nogueira de Souza
Alexandre Visintainer Pino

Department: Biomedical Engineering

Electrical Impedance Tomography (EIT) is a low cost, non-invasive, portable and free of ionizing radiation method for imaging the distribution of the electric properties of biological tissues. Despite the low resolution of the reconstructed images when compared with other tomographic techniques, there is a range of clinical applications in which the EIT has been used to monitor the activity of certain body tissues. Most of commercial EIT systems are based on the original paradigm defined as a multiport configuration. This work presents an algorithm developed to reconstruct absolute and differential images for an alternative multiterminal-based EIT system. The algorithm is based on the association between the tomographic plane of the conductor volume and an analogous electrostatic system. To evaluate the algorithm, EIT images were reconstructed using data obtained experimentally in a saline solution tank subjected to metrics established for this purpose. Quantitatively, absolute and differential EIT images reconstructed by the proposed algorithm presented, respectively, position error of $3.58 \pm 3.61\%$ and $-2.68 \pm 4.86\%$, ringing of $0.35 \pm 1.46\%$ and $10.1 \pm 10.7\%$, resolution of $28.7 \pm 1.73\%$ and $29.0 \pm 1.72\%$, and shape deformation of $12.1 \pm 5.05\%$ and $7.52 \pm 3.67\%$. In both cases, it was possible to distinguish between two objects at a distance of about 20.0% of the tank diameter. Regarding no image filtering processing has been used, such results were considered satisfactory, similar to those obtained by other reconstruction algorithms and encouraging for future works aimed at improvements.

Sumário

Lista de Figuras	xii
Lista de Símbolos	xv
Lista de Abreviaturas	xx
1 Introdução	1
1.1 Objetivo	3
1.2 Justificativa	4
1.3 Contribuição	4
1.4 Estrutura da Dissertação	5
2 Fundamentação Teórica	6
2.1 Conceitos Elétricos Preliminares	7
2.1.1 Eletrostática	7
2.1.2 Eletrodinâmica	10
2.2 Principais Propriedades Elétricas dos Tecidos Biológicos	16
2.2.1 Propriedades Elétricas Especiais dos Tecidos Biológicos	20
2.2.2 Bioimpedância	22
2.2.3 Modelos	22
2.3 Aquisição de Dados de Bioimpedância	24
2.3.1 Sistemas de Medição	24
2.3.2 Configuração Multiportas	27
2.3.3 Configuração Multiterminais	28
2.4 Tomografia por Impedância Elétrica	29
2.4.1 Arquitetura Básica de um Tomógrafo por Impedância Elétrica	30
2.4.2 O Problema da Reconstrução de Imagens de EIT	33
3 Revisão da Literatura	36
3.1 Algoritmos de Reconstrução Iterativos	36
3.1.1 Método da Compensação	37
3.1.2 Análise da Perturbação	40

3.1.3	Método de Gauss-Newton	42
3.2	Algoritmos de Reconstrução Não Iterativos	44
3.2.1	Algoritmo de Retroprojeção (<i>Backprojection</i>)	45
3.2.2	Método de Newton de Um Passo	47
4	Metodologia	51
4.1	Modelagem do Plano Tomográfico	51
4.1.1	Simplificações do Modelo	51
4.1.2	Condições de Contorno	52
4.1.3	Modelo Eletrostático Análogo	53
4.1.4	Cálculo dos Valores de Cargas para Um Plano Homogêneo Eletrostático	58
4.2	Estimativa da Condutividade Relativa	62
4.2.1	Algoritmo para Reconstrução da Distribuição de Condutividade Relativa	65
4.3	Plataformas Experimentais	68
4.3.1	Papel Condutivo para Validação do Modelo	68
4.3.2	Meio Eletrolítico e Fantomas	70
4.3.3	Sistema de Aquisição Utilizado	70
4.4	Métodos para Avaliação	71
4.4.1	Pré-Ajuste das Imagens	71
4.4.2	Figuras de Mérito	71
5	Resultados	78
5.1	Validação do Modelo Eletrostático	78
5.2	Divisão de Corrente no Plano Homogêneo	81
5.3	Experimentos com Fantomas	81
5.3.1	Imagens Absolutas	81
5.3.2	Imagens Diferenciais	82
6	Discussão	91
6.1	Validação do Modelo Eletrostático	91
6.2	Estimativa da Divisão de Corrente em Meio Homogêneo	92
6.3	Desempenho do Algoritmo de Reconstrução Proposto	93
6.3.1	Imagens Absolutas	95
6.3.2	Imagens Diferenciais	96
6.3.3	Outras Considerações	97
7	Conclusões e Considerações Finais	99
	Referências Bibliográficas	100

Lista de Figuras

2.1	Elétrons nas bandas de condução e de valência em metais.	11
2.2	Representação fasorial de um número complexo.	14
2.3	Representação gráfica da impedância.	15
2.4	Diferentes tipos de corrente e sua transdução nos eletrodos.	17
2.5	Estrutura física da membrana citoplasmática.	18
2.6	Condutividade e permissividade de diferentes tecidos biológicos em função da frequência.	19
2.7	Caminhos preferenciais para correntes de alta e baixa frequência.	20
2.8	Esquema simplificado da medição de bioimpedância de uma secção transversal do corpo.	23
2.9	Configurações de eletrodos para aquisição de bioimpedância.	25
2.10	Exemplo de circuito recíproco.	26
2.11	Plano resistivo circular em configuração multiportas.	27
2.12	Plano resistivo circular em configuração multiterminais.	29
2.13	Arquitetura básica de um tomógrafo por impedância elétrica.	31
3.1	Esquema básico de execução de algoritmos de reconstrução iterativos.	37
3.2	Plano condutor Π de condutividade não homogênea σ modelado com duas portas.	38
3.3	Distribuições de condutividade em simulações pelo método da compensação.	39
3.4	Secção transversal do modelo cilíndrico utilizado para análise de perturbação.	41
3.5	Coluna com os m principais elementos que influenciam a corrente que flui entre os eletrodos L_1 e L_2	42
3.6	Circuito com microeletrodos coplanares utilizados para monitoramento de cultura celular.	44
3.7	Primeiras tomografias por impedância elétrica.	45
3.8	Representação das equipotenciais e equifluxos em um plano circular de condutividade uniforme.	47

3.9	Representação da distribuição de resistividade de fantasmas de pulmões e coração de dois tamanhos diferentes	50
4.1	Distribuição de L linhas de densidade de carga igualmente espaçadas ao redor do contorno de $\hat{\Pi}_0$	54
4.2	Campo elétrico \mathbf{E} resultante na linha média entre duas cargas de mesmos módulo e sinal.	55
4.3	Esquema para obtenção da tensão sobre a região em $\hat{\Pi}_0$ equivalente a um porta em Π_0	59
4.4	Campo elétrico em um ponto ζ qualquer pelo qual passa uma equifluxo.	62
4.5	Superfície gaussiana colocada ao redor da linha de densidade de carga λ_{0l}	63
4.6	Subregiões $\varpi_{k,l}$ no problema eletrostático semelhante ao plano Π_0	64
4.7	Papel condutivo coberto por uma película plástica perfurada na forma de <i>grid</i> circular.	69
4.8	Tanque circular circundado por 16 eletrodos de aço inoxidável.	70
4.9	Sistema de aquisição implementando configuração multiterminais.	72
4.10	Largura à meia-altura de uma curva.	72
4.11	Erro de posição PE	74
4.12	Oscilação RNG	75
4.13	Resolução RES	75
4.14	Deformação SD	76
4.15	Poder de separação PS	77
5.1	Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 2 eletrodos.	79
5.2	Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 4 eletrodos.	79
5.3	Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 8 eletrodos.	80
5.4	Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 16 eletrodos.	80
5.5	Fração de corrente por eletrodo em um plano homogêneo.	82
5.6	Reconstrução e segmentação de imagens absolutas com um fantoma em sete posições distintas.	83
5.7	Figuras de mérito para reconstruções absolutas com um fantoma.	84
5.8	Reconstrução e segmentação de imagens absolutas com dois fantasmas em seis posições distintas.	85
5.9	Poder de separação de imagens absolutas em função da distância entre os dois fantasmas.	86

5.10	Reconstrução e segmentação de imagens diferenciais com um fantoma em sete posições distintas.	87
5.11	Figuras de mérito para reconstruções diferenciais com um fantoma.	88
5.12	Reconstrução e segmentação de imagens diferenciais com dois fantasmas em seis posições distintas.	89
5.13	Poder de separação de imagens diferenciais em função da distância entre os dois fantasmas.	90
6.1	Erro médio quadrático computado a partir da matriz de seleção esperada e a matriz de seleção obtida.	93
6.2	Avaliação dos algoritmos de retroprojeção e de Newton de um passo.	94

Lista de Símbolos

$1/\zeta_e^{ll}$	Coordenada complexa da l -ésima linha de densidade de carga imagem localizada sobre o círculo de raio unitário, na posição do eletrodo, p. 55
A	Área de uma superfície, p. 9
B	Susceptância, p. 15
C	Capacitância, p. 12
G	Condutância, p. 15
J_n	Componente do vetor densidade de corrente na direção do versor normal \mathbf{e}_n , p. 34
P_a, P_b, P_c	Letras proposicionais, p. 57
Q_i	Carga elétrica i , p. 7
Q_t	Carga elétrica de prova, p. 7
R	Resistência elétrica, p. 11
T_{fwhm}	Limiar de segmentação com o critério $FWHM$, p. 71
V	Potencial eletrodinâmico em um ponto ou tensão entre dois pontos, p. 12
X	Reatância, p. 14
X_c	Reatância capacitiva, p. 14
Φ	Potencial eletrostático, p. 8
Ψ	Fluxo elétrico, p. 9
I	Corrente senoidal, p. 13
V	Tensão senoidal, p. 13

W	Potencial complexo, p. 9
Y	Admitância elétrica, p. 15
Z	Impedância elétrica, p. 13
ρ	Impeditividade ou resistividade complexa, p. 16
σ	Admitividade ou condutividade complexa, p. 15
ζ	Coordenada complexa de um ponto, p. 10
ζ_e^l	Coordenada complexa da l -ésima linha de densidade de carga localizada na posição do eletrodo, p. 55
ζ_p	Coordenada de um pixel em uma imagem, p. 66
Γ_r	Conjunto de todos os píxeis da imagem reconstruída e ajustada, p. 73
Γ_s	Conjunto de píxeis na imagem segmentada referente ao fantoma, p. 73
ϵ	Erro residual, p. 48
ϵ_q	Erro médio quadrático, p. 43
κ_0	Constante de proporcionalidade da Lei de Coulomb, p. 7
κ_ζ	Constante geométrica relativa à posição do ponto ζ , p. 63
λ_0	Linha de densidade de carga em meio eletrostático homogêneo, p. 53
λ'_0	Carga imagem de λ_0 , p. 53
D	Densidade de fluxo elétrico, p. 9
E	Vetor campo elétrico, p. 7
F	Força elétrica, p. 7
I	Vetor de correntes medidas nos terminais de um sistema multiterminais, p. 29
I_p	Vetor de correntes medidas nas portas de um sistema multiportas, p. 28
S	Vetor de seleção para o pixel ζ_p , p. 66

\mathbf{T}	Matriz triangular superior unitária, p. 60
\mathbf{T}_s	Matriz de sensibilidade, p. 40
\mathbf{U}	Potencial elétrico calculado, p. 48
\mathbf{V}	Vetor de tensões medidas nos terminais de um sistema multiterminais, p. 29
\mathbf{V}_p	Vetor de tensões medidas nas portas de um sistema multiportas, p. 28
\mathbf{Y}	Matriz de admitâncias de curto-circuito de um sistema multiterminais, p. 29
\mathbf{Y}_0	Matriz de admitâncias de um meio homogêneo, p. 56
\mathbf{Z}_o	Matriz de impedâncias de circuito aberto de um sistema multiportas, p. 28
$\mathbf{\Lambda}_0$	Matriz de distribuição de cargas em meio eletrostático homogêneo, p. 61
\mathbf{e}_n	Versor na direção normal à borda de um plano circular, p. 34
\mathbf{e}_r	Versor na direção radial, p. 7
\mathbf{e}_x	Versor na direção x , p. 8
\mathbf{e}_y	Versor na direção y , p. 8
\mathbf{e}_z	Versor na direção z , p. 8
∇	Operador gradiente, p. 8
ω	Frequência angular, p. 14
$\hat{\Pi}$	Plano eletrostático genérico hipotético, p. 63
$\hat{\Pi}_0$	Plano eletrostático homogêneo hipotético, p. 53
$\psi_{k,\zeta}^l$	Equifluxo que sai da k -ésima carga, passa pelo ponto ζ e vai para a l -ésima linha de densidade de carga, p. 62
Π	Plano tomográfico genérico, p. 34
Π_0	Plano tomográfico homogêneo, p. 35
ρ	Resistividade, p. 11

σ	Condutividade, p. 11
σ_0	Condutividade de um volume condutor homogêneo, p. 52
σ_{eff}	Condutividade efetiva, p. 18
τ	Trabalho realizado para mover uma carga Q dentro de um campo elétrico \mathbf{E} , p. 8
θ	Ângulo de fase, p. 13
$\tilde{\mathbf{I}}_p$	Forma reduzida da matriz de correntes de porta do sistema multiportas, p. 60
$\tilde{\mathbf{T}}$	Forma reduzida da matriz triangular superior unitária, p. 60
$\tilde{\mathbf{V}}_p$	Forma reduzida da matriz de tensões de porta do sistema multiportas, p. 60
$\tilde{\mathbf{Y}}$	Forma reduzida da matriz de admitâncias do sistema multiterminais, p. 60
$\tilde{\mathbf{Z}}_o$	Forma reduzida da matriz de impedâncias de circuito aberto, p. 60
ε	Permissividade absoluta, p. 12
ε_0	Permissividade específica, permissividade do vácuo, p. 7
ε_r	Permissividade de um material em relação à permissividade do vácuo, p. 12
$\varpi_{k,l}$	Região formada pelas equifluxos que saem da k -ésima linha de densidade de carga e vão para a l -ésima linha de densidade de carga, p. 63
a_l	l -ésimo elemento complementar da matriz $\tilde{\mathbf{Y}}$ necessários à formação da matriz \mathbf{Y} , p. 61
d	Comprimento, distância, p. 11
d_b	Distância em relação à borda de um plano circular, p. 53
f	Frequência, p. 14
h	Comprimento de uma linha de densidade de carga, p. 53
r	Módulo da distância entre duas cargas, p. 7

r_e	Raio do eletrodo, p. 58
s	Desvio padrão, p. 81
x	Coordenada no eixo das abscissas do sistema cartesiano ou parte real de uma variável complexa, p. 8
y	Coordenada no eixo das ordenadas do sistema cartesiano ou parte imaginária de uma variável complexa, p. 8
y_{ij}	Elemento da matriz \mathbf{Y} , p. 29
z	Coordenada no eixo perpendicular ao plano xy do sistema cartesiano, p. 8
z_{ij}	Elemento da matriz \mathbf{Z}_o , p. 28
CC	Eletrodo de caminho de corrente, p. 26
CP	Eletrodo de caminho de corrente e medida de potencial, p. 26
MP	Eletrodo de medida de potencial, p. 26

Lista de Abreviaturas

A/D	<i>Analógico para Digital</i> , p. 30
ACT	<i>Adaptative Current Tomography</i> , p. 47
AC	<i>Alternating Current</i> , p. 10
APT	<i>Applied Potential Tomography</i> , p. 49
CMRR	<i>Commom-Mode Rejection Ratio</i> , p. 32
DC	<i>Direct Current</i> , p. 10
EIT	<i>Electrical Impedance Tomography</i> , p. 1
FEM	<i>Finite Element Method</i> , p. 38
FNOSER	<i>Fast Newton's One-Step Error Reconstructor</i> , p. 49
FWHM	<i>Full-Width at Half-Maximum</i> , p. 71
NOSER	<i>Newton's One-Step Error Reconstructor</i> , p. 49
PSD	<i>Phase-Sensitive Demodulator</i> , p. 33
PSF	<i>Point Spread Function</i> , p. 76
SIRT	<i>Simultaneous Iterative Reconstruction Technique</i> , p. 41
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> , p. 44
ToDLer	<i>Three-Dimensional Linearized Reconstruction</i> , p. 49

Capítulo 1

Introdução

Desde o final do século XIX, já se sabe que os tecidos biológicos possuem propriedades físicas que os tornam capazes de conduzir corrente elétrica. Esse fluxo de corrente é possível porque os materiais biológicos são eletrólitos que, por sua vez, possuem íons livres para migrar. Esses átomos ou moléculas são espécies químicas eletricamente carregadas e, quando submetidos a um campo elétrico, dão origem a correntes iônicas [1]. Visto que os tecidos diferem entre si em virtude dos aspectos estruturais e funcionais das células que os compõem, cada biomaterial tem um comportamento elétrico distinto em função de suas características intrínsecas como a quantidade de íons dispersos nos líquidos intra e extracelular, espessura das membranas celulares, entre outras. De fato, alguns tecidos, como o tecido muscular ou sanguíneo, conduzem eletricidade melhor do que outros, como, por exemplo, o tecido adiposo ou ósseo. Essas características dielétricas encontradas nos biomateriais foram amplamente estudadas e revisadas nos compendiosos trabalhos de Gabriel et al. [2–4]. De acordo com Brown [5], já no início da década de 1970 se vislumbrava a possibilidade de gerar imagens com o mapeamento dos tecidos biológicos com base em tais diferenças. Várias técnicas têm sido propostas para se obter a distribuição de condutividade (ou de resistividade) de volumes condutores, como tecidos biológicos, dentre as quais a mais conhecida e utilizada atualmente é chamada de Tomografia por Impedância Elétrica ou, do termo em inglês, *Electrical Impedance Tomography* (EIT).

As imagens de EIT são reconstruídas a partir das respostas do volume condutor à aplicação de excitação de tensão ou de corrente em eletrodos posicionados ao seu redor. Em geral, a injeção do sinal de excitação ocorre em um determinado eletrodo (ou par de eletrodos) na superfície do volume condutor, enquanto a resposta correspondente é coletada pelos demais eletrodos (ou pares de eletrodos). Esse processo se repete para vários conjuntos de excitação e de resposta, até que se colete o maior número possível de informações a respeito da distribuição de condutividade (ou resistividade). Essas informações são, então, processadas por um algoritmo

de reconstrução, dando origem a uma imagem de um corte tomográfico baseada na distribuição de condutividade da secção transversal do volume condutor que passa pelo plano dos eletrodos circundantes. Uma variante da técnica pode também ser usada para a geração de imagens tomográficas tridimensionais. Embora EIT seja utilizada para outros fins, tais como análises estruturais, processos industriais, estudos de solos etc., no contexto deste trabalho o estudo de EIT está voltado para a reconstrução de imagens para uso em medicina.

Os primeiros trabalhos usando o método de impedância elétrica datam da década de 1930, em aplicações de geologia, para caracterização de determinadas áreas no solo [6]. Adicionalmente, a partir de estudos da década de 1950, novos trabalhos sobre imageamento por impedância elétrica em aplicações médicas começaram a surgir. As primeiras imagens de sistemas biológicos foram feitas por Henderson e Webster [7], que usaram uma matriz de eletrodos colocada sobre o peito de um voluntário para produzir uma imagem correspondente ao tecido pulmonar. Paralelamente, Benadib et al. [8] propuseram um sistema de varredura baseado em impedância elétrica para a observação de tumores cerebrais, utilizando dois anéis de eletrodos paralelos imersos em solução salina. Entretanto, as primeiras imagens com utilidade clínica publicadas foram do protótipo desenvolvido por Brown et al. [9, 10], do Departamento de Física Médica e Engenharia Clínica da Universidade de Sheffield (Inglaterra). Eles usaram 16 eletrodos, injeção de corrente de excitação de porta e medição das respostas de tensão nas portas restantes. As medidas realizadas foram posteriormente processadas por um algoritmo de reconstrução de EIT baseado no método de retroprojeção (*backprojection*). Nessas imagens, a variação da condutividade é obtida a partir da diferença entre as medidas de tensão nas portas em um estado atual e em um estado anterior. Em virtude da necessidade de se ter diferenças nas medidas entre estágio subsequentes para se visualizar as variações de condutividade, esse tipo de imagem é dita *diferencial*, caso contrário é chamada de *absoluta* (o termo aqui se refere à imagem e não aos valores de condutividade reais da distribuição). Embora as primeiras imagens tivessem baixa resolução, as possíveis aplicações em pesquisa e na área clínica começaram a ser consideradas [10]. Desde então, um intenso esforço tem sido empregado no sentido de se aprimorar essa técnica não-invasiva de imageamento, tanto sob o aspecto da instrumentação de excitação e aquisição envolvida, quanto dos algoritmos para reconstrução das imagens.

Embora existam termos alternativos, como Imageamento por Impedância Elétrica, Imageamento de Condutividade, Tomografia por Impedância Computadorizada e Tomografia por Potencial Aplicado, o termo Tomografia por Impedância Elétrica é mais amplamente utilizado devido à nomenclatura tradicional apresentada pelo grupo de Sheffield [10, 11]. Essa terminologia tem a vantagem de abranger de forma genérica tanto as tomografias resistivas quanto as

capacitivas e indutivas. Apesar de potencialmente atrativa, as principais limitações da EIT são a baixa resolução das imagens, a qual está relacionada com o número de eletrodos, e o custo de tempo para a obtenção do tomograma, seja por restrições de *hardware* ou pelo algoritmo de reconstrução adotado. Entretanto, a EIT é um método de imageamento alternativo às técnicas de Raios-X, Ressonância Magnética, Tomografia Computadorizada e Ultra-Som, sendo de baixo custo, não invasivo e portátil, além de fornecer informações sobre características elétricas do corpo, permitir a monitoração de tais parâmetros por um longo período de tempo e não submeter o paciente a nenhum tipo de radiação ionizante.

Vários grupos de pesquisa têm desenvolvido sistemas de EIT para uma ampla diversidade de aplicações em saúde. Dentre os mais recentes trabalhos, podem-se citar os do grupo de College London e de Sheffield – GB, para monitoração da atividade pulmonar e cerebral [12–17]; os do de Rensselaer – EUA, com aplicações em mamografia, monitoração de perfusão pulmonar e atividade cardíaca [18–21]; os de Dartmouth – EUA, para detecção de câncer de mama e imageamento de próstata [22, 23], os da Universidade de Kyung Hee – KR [24, 25] e os da Universidade de São Paulo - BR [26–28], para monitoração da ventilação pulmonar. Para cada sistema há um tipo de algoritmo baseado em um modelo matemático específico, em geral, adaptado para uma determinada aplicação [5, 29, 30], como será visto mais adiante, no Capítulo 3.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho foi propôr um algoritmo não iterativo, ou de um passo (*one-step*), para reconstrução de imagens absolutas e diferenciais de EIT a ser aplicado em dados fornecidos por um sistema de EIT baseado em configuração multiterminais [31, 32]. O método que deu origem ao algoritmo é estabelecido sobre um modelo eletrostático cujas características são, por analogia, semelhantes ao problema da determinação da condutividade relativa em um plano tomográfico real. Além disso, este algoritmo foi submetido à avaliação de figuras de mérito propostas para EIT, com o intuito de se verificar se o paradigma de reconstrução utilizado se comporta de forma, no mínimo, comparável aos algoritmos de EIT atuais. Entretanto, não foi possível, e nem desejável, esgotar todas as análises sobre este algoritmo, mas apresentar o embasamento teórico sob o qual foi concebido e motivar futuros aprimoramentos e investigações sobre as possibilidades e aplicações desta abordagem. Os objetivos específicos necessários para que esse objetivo geral fosse alcançado são listados a seguir:

1. Estabelecer um modelo eletrostático com características similares ao plano

tomográfico do problema real de um sistema de EIT multiterminais;

2. Implementar o algoritmo de reconstrução de imagens na plataforma MATLAB[®];
3. Realizar reconstruções de imagens a partir de dados adquiridos de uma plataforma experimental *in vitro*;
4. Submeter as imagens reconstruídas a figuras de mérito para quantificar o desempenho preliminar do algoritmo;
5. Comparar os resultados com os de trabalhos de outros grupos de pesquisa, discutindo as vantagens e desvantagens do algoritmo proposto frente aos demais.

1.2 Justificativa

Grande parte dos tomógrafos de EIT existentes se baseiam no modelo de aquisição de Sheffield, denominada configuração multiportas. Entretanto, observa-se que nesse tipo de configuração as linhas de campo elétrico, ou linhas de densidade de corrente, tornam-se escassas e dispersas na região central do plano tomográfico; sendo que outras configurações de eletrodos têm sido propostas para minimizar tal problema, tais como, por exemplo, a configuração multiterminais [31, 32]. Já os algoritmos de reconstrução de maior destaque são os chamados algoritmos de um passo, implementados principalmente nos sistemas de Sheffield e Rensselaer. Esse tipo de algoritmo está fundamentado em uma série de aproximações que linearizam o problema da reconstrução, permitindo a geração da tomografia em um tempo relativamente menor que os algoritmos iterativos, que são mais precisos. Como consequência de tais simplificações, as imagens resultantes perdem em qualidade e em exatidão. Porém, em certas aplicações clínicas em que o tempo é um fator limitante, o uso de algoritmos de um passo é mais adequado.

1.3 Contribuição

Ao final deste trabalho, espera-se ter contribuído com a introdução de um novo método para reconstrução de imagens absolutas e diferenciais de EIT, para dados adquiridos de um sistema em configuração multiterminais. Além disso, espera-se que os resultados alcançados nesta abordagem despertem o interesse para novos trabalhos no sentido de se aperfeiçoar o método descrito.

1.4 Estrutura da Dissertação

No Capítulo 2 serão abordados os principais conceitos teóricos que foram utilizados no desenvolvimento do algoritmo apresentado neste trabalho. Visto que a EIT aplicada a imagens em saúde é um tema de interesse multidisciplinar, julgou-se adequado abordar os aspectos físicos, matemáticos e biológicos básicos pertinentes à área de EIT de modo geral, bem como a forma com que tais princípios se relacionam entre si.

Já no Capítulo 3 é feita uma compilação histórica dos algoritmos de reconstrução de EIT de maior relevância na literatura científica. Embora haja uma infinidade de métodos desenvolvidos ao longo dos anos, boa parte deles é um segmento aprimorado de uma das ideias fundamentais destacadas nesse capítulo. Ao final é feita uma breve avaliação dos métodos atuais mais utilizados, a qual fornecerá a base para a motivação deste trabalho.

Em seguida, no Capítulo 4, é detalhado como os fundamentos introduzidos no Capítulo 2 são combinados para originar o modelo para estimativa da condutividade relativa fornecida pelo algoritmo proposto neste trabalho.

Os resultados mais relevantes que permitem avaliar esse algoritmo são descritos de forma objetiva no Capítulo 5. As hipóteses e aproximações de cada etapa preliminar ao modelo final são testadas a fim de se validar até que ponto elas são adequadas, consolidando-se o algoritmo resultante.

No Capítulo 6, os dados apresentados no capítulo anterior são analisados e interpretados à luz da literatura e dos objetivos inicialmente propostos para este trabalho. São também discutidas as limitações do modelo e as vantagens e desvantagens do algoritmo em relação a outros encontrados na literatura e enfatizada a contribuição em vista dos métodos já existentes.

Por fim, o trabalho é encerrado no Capítulo 7, em que são feitas as considerações finais e conclusões com base no que foi alcançado em relação aos objetivos, além de sugestões de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

O objetivo deste capítulo é apresentar o embasamento teórico básico utilizado no desenvolvimento do algoritmo para reconstrução de imagens de EIT. Como a finalidade deste trabalho é a aplicação do algoritmo em tomografia de tecidos biológicos, será dado enfoque às características e ao comportamento da impedância dessas estruturas, a qual é conhecida como *bioimpedância*. Para compreender de forma mais sistemática esse conceito e seus fundamentos, serão brevemente abordadas as principais grandezas físicas e características fisiológicas envolvidas e como elas se relacionam. Praticamente todos os métodos de reconstrução desenvolvidos na área de EIT utilizam modelos pautados nessas relações, desde os trabalhos iniciais até os mais recentes, como será visto no Capítulo 3. A análise e o nível de detalhamento das grandezas associadas à impedância de um biomaterial podem ser tão complexos e extensos quanto se queira. Contudo, para os propósitos deste trabalho, será dada relevância apenas aos aspectos mais pertinentes à concepção do algoritmo proposto.

Quanto à notação, serão adotadas diferentes tipografias para caracterizar a natureza das grandezas utilizadas neste texto. Tanto *matrizes* quanto *vetores* (matrizes unidimensionais) serão representados por letras grafadas em negrito. *Números complexos* aparecerão grafados em negrito e itálico simultaneamente e, por fim, os *escalares* estarão em itálico, para ressaltar que se trata de uma grandeza e não de uma letra comum do texto. Segundo essa notação, tem-se, por exemplo, que:

- **A** ou **a** são uma matriz ou um vetor;
- *A* é um escalar qualquer;
- \mathbf{e}_x é um versor na direção do eixo x em um sistema de coordenadas cartesianas;
- \mathbf{b}_{ij} é um elemento complexo da matriz **B**.

Essa será, portanto, a convenção utilizada nos capítulos e seções subsequentes.

2.1 Conceitos Elétricos Preliminares

2.1.1 Eletrostática

Uma das leis mais fundamentais da eletricidade é a *Lei de Coulomb*, a qual estabelece que entre duas cargas pontuais de valores Q_1 e Q_2 separadas por uma distância r no vácuo existe uma força \mathbf{F} cujo módulo é dado por [33, 34]:

$$F = \kappa_0 \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad [N], \quad (2.1)$$

onde κ_0 é a constante de proporcionalidade escrita como

$$\kappa_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \quad (2.2)$$

A constante ϵ_0 é chamada de *permissividade específica* ou permissividade do espaço livre (vácuo), e seu valor é

$$\epsilon_0 \approx 8,854 \times 10^{-12} \quad [F/m]. \quad (2.3)$$

Coulomb observou ainda que se as cargas Q_1 e Q_2 tiverem mesmo sinal (positivo ou negativo), a força \mathbf{F} é repulsiva, caso contrário ela é atrativa.

Se uma carga Q genérica for fixada em um ponto qualquer do meio e uma outra carga de prova positiva Q_t for movida ao redor de Q , será percebida a existência de um *campo de forças* agindo sobre Q_t em cada ponto. Pela Equação (2.1), a intensidade da força por unidade da carga Q_t é escrita como

$$\frac{F}{Q_t} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (2.4)$$

ou, vetorialmente,

$$\frac{\mathbf{F}}{Q_t} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r, \quad (2.5)$$

onde \mathbf{e}_r é o versor na direção radial com origem em Q . Ao campo vetorial, representado pela Equação (2.5), presente no entorno da carga Q , dá-se o nome de *intensidade de campo elétrico* ou *vetor campo elétrico* \mathbf{E} , o qual é definido como:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q_t}, \quad (2.6)$$

ou

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \quad [V/m], \quad (2.7)$$

em qualquer ponto a uma distância r de Q .

Suponha-se agora que se deseja mover uma carga genérica Q de um ponto a a

um ponto b em meio a um campo elétrico \mathbf{E} . Como essa carga está sujeita à ação das forças geradas pelo campo, é necessário que seja realizado um *trabalho* por uma fonte de energia externa para levar Q de a a b . Esse trabalho τ é calculado por:

$$\tau_{ba} = -Q \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}, \quad (2.8)$$

onde a integral de linha ao longo do caminho tangente ao vetor $d\mathbf{L}$ é equivalente a calcular a distância r_{ba} entre os pontos a e b . Com base na Equação (2.8), define-se como *diferença de potencial elétrico* ou *tensão* Φ_{ba} o trabalho realizado de a a b por unidade de carga, ou seja,

$$\Phi_{ba} = \frac{\tau_{ba}}{Q} = \Phi_b - \Phi_a \quad [V], \quad (2.9)$$

ou ainda,

$$\Phi_{ba} = \mathbf{E} \cdot r_{ba}. \quad (2.10)$$

O potencial Φ em um ponto b qualquer é calculado assumindo-se a referência $a \rightarrow \infty$. Logo,

$$\Phi = \frac{\tau}{Q} = - \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}. \quad (2.11)$$

Derivando-se ambos os lados da Equação (2.11), obtém-se

$$\frac{d\Phi}{d\mathbf{L}} = -\mathbf{E}, \quad (2.12)$$

onde $d\Phi/d\mathbf{L}$ é uma *derivada direcional* que representa a variação do potencial elétrico Φ na direção do vetor infinitesimal $d\mathbf{L}$. Para um sistema tridimensional de coordenadas cartesianas, o vetor $d\mathbf{L}$ pode ser decomposto nos eixos x , y e z , de modo que a Equação (2.12) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} d\Phi &= -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}, \\ d\Phi &= -E_x dx - E_y dy - E_z dz, \\ &\vdots \\ \mathbf{E} &= - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \mathbf{e}_z \right), \end{aligned} \quad (2.13)$$

ou

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi, \quad (2.14)$$

onde ∇ é o *operador gradiente*. Pela Equação (2.14), conclui-se que o vetor campo elétrico aponta na direção contrária à variação do campo escalar Φ ao longo do meio. Se for estabelecido um campo elétrico entre duas placas metálicas de área

supostamente infinita, uma carregada positivamente e a outra negativamente, pela definição dada na Equação (2.10), observa-se que todos os pontos equidistantes em relação a uma das placas terão o mesmo potencial. As linhas formadas pelo conjunto dos pontos de mesmo potencial são chamadas de *linhas equipotenciais* ou, simplesmente *equipotenciais* e são perpendiculares à direção do campo elétrico.

Outro experimento importante no campo da eletrostática foi realizado por Faraday ao final da década de 1830. Ele utilizou duas esferas metálicas concêntricas, separadas por um material isolante, e concluiu que ao se carregar a esfera interna com uma carga Q , uma carga de mesma magnitude e sinal oposto $-Q$ era observada na esfera externa, independente de qual fosse o isolante entre essas esferas. A essa indução de cargas é dado o nome de *fluxo elétrico* Ψ , o qual é definido por

$$\Psi = Q \quad [C]. \quad (2.15)$$

Esse fluxo é representado por linhas chamadas de *linhas de campo elétrico*, *linhas de fluxo* ou *equifluxos*, as quais são tangentes ao campo elétrico e, conseqüentemente, perpendiculares às linhas equipotenciais.

A *Lei de Gauss* matematiza o resultado experimental de Faraday, estabelecendo que o fluxo elétrico Ψ através de qualquer superfície fechada de área A é igual à carga elétrica total dentro da superfície, ou seja,

$$\Psi = \oint_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q, \quad (2.16)$$

onde \mathbf{D} é a densidade de fluxo elétrico dada por

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad [C/m^2], \quad (2.17)$$

e Q é a carga elétrica total dentro da superfície, chamada de *superfície gaussiana*. Nota-se pela Equação (2.17) que \mathbf{D} independe do meio (no caso, o vácuo), de modo que o fluxo calculado na Equação (2.16) também independe, como observado no experimento de Faraday. Entretanto, pode-se reescrever o fluxo elétrico em relação ao meio, substituindo-se a Equação (2.17) na Equação (2.16), obtendo-se:

$$\begin{aligned} \Psi &= \oint_A \varepsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}, \\ \Psi &= \varepsilon_0 \oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}, \\ \oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} &= \frac{\Psi}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Adicionalmente, o mapeamento das curvas equipotenciais e equifluxos no plano xy pode ser representado por meio do chamado *potencial complexo* \mathbf{W} , dado por [35,

36]:

$$\mathbf{W}(\zeta) = \Phi + j\Psi, \quad (2.19)$$

onde $\zeta = x + jy$ é uma variável complexa indicando a coordenada do ponto onde se deseja obter \mathbf{W} , cujas partes real e imaginária são, respectivamente, o potencial eletrostático Φ e o fluxo elétrico Ψ . A rigor, o potencial complexo não tem um significado físico propriamente dito, mas se trata de uma representação matemática concisa da associação e da ortogonalidade existentes entre Φ e Ψ [37]. Ambas as grandezas também estão relacionadas pelas *Equações de Cauchy-Riemann*:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial\Psi}{\partial y} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x} = -\frac{\partial\Phi}{\partial y}, \quad (2.21)$$

de modo que dada uma delas pode se encontrar a outra por integração.

2.1.2 Eletrodinâmica

Quando as partículas portadoras de carga elétrica apresentadas na Seção 2.1.1 estão em movimento ordenado, a esse fluxo dá-se o nome de *corrente elétrica*. Este fenômeno ocorre devido a uma tensão, ou diferença de potencial, aplicada sobre um meio condutor, ou seja, um meio através do qual essas cargas podem migrar. Sendo assim, conceitua-se a corrente elétrica I como [33]:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [A]. \quad (2.22)$$

Nos metais, esses portadores de carga são os elétrons que estão livres na banda de condução do material e se movimentam aleatoriamente em função de sua agitação térmica. Quando um campo elétrico externo é aplicado a esse condutor, tais elétrons iniciam um movimento organizado na direção do campo, dando início à circulação da corrente elétrica, como esquematizado na Figura 2.1.

A corrente elétrica pode ser tanto *contínua* (DC – *Direct Current*), quando o campo elétrico que a gera é constante, quanto *alternada* (AC – *Alternating Current*), quando os valores do campo elétrico variam conforme uma função que alterne de polaridade ao longo do tempo, em que os exemplos mais comuns são as funções senoidais e cossenoidais. Eventualmente, a análise do comportamento dessa corrente em um determinado ponto pode ser mais útil do que no meio como um todo. Para isso, utiliza-se o conceito de *densidade de corrente* \mathbf{J} , cujo módulo é dado por:

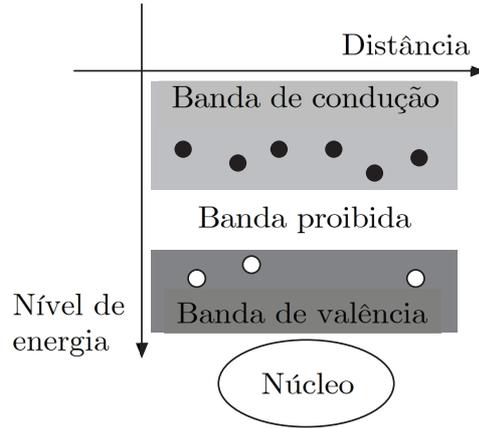


Figura 2.1: Elétrons nas bandas de condução e de valência em condutores metálicos.

$$J = \frac{I}{A} = \frac{dI}{dA} \quad [A/m^2]. \quad (2.23)$$

Rearranjando-se os termos da Equação (2.23) e reescrevendo-a na forma integral, tem-se que:

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}. \quad (2.24)$$

Embora os elétrons possam fluir ao longo do metal, as moléculas que constituem a estrutura física do meio se comportam como obstáculos para a passagem das cargas, dificultando o fluxo elétrico. À grandeza que mede essa oposição à passagem de corrente elétrica, dá-se o nome de *resistência elétrica* R , a qual tem o mesmo efeito para correntes contínuas e alternadas. Desse modo, o valor da resistência não se altera com a variação do campo elétrico e se relaciona com as características físicas do condutor pela Equação (2.25):

$$R = \rho \frac{d}{A} \quad [\Omega], \quad (2.25)$$

onde d é o comprimento do condutor, A é a área transversal ao caminho da corrente e ρ é a *resistividade*, que é uma propriedade intrínseca do material do condutor. Alternativamente, pode-se quantificar a facilidade com a qual a corrente elétrica atravessa um meio, utilizando-se o valor recíproco da resistência, ou seja, a *condutância* G , definida por:

$$G = \frac{1}{R} = \sigma \frac{A}{d} \quad [S], \quad (2.26)$$

onde $\sigma = 1/\rho$ é a condutividade do material. A *Lei de Ohm* estabelece a resistência como a razão entre a diferença de potencial (tensão alternada ou contínua) aplicada sobre o condutor e a corrente circulante no meio:

$$R = \frac{V}{I}, \quad (2.27)$$

onde V é a diferença de potencial (eletrodinâmico) medida, associada à injeção da corrente I .

Sejam novamente as duas placas metálicas carregadas da Seção 2.1.1, agora separadas por um material isolante, chamado de *dielétrico*. Embora haja uma diferença de potencial entre essas placas, em princípio não há circulação de corrente através do dielétrico quando o campo elétrico é constante, pois no dielétrico não há partículas portadoras de carga com mobilidade. Mais que isso, esse sistema é capaz de armazenar energia em função da quantidade Q de cargas acumuladas nas placas e da diferença de potencial V sobre elas devido a esse acúmulo. Essa propriedade é definida como a *capacitância* C do dielétrico e é calculada pela relação:

$$C = \frac{Q}{V} \quad [F]. \quad (2.28)$$

Embora não conduza corrente elétrica, o dielétrico apresenta como propriedade a *permissividade* ε , isto é, a capacidade de polarização e alinhamento de suas partículas em resposta a um campo elétrico aplicado [34]. Ao se polarizarem, essas partículas formam dipolos elétricos que, na medida em que se alinham, tendem a eliminar no dielétrico o campo elétrico que os produziu. Pode-se dizer, então, que a permissividade define o quanto um campo elétrico influencia o dielétrico e vice-versa. De acordo com esse conceito, quanto maior for a permissividade do dielétrico, maior será a sua capacidade de cancelar o campo elétrico internamente, diminuindo o fluxo de cargas entre as placas. Seguindo esse princípio, maior será a quantidade de cargas armazenadas nas placas e, conseqüentemente, maior a capacitância. Da mesma forma que a resistência de um condutor pode ser caracterizada pela sua resistividade ou condutividade, a capacitância de um dielétrico pode ser descrita como função de sua permissividade. Em se tratando do sistema de placas paralelas carregadas descrito anteriormente, o qual é conhecido como *capacitor*, pode-se relacionar permissividade e capacitância pela seguinte equação:

$$C = \frac{A}{d}\varepsilon, \quad (2.29)$$

onde A é a área das placas e d é a distância entre elas. Em geral, especialmente em engenharia, a permissividade de um material é dada em relação à permissividade do vácuo, ou seja,

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}, \quad (2.30)$$

em que ε_r e ε são, respectivamente, a *permissividade relativa* e a *permissividade absoluta de um material* do material e ε_0 é a permissividade no vácuo.

Por meio da Equação (2.28), pode-se calcular a capacitância devido à taxa com

que a carga Q se altera em função de uma variação infinitesimal em V , escrevendo-se:

$$C = \frac{dQ}{dV}. \quad (2.31)$$

Utilizando-se a definição de corrente elétrica dada pela Equação (2.22) em combinação com a Equação (2.31), obtém-se que

$$I = C \frac{dV}{dt}. \quad (2.32)$$

O resultado observado na Equação (2.32) leva a uma constatação importante: se a diferença de potencial aplicada sobre capacitor variar no tempo, uma corrente elétrica também variável passará pelo capacitor. De maneira geral, denomina-se *sinal* essa variação da tensão ou da corrente elétrica no tempo. Desse modo, se um material ou sistema for heterogêneo, composto por fases condutivas e dielétricas, a relação entre a diferença de potencial V aplicada sobre esse material e a corrente I que o atravessa deve considerar tanto os efeitos da resistência quanto da capacitância do meio como uma função do sinal aplicado.

Surge assim o conceito de *impedância elétrica*, ou simplesmente *impedância*, \mathbf{Z} , a qual mede a oposição ao estabelecimento do fluxo elétrico através de uma substância [38] como uma função da variação do campo elétrico aplicado. A definição matemática de impedância é dada pela forma generalizada da Lei de Ohm para sinais alternados:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \quad [\Omega]. \quad (2.33)$$

Nota-se pela tipografia utilizada na Equação (2.33) que a impedância é uma grandeza complexa e, necessariamente, a tensão \mathbf{V} e a corrente \mathbf{I} também são. Isso ocorre porque, no chamado regime senoidal permanente, as tensões e correntes podem ser representadas na forma complexa *retangular*, ou seja com parte real e imaginária, ou na forma *polar*, com módulo e fase. A relação entre ambas as representações pode ser vista na Figura 2.2.

Sendo assim,

$$\mathbf{V} = V \angle \theta_V \quad (2.34)$$

e

$$\mathbf{I} = I \angle \theta_I, \quad (2.35)$$

onde θ_V e θ_I são, respectivamente, os ângulos de fase de \mathbf{V} e de \mathbf{I} . Como consequência das Equações (2.34) e (2.35), tem-se que

$$\mathbf{Z} = \frac{V}{I} \angle (\theta_V - \theta_I). \quad (2.36)$$

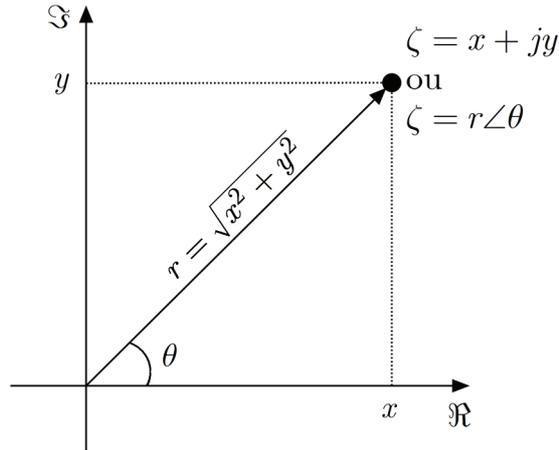


Figura 2.2: Representação fasorial de um número complexo. O mesmo ponto ζ pode ser representado na forma retangular ($\zeta = x + jy$) quanto polar ($\zeta = r\angle\theta$).

Quando uma corrente elétrica percorre um meio puramente resistivo, a tensão medida ao longo do meio estará em fase com a corrente aplicada. Entretanto, se a corrente elétrica fluir através de um meio capacitivo, a tensão medida apresentará um atraso de fase em relação ao sinal de entrada. Essa defasagem é explicada pelo tempo em que devem ocorrer as frequentes cargas e descargas nas placas do capacitor [39]. Por essa razão, a impedância, além de exercer oposição à passagem da corrente, pode provocar um deslocamento de fase da tensão em relação à corrente [40]. Assim, pode-se representar a impedância elétrica Z na forma complexa retangular como

$$Z = R + jX, \quad (2.37)$$

em que a parte imaginária X é chamada de *reatância*, que contribui para a impedância de forma análoga à resistência, porém o seu valor depende da frequência do sinal aplicado. Além disso, a proporção entre a resistência e a reatância é responsável pela defasagem entre os sinais injetados e medidos no material. Como será visto na Seção 2.2, a característica da reatância observada em tecidos biológicos se assemelha ao comportamento de elementos ou sistemas cujos efeitos são predominantemente capacitivos. Essa reatância capacitiva X_c é expressa matematicamente em função da frequência f do sinal senoidal aplicado e da capacitância C pela Equação (2.38):

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{\omega C} \quad [\Omega], \quad (2.38)$$

em que ω é a frequência angular correspondente a f .

Na forma complexa polar, o valor da impedância na forma $Z\angle\theta$, com a resistência e a reatância sendo, respectivamente, $Z \cos(\theta)$ e $Z \sin(\theta)$. Na Figura 2.3 é apresentada uma representação gráfica da impedância no plano complexo. Tais

constituintes da impedância explicam, além do escalonamento do valor da corrente em função da tensão, a defasagem entre essas duas grandezas dependendo do material em que são aplicadas ou medidas.

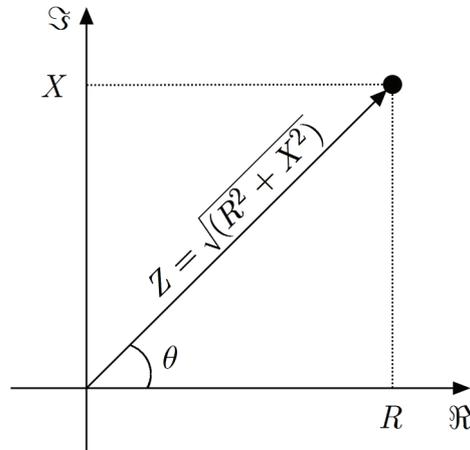


Figura 2.3: Representação gráfica da impedância (\mathbf{Z}) com sua componente real, a resistência (R), sua componente imaginária, a reatância (X), e seu ângulo de fase θ .

Outro conceito derivado da impedância é a *admitância elétrica* \mathbf{Y} , que representa a medida da facilidade com que o fluxo de corrente pode percorrer o material. Em alguns casos, utiliza-se o termo *imitância* para expressar um número complexo que tanto pode ser uma impedância quanto uma admitância. A admitância é definida como o recíproco da impedância, ou seja, $Y = 1/Z$. A admitância também pode ser representada como uma grandeza complexa em que a componente real é a *condutância* G e a componente imaginária é a *susceptância* B , também expressos com as mesmas unidades da admitância:

$$\mathbf{Y} = G + jB \quad [S]. \quad (2.39)$$

Assim como é possível separar as componentes geométricas das componentes intrínsecas da resistência e da capacitância, também é possível fazer o mesmo com a admitância. Como

$$G = \frac{A}{d}\sigma \quad (2.40)$$

e

$$B = \frac{A}{d}\omega\varepsilon, \quad (2.41)$$

pode-se reescrever a Equação (2.39) na forma

$$\mathbf{Y} = \frac{A}{d}(\sigma + j\omega\varepsilon), \quad (2.42)$$

onde σ é a *condutividade* e o número complexo representado pelo termo $(\sigma + j\omega\varepsilon)$ é chamado de *admitividade* ou *condutividade complexa* σ . Reciprocamente, a

Equação (2.37) da impedância pode ser expressa em função da *impeditividade* ou *resistividade complexa* ρ . Observa-se que a simbologia ρ e σ se refere às partes reais da impeditividade e da admitividade, respectivamente. Segundo essa definição, não é verdade que $\sigma = 1/\rho$ e vice-versa. Esta aproximação só é válida se os valores da reatância X e da susceptância B forem muito baixas se comparadas aos da resistência R e à da condutância G , respectivamente. Do contrário, a correta relação é dada por $|\sigma| = 1/|\rho|$. Embora um tecido biológico possa ser caracterizado pela resistividade ou pela condutividade, o escopo deste trabalho envolve o mapeamento da condutividade, analisando-se os parâmetros que influenciam a admitância do material de maneira geral. A razão de se utilizar essa abordagem será vista na Seção 2.2.

Os princípios físicos que embasam os conceitos apresentados até agora são, sob alguns aspectos, muito semelhantes aos que ocorrem nos tecidos biológicos. Desse modo, as grandezas utilizadas para caracterizar a impedância ou admitância elétricas no âmbito biológico (bioimpedância) têm a mesma conotação no meio eletrônico.

2.2 Principais Propriedades Elétricas dos Tecidos Biológicos

Entende-se por *tecido biológico* o arranjo formado por células especializadas em alguma função e que formam a estrutura de organismos vivos multicelulares. Podem ser classificados como *tecidos animais* e *tecidos vegetais*. Neste trabalho, no entanto, o termo *tecido biológico* fará sempre referência a tecidos animais, mais especificamente a tecidos de mamíferos vivos, que, em geral, são o principal foco de aplicação de EIT.

Há mais de um século que as características dielétricas dos tecidos biológicos têm despertado o interesse da comunidade científica. Entretanto, estudos anteriores a 1950, além de serem de difícil acesso, contribuem mais sob o aspecto histórico do que prático e aplicado [2]. Em vista disso, as propriedades apresentadas nesta seção serão baseadas em trabalhos mais recentes, a partir das descrições feitas por Furse et al. [34].

Analogamente aos condutores elétricos, um *eletrólito* é uma substância que apresenta propriedades de admitância Y , porém para o deslocamento de íons e não de elétrons, como nos condutores metálicos. Os tecidos vivos, como os que constituem o corpo humano, são predominantemente condutores eletrolíticos, já que permitem a mobilidade de moléculas polarizadas. Tanto o líquido intracelular quanto o extracelular contêm íons livres para migrar. Sendo assim, a corrente nos tecidos biológicos é *iônica* ou *eletrolítica* e seu fluxo é bastante diferente da condução

eletrônica encontrada nos metais, já que é acompanhada pelo fluxo do material biológico em questão. Os eletrodos, que estão em contato com o tecido, permitem a circulação da corrente externa, pois estes elétrons levam a reações de oxirredução permitindo a dissociação ou deposição de íons metálicos ao eletrodo. Dessa forma, os eletrodos atuam como transdutores entre o meio iônico e eletrônico, uma vez que a troca de elétrons entre o metal e os íons ou espécies não-polarizadas ocorre na interface eletrodo-eletrólito (Figura 2.4). O campo elétrico \mathbf{E} aplicado ao eletrólito por meio dos eletrodos faz com que os íons positivos (*cátions*) migrem na direção de \mathbf{E} enquanto que os íons negativos (*ânions*) se movem no sentido contrário. Os elétrons, que estão em movimento em virtude da diferença de potencial aplicada, se ligam aos e deixam os íons nas fronteiras com os eletrodos. Esse movimento de íons que caracteriza a corrente eletrolítica.

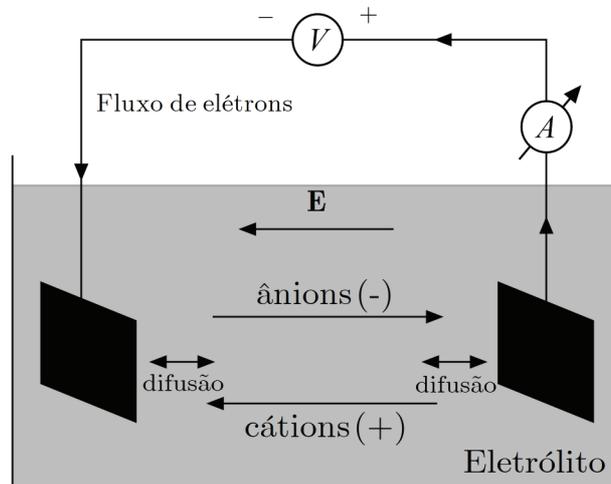


Figura 2.4: Diferentes tipos de corrente e sua transdução nos eletrodos. V é uma fonte de tensão, A um amperímetro, \mathbf{E} é campo elétrico.

Cerca de 70% do corpo humano é formado por líquidos, os quais são constituídos principalmente de soluções iônicas e outras substâncias. Grande parte desses fluidos se encontram dentro das células e são chamados de *fluidos intracelulares*, enquanto que os demais espaços ao redor delas são preenchidos pelos chamados *fluidos extracelulares*. Não somente o *líquido intersticial*, que diretamente circunda as células, pode ser chamado de fluido extracelular, mas também a corrente sanguínea pode ser classificada como tal. Em virtude dessa composição, é fácil entender por que o corpo humano se comporta como um eletrólito, embora possua características peculiares que devem ser consideradas para a compreensão adequada de seu comportamento elétrico. É claro que quanto mais detalhado for o estudo do tecido e da influência de seus componentes, mais complexos serão os modelos e equações que o descrevem no âmbito elétrico.

Sob o ponto de vista microscópico, as características capacitivas dos tecidos

biológicos advêm principalmente das *membranas citoplasmáticas*, as quais são basicamente formadas por uma dupla camada de lipídios polares chamados *fosfolipídeos* (Figura 2.5). Essas moléculas são formadas por um fosfato, que é *hidrofílico* (possui afinidade química com a água), e por uma cadeia de ácidos graxos, que são ao mesmo tempo *lipofílicos* (possuem afinidade química com lipídios) e *hidrofóbicos* (não possuem afinidade química com a água). Por essa razão, em meio aquoso, esses fosfolipídeos se arranjam de modo que a terminação de fosfato fica voltada para a água enquanto que a cadeia de ácidos graxos fica voltada para a cadeia lipídica afim de outro fosfolipídio. Essa estrutura forma a camada bilipídica que compõe a membrana celular, cuja espessura pode variar entre 7 e 10 *nm* [41, 42].

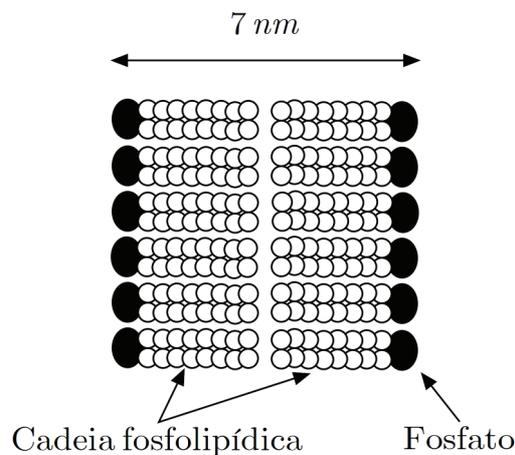


Figura 2.5: Estrutura física da membrana citoplasmática. Cada elemento corresponde a um fosfolipídeo.

De acordo com Furse et al. [34], a permissividade relativa ϵ_r e condutividade efetiva σ_{eff} do tecido humano controlam a propagação, reflexão, atenuação e outros comportamentos do campo eletromagnético dentro do corpo. Essas propriedades dependem prioritariamente do tipo de tecido e da frequência do sinal aplicado (Figura 2.6), embora também sejam afetadas em menor escala pela temperatura e pela perfusão sanguínea.

Pelos gráficos da Figura 2.6 e pelos valores da Tabela 2.1, observa-se que a condutância eletrolítica pode ser considerada independente da frequência, quando $1 \text{ kHz} < f < 1 \text{ MHz}$. Por esse motivo, embora a permissividade relativa possa atingir valores da ordem de 10^6 em baixas frequências, a admitância dos tecidos vivos é dominada pelas propriedades condutivas dos líquidos extracelulares. Matematicamente, para $f < 100 \text{ kHz}$,

$$Y \approx \frac{A}{d} \sigma. \quad (2.43)$$

Nota-se que Y , agora, não mais aparece como um número complexo, uma vez que

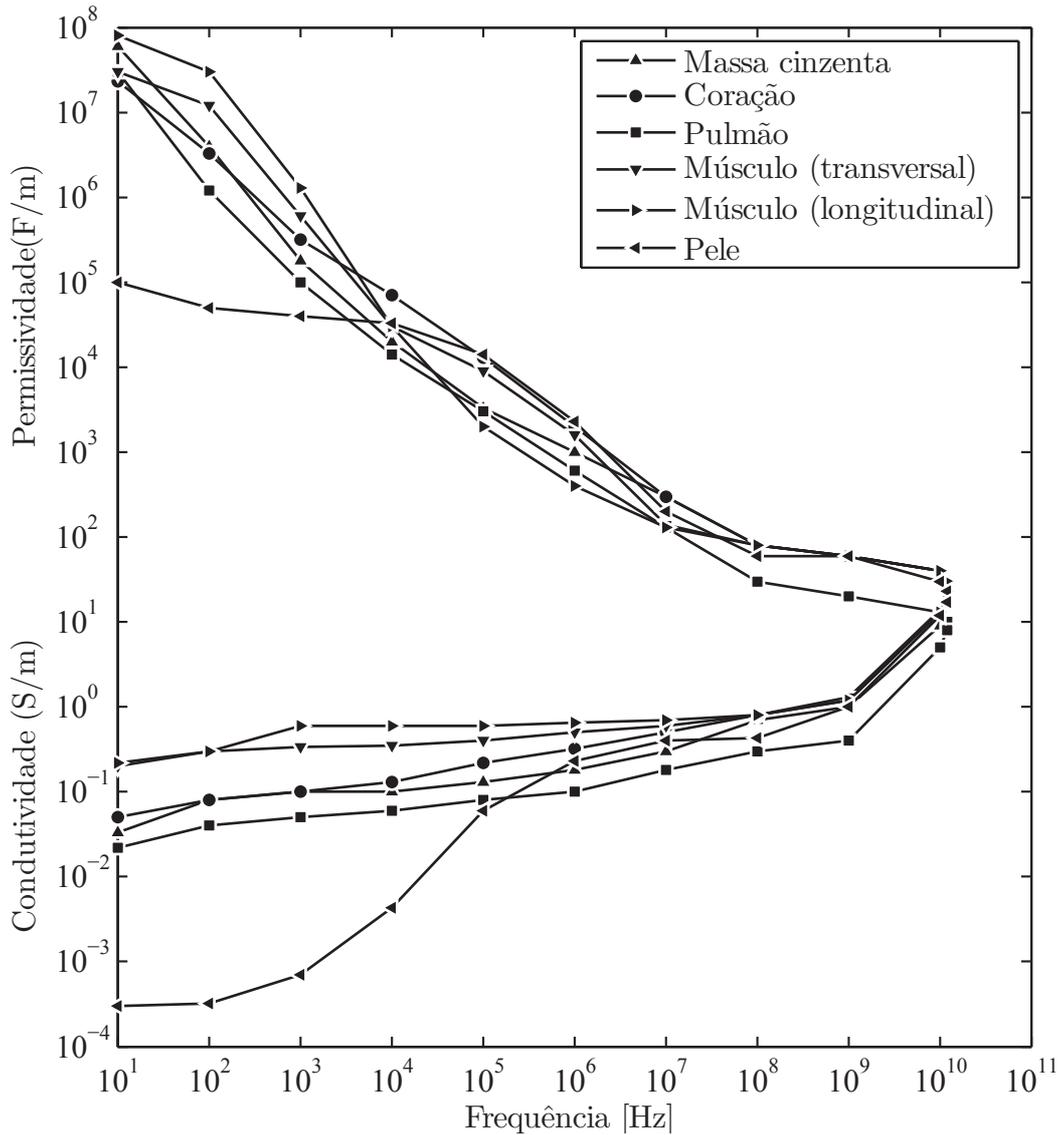


Figura 2.6: Condutividade e permissividade de diferentes tecidos biológicos em função da frequência. Compilação de dados extraídos dos trabalhos de Gabriel et al. [2–4].

a componente imaginária é desprezível.

Em altas frequências (acima de 1 MHz), no entanto, a susceptância aumenta a sua influência, de modo que a admitância do tecido é mais bem descrita em função da permissividade. Como será visto na Seção 2.4, para os propósitos deste trabalho interessa a região de frequência entre 1 kHz e 100 kHz , faixa na qual os tecidos são majoritariamente caracterizados pela condutividade. Na Tabela 2.1 são apresentados os valores de condutividade de alguns tecidos humanos.

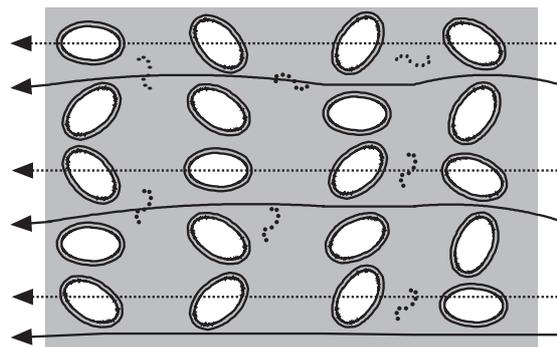


Figura 2.7: Caminhos preferenciais para correntes de alta (linha tracejada) e baixa (linha cheia) frequências em tecidos biológicos.

Tabela 2.1: Condutividade elétrica de tecidos humanos em diferentes faixas de frequência [43].

Tecido	$\sigma(S/m)$	
	1 Hz – 10 kHz	≈ 1 MHz
Pele (seca)	10^{-7}	10^{-4}
Pele (molhada)	10^{-5}	10^{-4}
Osso	0,01	
Tecido Adiposo	0,02 – 0,05	0,02 – 0,05
Pulmão	0,05 – 0,4	0,1 – 0,6
Cérebro	0,1	0,15
Fígado	0,2	0,3
Músculo	0,05 – 0,4	0,6
Sangue	0,7	0,7
Urina	0,5 – 2,6	0,5 – 2,6
Solução Salina, 0,9%, 20°C	1,3	1,3
Solução Salina, 0,9%, 37°C	2	2

2.2.1 Propriedades Elétricas Especiais dos Tecidos Biológicos

Além das características elétricas descritas anteriormente, os tecidos biológicos apresentam algumas propriedades peculiares que, eventualmente, podem se tornar complicadoras na acurácia da medição da bioimpedância. Essas propriedades são brevemente apresentadas a seguir.

Anisotropia

Um mesmo tecido pode apresentar diferentes valores de condutividade dependendo da direção em que esta é medida. No nível microscópico, essa característica é mais marcante quando não homogeneidades em virtude da composição e do arranjo celular

são mais facilmente detectáveis, enquanto que macroscopicamente a anisotropia é percebida quando há variação tecidual no plano de medição. Como resultado, ao se considerar a anisotropia do meio, a condutividade não pode ser tratada apenas como um escalar, mas como um vetor cujos módulo e direção são uma função da posição do ponto de medida. Consequentemente, o vetor densidade de corrente \mathbf{J} não estará mais em fase com o vetor campo elétrico \mathbf{E} , visto que o produto deste com o vetor condutividade σ no plano complexo altera a direção de \mathbf{J} . O fato de que as medidas de condutividade de um meio podem variar em função da posição dos eletrodos é uma das maiores dificuldades nos cálculos e modelos para caracterização da bioimpedância de tecidos biológicos [43, 44].

Atividade Elétrica em Músculos e Nervos

A atividade elétrica devido a estímulos neurais, muito comum em músculos e nervos, ocorre basicamente em função do comportamento dos íons Na^+ e K^+ através da membrana celular. A diferença de potencial sobre essa camada é mantida pela concentração desigual dessas moléculas dentro e fora das células. Porém, por difusão, há a passagem desses íons através de canais existentes na membrana celular. Quando uma certa quantidade de energia é liberada, estruturas chamadas de *bombas de sódio-potássio*, presentes na membrana, literalmente bombeiam os íons Na^+ para o exterior da célula e os íons K^+ para o interior, restabelecendo o potencial de equilíbrio. Esses frequentes “curto-circuitos” eventualmente interferem na medição da bioimpedância, porém, seus efeitos podem ser minimizados com o uso de filtros adequados.

Não-linearidades

Como foi visto na Seção 2.2, a bioimpedância de um tecido varia de acordo com a sua estrutura e com a frequência do sinal aplicado. De maneira geral, isso se deve à própria anisotropia do material, devido aos efeitos capacitivos das membranas celulares, à composição dos líquidos extracelulares, deslocamento dos íons, alinhamento dos dipolos moleculares, entre outros. Adicionalmente, a própria impedância de acoplamento na interface eletrodo/tecido introduz não-linearidades no sistema, interferindo nos resultados das medidas.

Efeitos Piezo e Triboelétricos

Alguns materiais são capazes de gerar uma polarização interna quando mecanicamente deformados, ou seja, transformam energia mecânica em energia elétrica. Tais materiais são chamados de *piezoelétricos*. A maioria dos biomateriais apresentam propriedades piezoelétricas e, no caso de tecidos humanos, têm sido

encontradas naqueles que sofrem constantes deformações mecânicas, como cabelos, ossos e tendões.

Já os efeitos *triboelétricos* estão relacionados à capacidade de um tecido biológico gerar e armazenar eletricidade estática quando em atrito com outro material. Essa propriedade é diretamente afetada pela umidade e pureza do meio (ambiente), podendo ser observada no atrito que uma pessoa realiza com o solo ao caminhar, ao retirar suas roupas e até mesmo no movimento de cobertores sobre pacientes em hospitais [43, 45]. Sendo assim, a influência desses efeitos pode interferir nos resultados de medição da bioimpedância.

2.2.2 Bioimpedância

O termo *bioimpedância* se refere às propriedades elétricas de um material biológico quando em oposição à passagem de corrente elétrica. O valor dessa impedância muda com a frequência do sinal de excitação e com os diferentes tipos de tecido em função de sua composição [39]. Como será abordado na Seção 2.3.1, a medição da bioimpedância de um tecido envolve um procedimento relativamente simples, requerendo basicamente o uso de dois ou mais eletrodos para a aplicação de um padrão de corrente de excitação I a esse tecido e, por meio da medição da diferença de potencial associada V , determina-se a impedância [40], embora haja outros tipos de protocolo com o mesmo objetivo.

Pode-se utilizar a informação da bioimpedância de um tecido biológico para se determinar a distribuição das propriedades elétricas da secção transversal de um conjunto de tecidos do corpo humano e representá-las em uma imagem bi ou tridimensional. Esse processo, no entanto, é bem mais complexo sob o ponto de vista da instrumentação e da modelagem físico-matemática envolvida (Figura 2.8).

Considerando-se que as características da bioimpedância podem variar em função da atividade ou de alguma patologia associada ao tecido em estudo, a medição dessas características elétricas do sistema biológico funciona como um mecanismo de transdução indireta para o mapeamento de eventos fisiológicos. Sendo assim, as informações da bioimpedância de um tecido biológico qualquer podem caracterizar fluxo, pressão e volume sanguíneos, coagulação, atividade cardíaca, volume respiratório, volumes nefrótico e vesical, contrações uterinas, atividade neuronal, reflexos galvânicos da pele, volume de células sanguíneas, salivação, entre outras [46].

2.2.3 Modelos

O termo *modelo* pode ser interpretado como um equivalente que reproduz determinadas propriedades de certo fenômeno real. Um modelo pode ser, então,

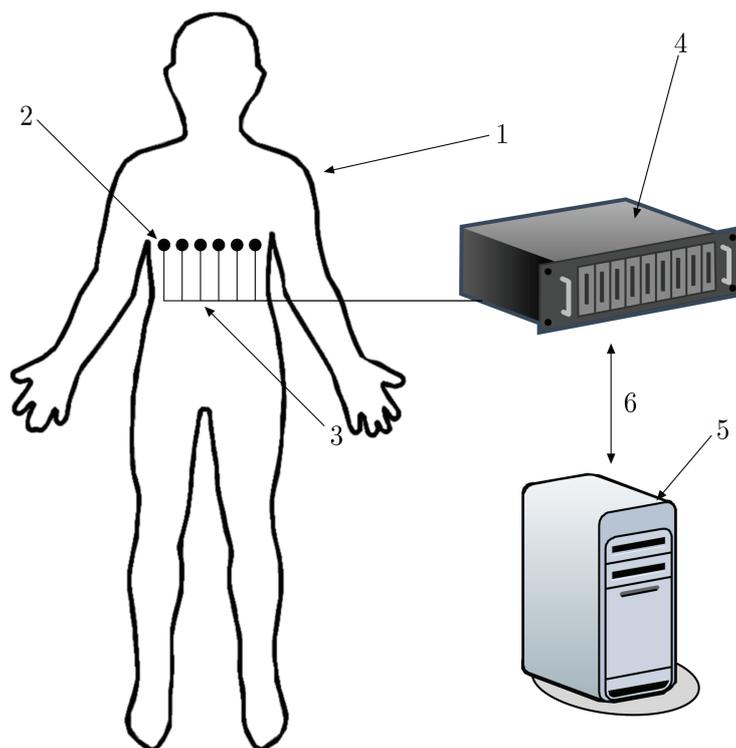


Figura 2.8: Esquema simplificado da medição de bioimpedância de uma secção transversal do corpo. Os eletrodos (2) são posicionados ao redor da região torácica de um sujeito (1) e ligados ao tomógrafo (4) por meio de conectores (3). É feita a conversão analógica-digital dos sinais captados e estes são enviados (6) e processados por um computador (5).

visual, geométrico, matemático, físico, elétrico, etc. Pode-se categorizar os modelos basicamente como *descritivos* ou *explicativos*. Neste trabalho os modelos refletem o comportamento da bioimpedância de um determinado tecido ou conjunto deles.

Os modelos descritivos caracterizam os tecidos a partir de componentes elétricos e algoritmos, sem se preocupar com a teoria e com detalhamento anatomofisiológico da estrutura do sistema biológico por eles representados. Esse tipo de modelagem é prioritariamente quantitativa, baseada nos valores obtidos durante os ensaios, porém os componentes do modelo, bem como seu comportamento individual, não necessariamente correspondem às estruturas isoladas do tecido, tais como camada de gordura, vascularização, entre outras. Por outro lado, os modelos explicativos se baseiam em conceitos elétricos como potencial, condutância, polarização, indução, etc. e a compreensão dos mecanismos físicos no material biológico são usados para reproduzi-los de forma mais fiel possível. A modelagem explicativa é mais analítica e qualitativa do que a modelagem descritiva, sendo que os componentes do modelo são capazes de representar as estruturas anatômicas e os processos físicos isoladamente. Grimnes e Martinsen [43] resumiram possíveis combinações dos dois tipos de

modelagem e, de acordo com eles, pode-se analisar o comportamento da impedância de um tecido segundo três diferentes ópticas de modelagem:

- Modelo tipo 1: As propriedades elétricas das principais estruturas anatômicas do tecido são mapeadas e individualmente representadas, de modo que o modelo elétrico será tão complexo quanto for o sistema estudado. No caso de EIT, um dos grandes desafios é obter modelos capazes de gerar imagens que reflitam as formas detalhadas dos tecidos, bem como o mapeamento exato de sua impedância;
- Modelo tipo 2: Apenas as estruturas que mais contribuem para as propriedades elétricas do tecido são modeladas, obtendo-se um equivalente elétrico mais simples que corresponda a todas essas estruturas. Este é um modelo orientado ao órgão, sendo uma simplificação do modelo 1. No Capítulo 3 será visto que a maioria dos protótipos e sistemas de EIT atuais operam conforme este tipo de modelagem, uma vez que os resultados, embora não tão precisos, são úteis e suficientes para uma série de aplicações clínicas;
- Modelo tipo 3: O tecido é considerado como uma caixa preta e é representado por um circuito elétrico baseado nas medições de resposta em frequência do sistema. A anatomia do órgão não é considerada. Como alguns exemplos de trabalhos neste sentido, pode-se citar mensuração de volume hemorrágico [47], composição corporal (estimativa de gordura) aplicada à nutrição [48–51] e monitoração de hidratação durante hemodiálise [52, 53].

Qualquer um dos três paradigmas acima é válido, dependendo do que se deseja obter e da aplicação. O modelo será tão bom ou correto quanto for a implementação que o permita se aproximar da realidade. Como é objetivo deste trabalho apenas o mapeamento gráfico de áreas de diferentes valores de condutividade, sem que haja preocupação com a determinação de tais valores, é utilizada modelagem tipo 2 sob uma perspectiva mais explicativa do que descritiva.

2.3 Aquisição de Dados de Bioimpedância

Nesta seção são conceituados os protocolos básicos para medição de bioimpedância, focando-se nas grandezas e relações da *Teoria de Circuitos* que serão utilizadas do Capítulo 4.

2.3.1 Sistemas de Medição

A escolha da configuração de medição depende da informação da bioimpedância que se deseja obter e do nível de complexidade que se esteja disposto a inserir na

implementação do *hardware* de aquisição. Neste ponto, é pertinente introduzir dois novos conceitos: o de *terminal* e o de *porta*. Pode-se entender um terminal como sendo o conjunto fio-eletrodo ligado a um ponto ou canal de um circuito injetor ou medidor de sinais, enquanto que uma porta nada mais é do que um par de terminais desse circuito. Na Figura 2.9 são mostrados os três principais métodos de injeção e medição de corrente e ou tensão em tecidos biológicos [43].

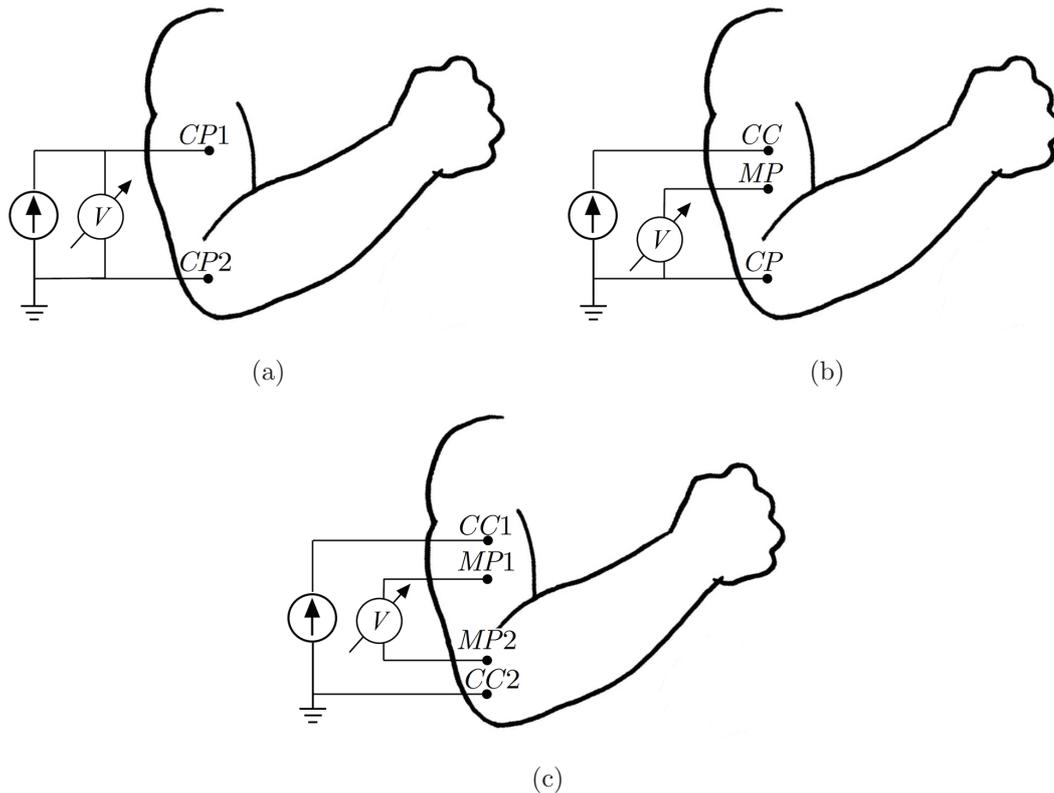


Figura 2.9: Três diferentes configurações de eletrodos colocados sobre o antebraço para aquisição da bioimpedância da pele: (a) bipolar, (b) tripolar e (c) quadripolar. Legenda: CP (eletrodo de passagem de corrente e medida de potencial), CC (eletrodo de passagem de corrente), MP (eletrodo de medida de potencial).

Em um sistema de dois eletrodos, necessariamente, um deles faz a injeção de corrente enquanto o outro a capta, de maneira que se obtenha um circuito fechado. Além disso, uma configuração de dois eletrodos pode ser *monopolar*, quando apenas um dos eletrodos está *ativo* e injeta corrente, ou *bipolar*, quando a corrente pode ser injetada ora por um dos eletrodos ora pelo outro. Em se tratando de um sistema monopolar, pode haver mais de dois eletrodos envolvidos, desde que apenas um seja o eletrodo-fonte e os demais, *passivos* ou neutros. A configuração bipolar, contudo, é a mais comum de todas no que se refere à medição de bioimpedância. Na Figura 2.9(a) há um esquema bipolar, em que ambos os eletrodos CP são idênticos e tanto injetam quanto medem corrente.

No caso das configurações *tripolar* e *quadrupolar*, Figuras 2.9(b) e 2.9(c), respectivamente, os eletrodos pelos quais a corrente circula (CC e CP) não são obrigatoriamente os mesmos que realizam a medição dos sinais (MP e CP), como no sistema bipolar. Existe pelo menos um eletrodo que faz o registro de potencial (MP), porém sem que sua polarização influencie a impedância do meio, introduzindo erros na medida. Uma vez que os eletrodos de medição estejam desassociados dos eletrodos de circulação de corrente, a impedância é medida indiretamente, fora do circuito principal. Essa impedância medida em tais circunstâncias é chamada de *impedância de transferência*. Esse conceito está fundamentado no *Teorema da Reciprocidade*, que estabelece, em linguagem simples, que se uma tensão V aplicada em uma porta de um circuito recíproco produz uma corrente I na outra porta, então se V for trocada da primeira para a segunda porta, isso gerará a mesma corrente I na primeira porta. Um circuito é dito *recíproco* se:

- (i) For linear;
- (ii) Não possuir fontes dependentes ou independentes; e
- (iii) Suas condições iniciais forem nulas.

Na Figura 2.10 há um exemplo de um circuito resistivo recíproco. Observa-se que por esse teorema, tanto no sistema tripolar quanto no quadrupolar, se o eletrodo de injeção (CC) e o eletrodo de medição (MP) forem trocados, a impedância obtida será a mesma, desde que MP seja medido com relação a CP na configuração tripolar.

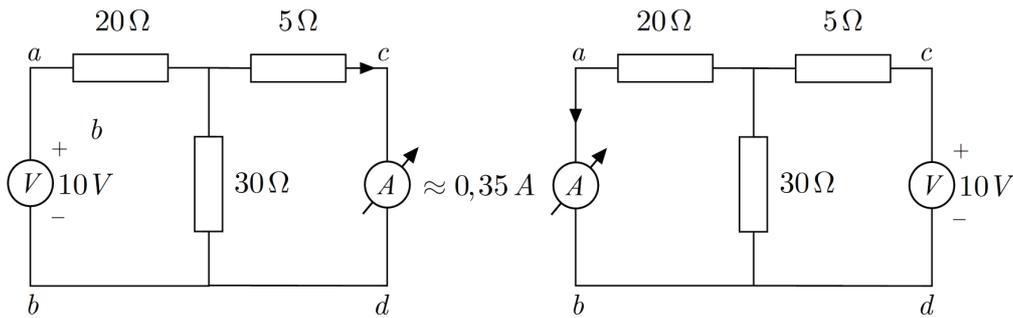


Figura 2.10: Exemplo de um circuito recíproco. Se a fonte de tensão for removida da porta ab do circuito à esquerda para a porta cd do circuito à direita, a corrente medida no amperímetro será a mesma em ambos os casos.

Pela definição de terminal e porta dada anteriormente, conclui-se que a configuração bipolar tem uma porta, enquanto que a configuração tripolar tem três e a quadrupolar seis portas. Nota-se que o número de portas distintas, e conseqüentemente de medições diferentes, é função do número de terminais disponíveis, sendo uma combinação destes. Em EIT, o número de terminais é dado

pelo número L de eletrodos utilizados no *hardware* e dessa forma o número de portas independentes possível N_p é dado por

$$\begin{aligned}
 C_2^L &= \frac{L!}{2!(L-2)!}, \\
 C_2^L &= \frac{L(L-1)(L-2)!}{2!(L-2)!} \\
 N_p = C_2^L &= \frac{L(L-1)}{2}.
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

2.3.2 Configuração Multiportas

O conceito de rede multiportas é derivado da Teoria de Circuitos [54] aplicada à caracterização de um sistema desconhecido, o qual pode ser tratado como uma caixa preta e determinado por medidas elétricas obtidas externamente.

Seja um plano resistivo circular genérico Π em uma configuração multiportas, conforme mostrado na Figura 2.11, onde vp_i é a diferença de potencial medida entre dois eletrodos adjacentes (ou seja, na i -ésima porta), i_j é a corrente injetada em cada eletrodo (ou seja, no j -ésimo terminal) e ip_j é a corrente injetada em uma porta.

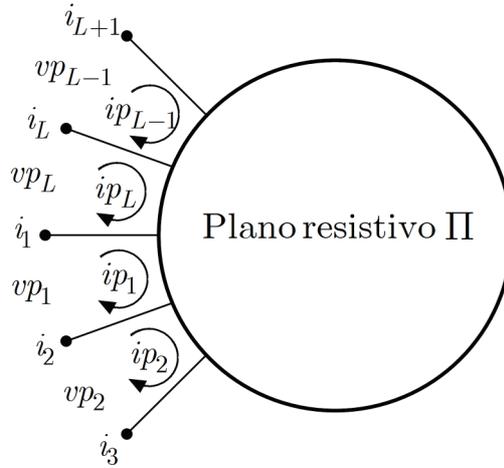


Figura 2.11: Plano resistivo circular em configuração multiportas.

Considerando-se L eletrodos, o sistema multiportas pode ser descrito por:

$$\begin{bmatrix} vp_1 \\ vp_2 \\ \vdots \\ vp_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1L} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{L1} & z_{L2} & \cdots & z_{LL} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ip_1 \\ ip_2 \\ \vdots \\ ip_L \end{bmatrix}, \tag{2.45}$$

ou, matricialmente,

$$\mathbf{V}_p = \mathbf{Z}_o \cdot \mathbf{I}_p, \tag{2.46}$$

onde $\mathbf{V}_p(L \times 1)$ é o vetor com as tensões de porta, $\mathbf{I}_p(L \times 1)$ é o vetor com as correntes injetadas em cada porta e $\mathbf{Z}_o(L \times L)$ é a matriz com as impedâncias de circuito aberto, em que cada elemento z_{ij} é definido como:

$$z_{ij} = \frac{vp_i}{ip_j}, \quad (2.47)$$

em que $ip_k = 0$, $k = 1, 2, \dots, L$, quando $k \neq j$.

Observa-se que as Equações (2.46) e (2.47) expressam o princípio da superposição, indicando que a corrente injetada na j -ésima porta contribui com uma parcela da medida de tensão na i -ésima porta, dependendo da impedância entre essas duas portas. Essa informação de impedância é representada pelo elemento z_{ij} . Por exemplo, quando uma corrente é injetada na porta 1 ($ip_2 = ip_3 = \dots = ip_L = 0$), por meio das medidas de tensão nas outras portas é possível determinar as impedâncias da primeira coluna de \mathbf{Z}_o . Quando a corrente é injetada na porta 2 e as demais são deixadas em circuito aberto, define-se, então, pelo mesmo procedimento, os elementos da segunda coluna de \mathbf{Z}_o , e assim sucessivamente. Pelo paradigma de injeção de corrente e medição de tensão utilizado, esse tipo de sistema multiportas é caracterizado como sendo quadrupolar, segundo as definições dadas na Seção 2.3.1.

Como será visto no Capítulo 3, o procedimento para definir os valores de z_{ij} na Equação (2.47) é semelhante ao utilizado pela maioria dos sistemas atuais de EIT, nos quais o biomaterial é excitado em uma porta por uma fonte de corrente de amplitude e frequência constantes, enquanto valores de tensão são obtidos das demais portas.

2.3.3 Configuração Multiterminais

Na abordagem multiterminais, a corrente de excitação é aplicada a um dado eletrodo (ou terminal) enquanto os demais são aterrados [32] (Figura 2.12). A obtenção da distribuição de resistividade pela análise multiterminais é realizada a partir de um paradigma de aquisição de dados que é pouco usado em sistemas de EIT.

Um sistema multiterminais é mais bem definido por uma matriz de admitâncias, já que para este caso os valores medidos são as correntes nos terminais e a tensão na fonte de corrente. Assim,

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1L} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{L1} & y_{L2} & \cdots & y_{LL} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_L \end{bmatrix}, \quad (2.48)$$

ou, matricialmente,

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{V}, \quad (2.49)$$

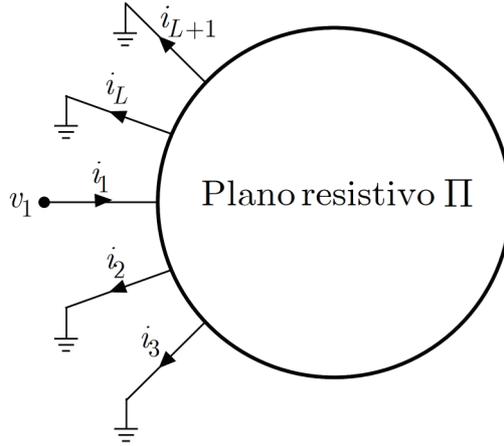


Figura 2.12: Plano resistivo circular em configuração multiterminais.

onde $\mathbf{I}(L \times 1)$ é o vetor com as correntes que fluem pelos terminais, $\mathbf{V}(L \times 1)$ é o vetor com as tensões em cada terminal, e $\mathbf{Y}(L \times L)$ é a matriz com as admitâncias de curto-circuito, em que cada elemento y_{ij} é definido como:

$$y_{ij} = \frac{i_j}{v_i}, \quad (2.50)$$

em que $v_k = 0$, $k = 1, 2, \dots, L$, quando $k \neq i$.

Quando uma corrente é injetada no terminal 1, por exemplo, os demais eletrodos são aterrados ($v_2 = v_3 = \dots = v_L = 0$), e as parcelas da corrente i_1 que fluem por esses terminais são medidos. Como o potencial v_1 do terminal 1 também é medido (tensão sobre a fonte de corrente), os elementos da coluna de \mathbf{Y} podem ser determinados. O processo se repete para os outros terminais até que se complete o ciclo de aquisição. De acordo com esse procedimento de injeção de corrente e medição de tensão, esse tipo de sistema multiterminais se caracteriza como sendo bipolar, conforme as definições dadas na Seção 2.3.1.

2.4 Tomografia por Impedância Elétrica

Em sua etimologia, o termo tomografia (do gr. *tomos*, pedaço e *graphein*, grafia) pode ser entendido como a representação gráfica do segmento interno de um corpo. Nesse sentido, diferentes técnicas de tomografia podem ser empregadas dependendo da aplicação desejada. Uma dessas técnicas é a Tomografia por Impedância Elétrica (EIT), que reconstrói, na forma de uma imagem topográfica, a distribuição de condutividade (ou de resistividade) do interior de um corpo a partir de medidas de tensão ou corrente obtidas da superfície do objeto em estudo [55, 56]. Os primeiros trabalhos usando o método de impedância elétrica datam da década de 1930, em

aplicações de geologia, para caracterização de determinadas áreas no solo [6]. Não obstante, a partir dos estudos da década de 1950, sobre as propriedades elétricas de tecidos biológicos, novos trabalhos sobre imageamento por impedância elétrica em aplicações médicas começaram a surgir. Uma vez que diferentes tecidos biológicos apresentam diferentes propriedades elétricas (Seção 2.2), as medidas de EIT são possíveis em tecidos biológicos, mesmo sob condições *in vivo*, desde que sejam respeitados os critérios de segurança elétrica [55].

As informações sobre a distribuição das propriedades elétricas internas do corpo humano têm sido muito úteis para uma variedade de problemas clínicos, tais como detecção de embolia ou edema pulmonar, monitoração da atividade cardíaca e do fluxo sanguíneo, monitoração de hemorragia interna, varredura para detecção de câncer de mama, estudo do enchimento estomacal, estudo do acúmulo de líquido pélvico como uma possível causa da dor pélvica, quantificação da severidade da síndrome pré-menstrual pela determinação de quantidade de fluido intra e extracelular, definição do limiar entre vida e morte de um tecido, medição da temperatura interna associada ao tratamento por hipertermia, entre outros [57, 58]. Devido a tão grande número de aplicações da EIT, esta seção visa a apresentar os recursos básicos necessários para a geração de uma imagem por tal método, desde a instrumentação até os algoritmos de reconstrução que, por fim, produzirão o resultado final desejado.

2.4.1 Arquitetura Básica de um Tomógrafo por Impedância Elétrica

A partir da década de 1980, a instrumentação necessária para realizar a EIT começou a ser aperfeiçoada e tem estado em contínuo desenvolvimento. Enquanto os primeiros instrumentos faziam uso de tecnologia analógica, os dispositivos mais recentes têm empregado técnicas de eletrônica e processamento digitais, ampliando a largura de banda dos sinais envolvidos e a precisão nas medidas [39]. Apesar disso, a arquitetura típica de um tomógrafo de EIT é relativamente similar entre os diferentes sistemas existentes. De maneira básica e convencional, a saída de uma fonte de excitação de corrente é chaveada para os eletrodos conectados ao corpo em estudo. Dependendo do protocolo, as diferenças de potencial nesses eletrodos são medidas por um amplificador diferencial a eles conectado por outros multiplexadores. A informação de defasagem é obtida por um demodulador, cuja saída é digitalizada por um conversor A/D (Analógico para Digital) e então processada por um microcomputador. Na Figura 2.13 é apresentado um diagrama de blocos com os componentes básicos de um sistema de EIT, os quais serão mais bem descritos nas seções a seguir.

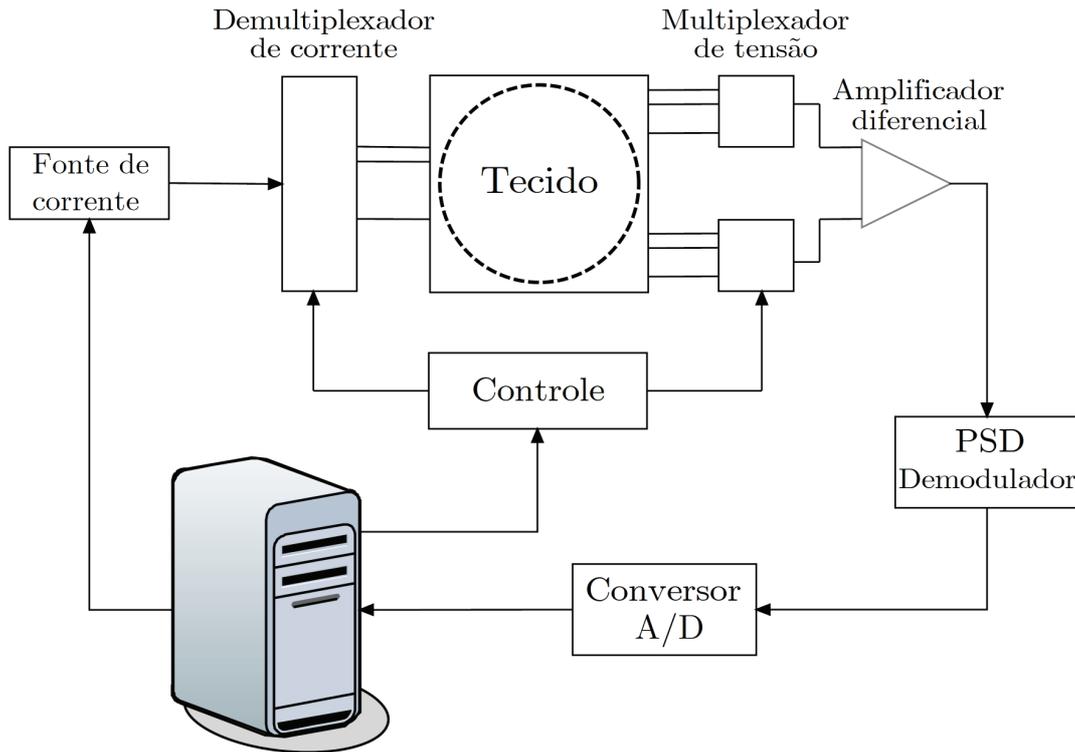


Figura 2.13: Diagrama de blocos de um sistema de tomografia por impedância elétrica básico mostrando o esquema das ligações entre a fonte de corrente, os demultiplexadores, os medidores de tensão, o demodulador (PSD), o conversor A/D e o sistema de processamento e controle.

Fonte de Corrente

A maioria das fontes de corrente utilizadas na EIT são, na verdade, conversores de tensão para corrente e produzem uma corrente proporcional à tensão de entrada, a qual é gerada por um oscilador. Inicialmente, os sistemas de EIT utilizavam osciladores analógicos para gerar uma onda senoidal de referência, mas atualmente são utilizadas técnicas digitais para síntese desse tipo de onda [39].

Para que a corrente entregue à carga seja independente da tensão medida na mesma, idealmente, a impedância de saída de uma fonte de corrente deveria ser infinita. Na prática, entretanto, as fontes de corrente têm uma impedância de saída finita, caracterizada por uma resistência e uma capacitância ligadas em paralelo. Dessa forma, a saída da fonte de corrente se comporta como um filtro passa-baixas, já que a reatância capacitiva cai com o aumento da frequência. Além disso, a capacitância de saída compromete a medição da componente imaginária da bioimpedância e, conseqüentemente, da informação de fase. Felizmente, há técnicas de *hardware* capazes de eliminar os efeitos indesejáveis referentes à capacitância de saída em uma determinada frequência, como as que empregam geradores de impedância negativa [39].

Os tecidos biológicos *in vivo* geralmente são testados com ondas senoidais de frequências entre 10 *kHz* e 1 *MHz* e correntes entre 0,1 e 5 *mA* de pico, valores esses regulamentados por normas de segurança de dispositivos médicos, como a IEC 601 [59]. A implementação de fontes de corrente que atendem a estas especificações requer uma série de circuitos de compensação para resolver problemas de precisão, impedância de saída, etc. Alternativamente, fontes de tensão podem ser utilizadas em substituição às de corrente. Entretanto, essa abordagem é menos desejável devido aos aspectos relacionados à segurança elétrica do paciente e ao aumento da sensibilidade a erros em função da disposição e do tamanho dos eletrodos [60].

Multiplexadores e Demultiplexadores

Tanto o sistema de injeção de corrente quanto o de medição de tensão podem ser paralelos ou seriais, ou seja, pode haver, respectivamente, várias fontes de corrente e voltímetros ou apenas um de cada. No caso de serem seriais, o processo de aplicação de corrente e de aquisição é sequencial, tornando-se necessário o uso de demultiplexadores para comutar a saída da fonte de corrente e a entrada do voltímetro entre os eletrodos [40]. No entanto, os multiplexadores possuem características indesejáveis para os sistemas de EIT, tais como resistência de saída não-nula dependente da tensão aplicada; isolamento limitado quando em aberto, podendo atingir valores menores em altas frequências; injeção de carga durante a comutação e, principalmente, capacitâncias de entrada e de saída relativamente altas [39].

Aquisição das Tensões

Para cada sinal de corrente aplicado sobre a estrutura em estudo, há um conjunto de tensões que podem ser medidas a partir dos eletrodos. Pelo uso de multiplexadores é possível obter sequencialmente as tensões nos eletrodos, as quais são aplicadas às entradas de um amplificador diferencial de instrumentação. Alguns sistemas de EIT medem as diferenças de potencial entre pares de eletrodos, enquanto outros podem medir as diferenças entre cada eletrodo e o potencial de aterramento do circuito. A principal vantagem da medida diferencial é que a tensão entre pares de eletrodos pode ser significativamente menor que a diferença entre cada eletrodo e o terra, sendo, assim, possível reduzir os requisitos de faixa dinâmica do conversor analógico-digital. Por outro lado, como principal desvantagem da medida diferencial, pode-se citar a perda de precisão devido ao ganho de modo comum (CMRR — *Common-Mode Rejection Ratio*) não-nulo do amplificador. Há, porém, algumas técnicas para redução desse tipo de erro, como, por exemplo, o uso de realimentação

da tensão de modo comum [39, 40].

Demodulador

No caso de se desejar obter a defasagem gerada pela bioimpedância, utiliza-se um circuito chamado detector ou demodulador de fase (PSD — *Phase-Sensitive Demodulator*). Uma vez que a fase da corrente injetada é conhecida, o demodulador é capaz de recuperar, a partir da forma de onda da tensão medida, a resistência e a reatância dos tecidos na frequência de excitação. Muitos sistemas descartam a informação de defasagem entre os sinais injetado e coletado, incorrendo em resultados inexatos devido aos efeitos reativos da estrutura biológica em questão [39].

Sistema de Processamento e Controle

Ao saírem do demodulador, os valores medidos, que estão no domínio analógico, necessitam passar por um conversor A/D para, por fim, serem processados em um microcomputador [40]. Esses dados digitalizados servem de entrada para os algoritmos de reconstrução da imagem da estrutura em estudo. A sistemática definida para cada algoritmo de reconstrução pode depender, inclusive, da maneira pela qual os dados são adquiridos. Os diversos algoritmos adotados para o processamento dos sinais coletados e a geração da imagem por impedância elétrica serão apresentados no Capítulo 3. O computador também pode realizar a interface com o controle de temporização entre a injeção de corrente e a medição das tensões associadas, sincronizando ambos os processos.

2.4.2 O Problema da Reconstrução de Imagens de EIT

Os sistemas de EIT utilizam algoritmos que se baseiam em modelagens matemáticas do tecido biológico para recriar uma imagem da secção transversal do corpo em estudo. Tais modelagens estão fundamentadas nas propriedades elétricas dos tecidos biológicos e em suposições que viabilizem as soluções propostas, de modo que se obtenham resultados mais próximos da realidade.

Tipicamente, a partir da injeção de uma corrente elétrica conhecida, o problema consiste basicamente em encontrar uma transformação que reconstrua a distribuição espacial da resistividade ou da condutividade do interior do objeto a partir das tensões medidas em sua periferia [40, 61]. Trata-se de um problema inverso, termo cunhado pelo astrofísico armeno Viktor Amazaspovich Ambartsumian e que, de acordo com a definição de Engl et al. [62], resume-se em determinar causas desconhecidas a partir de efeitos observados.

Em meios condutores isotrópicos, ou seja, aqueles em que a condutividade independe da direção da medida, o problema de reconstrução tem solução única.

No entanto, pode-se demonstrar que para condutores anisotrópicos, como é o caso dos tecidos biológicos, existem diferentes distribuições de condutividade que fornecem a mesma tensão na superfície, não sendo possível, assim, obter-se soluções únicas nessas condições. Observa-se, então, que o problema inverso envolvido na reconstrução da imagem por EIT pertence à classe de problemas mal-postos. Um problema bem-posto é aquele que atende as três condições [63]:

- (i) Possui solução (existência da solução);
- (ii) A solução é única (unicidade);
- (iii) A solução tem dependência contínua com o espaço de entrada (estabilidade da solução).

Assim, se alguma das condições acima não for satisfeita, o problema é dito mal-posto. Geralmente, nenhuma das condições de Hadamard é satisfeita em um problema inverso, como é o caso da reconstrução de imagens de EIT. Informações suficientes para resolver o problema poderiam ser obtidas do tecido a nível microscópico, já que sob tais circunstâncias o tecido pode ser considerado isotrópico. Entretanto, na prática, não é possível realizar essas medidas e o problema é solucionado conhecendo-se parte da anisotropia do tecido, removendo-se, assim, ambiguidades da distribuição de condutividade [64].

Seja um volume condutor isotrópico de secção transversal Π com condutividade σ . Se o potencial elétrico em um ponto qualquer é V , então o campo elétrico é obtido pelo seu gradiente, conforme a Equação (2.14). A Lei de Ohm, sob uma perspectiva microscópica, estabelece que a partir da condutividade e do campo elétrico dentro de um corpo, pode-se calcular a densidade de corrente como:

$$\mathbf{J} = -\sigma \nabla V, \quad (2.51)$$

ou

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}. \quad (2.52)$$

Ressalta-se que a notação utilizada para o potencial elétrico na Equação (2.51) é a de potencial eletrodinâmico, visto que se está definindo o vetor densidade de corrente. Na fronteira da superfície de Π , ou seja, na região que define o contorno, o módulo de \mathbf{J} pode ser representado pelo produto interno

$$J_n = \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}_n = -\sigma \nabla V \cdot \mathbf{e}_n, \quad (2.53)$$

onde \mathbf{e}_n é o versor normal (perpendicular) à porção infinitesimal $\partial\Pi$ da borda de Π . Considerando-se que não há fontes de corrente internas no material, a *Lei de*

Kirchhoff define que a distribuição do potencial elétrico V dentro de Π , através do qual flui uma corrente de baixa frequência, é dada por:

$$\nabla(\sigma \nabla V) = 0. \quad (2.54)$$

A Equação (2.54) é válida apenas para o caso em que a corrente é contínua. Entretanto, embora na prática sejam utilizadas correntes alternadas para minimizar os efeitos de polarização nos eletrodos, as frequências empregadas em EIT são relativamente baixas (50 kHz , por exemplo) para que se possa assumir que essa equação descreve as distribuições de corrente e de tensão no objeto [64, 65]. A Equação (2.54) pode ser expandida como

$$\sigma \nabla^2 V + \nabla \sigma \nabla V = 0. \quad (2.55)$$

No caso em que a condutividade é uniforme ao longo de Π , ou seja, quando Π é homogêneo (Π_0), a Equação (2.55) se reduz à chamada *Equação de Laplace*:

$$\nabla^2 V = 0. \quad (2.56)$$

As Equações (2.53) e (2.54), e conseqüentemente, a Equação (2.55), formam as *condições de contorno de Neumann*. Em outras palavras, existe uma relação tal que, uma vez conhecidas a condutividade σ_n e a densidade de corrente \mathbf{J}_n em cada ponto da superfície de Π_0 , é possível determinar o n -ésimo potencial elétrico V_n [40]. Matematicamente, tem-se, então, que:

$$V_n = f(J_n, \sigma_n) \quad (2.57)$$

A relação indicada na Equação (2.57), contudo, representa uma solução para um problema direto, que não é o caso da reconstrução de imagens por impedância elétrica. Para um sinal de corrente conhecido I aplicado na superfície de Π , a medida da tensão V não fornece informação suficiente para determinar unicamente a distribuição de condutividade σ . Entretanto, outros valores de tensão podem ser adquiridos a partir da injeção de diferentes padrões de corrente, tornando possível obter um conjunto de informações suficientes para reconstruir uma aproximação de σ , pelo menos no caso em que o meio é suposto isotrópico [64, 65]. No Capítulo 3 serão abordadas algumas das estratégias apresentadas na literatura para se reconstruir uma imagem da distribuição de condutividade de um volume condutor eletrolítico.

Capítulo 3

Revisão da Literatura

Neste capítulo serão apresentados e discutidos alguns dos diversos algoritmos de reconstrução de imagens por impedância elétrica desenvolvidos ao longo do tempo por diferentes grupos de pesquisa. Tais algoritmos foram agrupados em iterativos e não iterativos, embora outros tipos de classificação sejam possíveis devido às suas características afins. Não é objetivo desta revisão, e nem seria viável, detalhar todos os algoritmos desta área. Sendo assim, foram selecionadas algumas linhas de pesquisa das quais se julgou interessante destacar os detalhes de modelagem e implementação para efeitos de comparação e discussão posteriores. É importante esclarecer que o termo *sistema*, utilizado no texto, refere-se ao conjunto formado por *hardware* e *software*, e que neste último está implementado o algoritmo de reconstrução propriamente dito. Como o escopo deste trabalho envolve imagens bidimensionais, não será dada ênfase aos algoritmos de reconstrução de imagens tridimensionais, sendo estes apenas citados quando for apropriado.

3.1 Algoritmos de Reconstrução Iterativos

Embora o problema de reconstrução seja não linear, o objeto em estudo pode ser discretizado e tratado como uma série de sistemas lineares mais simples, os quais podem ser modelados e resolvidos por processos iterativos [64]. Em geral, tais processos consistem na comparação sucessiva entre valores estimados e valores obtidos por meio de medidas reais, até que o erro entre a solução estimada e a solução real seja considerado aceitável. Um esquema geral da estrutura de execução da maioria dos algoritmos de reconstrução iterativos é mostrado na Figura 3.1. Como esse tipo de algoritmo depende da repetição dos processos até que se alcance a convergência, quando é possível alcançá-la, os métodos iterativos são mais lentos e pouco utilizados em situações reais. Alguns trabalhos foram realizados com o objetivo de melhorar o desempenho desse tipo de algoritmo, mas apesar dos esforços não houve efeitos significativos quanto ao aspecto de custo computacional [66].

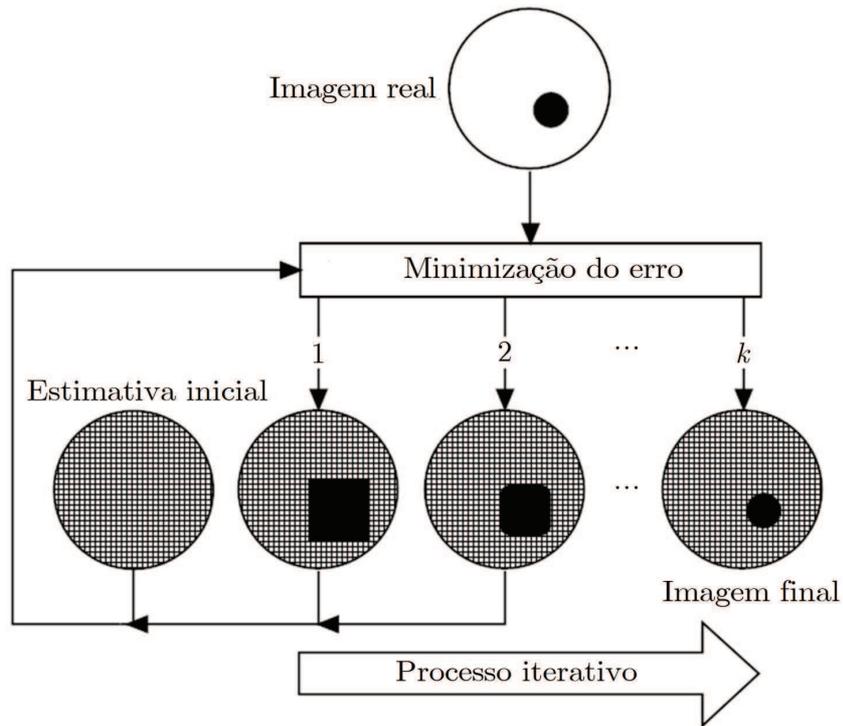


Figura 3.1: Esquema básico de execução de algoritmos de reconstrução iterativos. A partir de uma estimativa inicial, a cada iteração o erro entre as estimativas e a situação real é minimizado até que se obtenha a imagem final, na convergência.

Os algoritmos iterativos que serão descritos nesta seção são os mais conhecidos dessa classe. Foram testados apenas em simulações computacionais ou sobre fantasmas, não sendo apresentados quaisquer resultados de medidas dinâmicas *in vivo*. Não obstante, faz-se necessário expor a evolução dessas propostas ao longo do tempo, seja por razões históricas, de modo a compreender a evolução dos métodos, seja para entendimento dos princípios de modelagem e limitações dos algoritmos.

3.1.1 Método da Compensação

No início da década de 1970, a partir dos trabalhos de Geselowitz [67] e de Lehr [68], foi enunciado o assim chamado *Teorema da Sensibilidade*. Esse estudo serviria de base para boa parte dos métodos posteriores de reconstrução de imagens por EIT, como, por exemplo, o método da compensação. A seguir é apresentada uma breve explicação sobre os pontos fundamentais do teorema da sensibilidade e de sua aplicação na reconstrução de tomogramas. Considere-se a Figura 3.2, na qual é representado um esquema geral de um volume condutor homogêneo rodeado por um isolante.

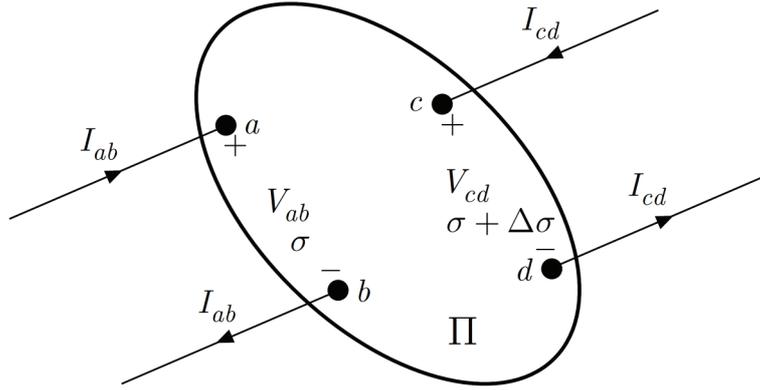


Figura 3.2: Plano condutor Π de condutividade não homogênea σ modelado com duas portas. A corrente I_{ab} aplicada na porta ab faz surgir uma tensão V_{cd} na porta cd , enquanto que, reciprocamente, a corrente I_{cd} aplicada em cd faz surgir uma tensão V_{ab} na porta ab .

Pelo Teorema da Sensibilidade (relacionado com o Teorema da Reciprocidade, Seção 2.3.1), define-se que, se houver uma mudança na distribuição de condutividade de σ para $\sigma + \Delta\sigma$, a mudança na impedância de transferência ΔZ para os pares de eletrodos de corrente e tensão ab e cd é expressa por [67, 68]:

$$\Delta Z = -\Delta\sigma \int \frac{\nabla(V_{ab} + \Delta V_{ab})}{I_{ab}} \cdot \frac{\nabla V_{cd}}{I_{cd}} d\Pi \quad (3.1)$$

onde V_{ij} é a distribuição de potencial quando a corrente I_{ij} é aplicada ao par de eletrodos ij e ΔV_{ij} é a variação no potencial V_{ij} para I_{ij} quando ocorre uma variação $\Delta\sigma$ na distribuição de condutividade. A grandeza expressa pelo termo $\nabla V/I$ é muitas vezes chamada campo de impedância ou campo de condução. O gradiente de potencial ∇V é uma função da distribuição de condutividade σ , de modo que se $\Delta\sigma$ for obtida para a suposta distribuição σ , então a distribuição de condutividade $\sigma + \Delta\sigma$ é encontrada.

Os principais trabalhos baseados nesse método, aplicado de forma iterativa, são os de Nakayama et al. [69], Sakamoto e Kanai [70] e Murai e Kagawa [71]. Tais trabalhos utilizaram um sistema de medição de quatro eletrodos e calcularam a sensibilidade de cada elemento aproximando a densidade de corrente em cada um deles pelo cálculo das tensões nodais do modelo [56]. Nessas abordagens, o teorema da sensibilidade foi utilizado sobre um modelo do campo de impedâncias do corpo, discretizado pelo Método de Elementos Finitos (FEM – *Finite Element Method*) [72]. O FEM tem a vantagem de ser adequado não só para problemas envolvendo campos de diferentes formas como também para campos não homogêneos [71].

Foi demonstrado que, para um procedimento iterativo, a Equação (3.1) pode ser reescrita como [71]:

$$\Delta Z^k = \hat{Z} - Z^k = -\Delta\sigma^k \int \frac{\nabla V_{ab}^k}{I_{ab}} \cdot \frac{\nabla V_{cd}^k}{I_{cd}} d\Pi \quad (3.2)$$

e

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k + \Delta\sigma^k \quad (3.3)$$

onde \hat{Z} é a impedância de transferência medida, Z^k é a impedância de transferência quando é suposta uma distribuição de condutividade σ^k , e k é o número de iterações. De modo geral, a solução direta da equação de Laplace (2.56) é utilizada para a obtenção da sensibilidade dos elementos aos vários potenciais medidos. Todos os potenciais são inicialmente computados para o caso de uma suposta distribuição de condutividade uniforme σ . A condutividade do elemento é então incrementada por uma quantidade fixa $\Delta\sigma$ e os potenciais na superfície são recalculados. A alteração nos potenciais observada para a variação de condutividade dada indica a sensibilidade do elemento. Esta, por sua vez, é expressa em termos de coeficientes de sensibilidade, os quais são encontrados pelo cálculo da integral da Equação (3.2). A diferença de impedâncias de transferência entre iterações é obtida da Equação (3.2). Caso seja necessário, novas distribuições de condutividade são obtidas da Equação (3.3) e o procedimento é repetido até que se alcance a condição de convergência [73]. A Figura 3.3 apresenta dois resultados de simulações para um modelo de elementos finitos triangulares da secção transversal de tórax.

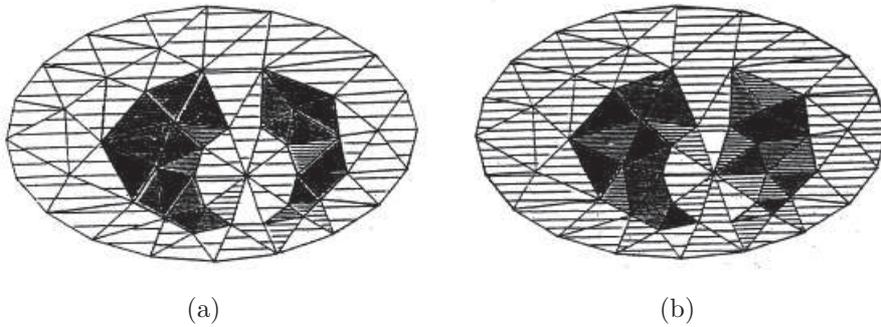


Figura 3.3: Distribuições de condutividade obtidas por simulação quando a condutividade do pulmão é simulada para (a) $\sigma_l = 0,5$ e (b) $\sigma_l = 0,1$ (valores adimensionais, usados como fator de peso para as simulações). ©1985 IEEE. Reproduzido, com permissão, de Murai e Kagawa, “Electrical Impedance Computed Tomography Based on Finite Element Model”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Mar, 1985.

Uma consideração importante é que a resolução da imagem obtida por esse método pode ser melhorada aumentando-se o número de elementos da malha, os quais também são dependentes do número de eletrodos. Entretanto, com o aumento de subdivisões da malha, aumenta-se o tempo de processamento para a

obtenção da imagem final. Além disso, simulações mostraram que variações na condutividade de elementos pequenos resultam em pequenas variações nos potenciais observados na superfície, de modo que essas variações podem não ser detectadas na presença de ruído. Experimentos com ruído foram realizados sobre malhas com maiores subdivisões, com o objetivo de se obter melhor resolução, mas a precisão da estimativa foi comprometida pela presença do ruído [71].

3.1.2 Análise da Perturbação

Um sistema de reconstrução pela análise da perturbação da resistividade foi proposto inicialmente por Kim et al. [74] e utilizado de forma similar por Tarassenko e Rolfe [73]. Neste método, são aplicados valores constantes de tensão e medidos os valores de corrente nos eletrodos aterrados posicionados na borda, um paradigma até então pouco convencional nos sistemas de EIT. São, então, calculadas as variações percentuais das correntes medidas, resultantes das variações na resistividade (perturbação) dos elementos da secção do objeto. Esses valores são armazenados na matriz de perturbação, que nada mais é que uma forma diferente de aproximação da matriz de sensibilidade [75].

Na primeira abordagem de Kim et al. [74] foi desenvolvido um modelo computacional cilíndrico baseado em FEM, cujos elementos se constituem de prismas e hexaedros de resistividade suposta constante, estimada inicialmente em $100 \Omega \cdot cm$. O eletrodo de aplicação de tensão foi modelado como sendo 11 nós na borda da malha, enquanto os eletrodos sensíveis à corrente como 22 nós na borda oposta, conforme apresentado na Figura 3.4. Foram testados e comparados dois métodos de projeção: o tipo paralelo (*parallel-beam-like*), no qual a tensão é aplicada aos 11 nós do eletrodo fonte simultaneamente, e o tipo leque (*fan-beam-like*), no qual a tensão é aplicada a apenas um dos 11 nós de cada vez. Foram feitas oito aquisições (giros ao redor da borda) de corrente para ambos os métodos, defasadas 45° entre si. Antes da reconstrução da imagem propriamente dita, era necessário gerar a matriz de sensibilidade \mathbf{T}_s , para cada ângulo de projeção. Para tal, cada elemento do modelo tinha sua resistividade modificada, com os demais elementos compondo um meio homogêneo. A sensibilidade dos elementos era então determinada tomando-se a variação dos valores de densidade de corrente observada nos eletrodos da borda em relação aos valores iniciais, quando não havia perturbação no meio.

Para a reconstrução da tomografia, a cada iteração a resistividade de cada elemento foi calculada de acordo com a equação [74]

$$\rho_i^n = \rho_i^{n-1} + k \cdot \frac{\sum_{j=1}^m \frac{L_j^n \cdot T_{ij}}{m} \rho_i^{n-1}}{\sum_{k=1}^m |T_{ik}|}, \quad (3.4)$$

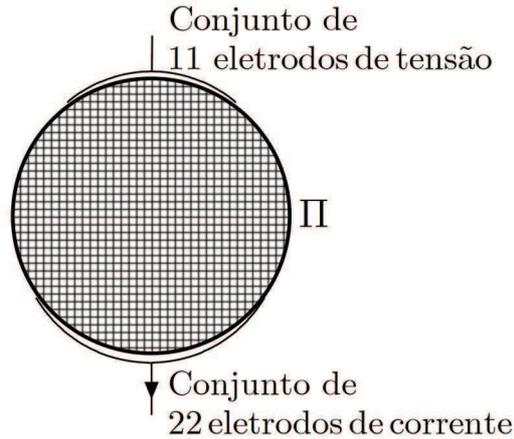


Figura 3.4: Secção transversal do modelo cilíndrico tridimensional com a localização dos conjuntos de eletrodos no método de projeção paralela para o primeiro ângulo de aquisição [74].

onde ρ_i^n e ρ_i^{n-1} são a resistividade do i -ésimo elemento na n -ésima e na $(n-1)$ -ésima iterações, k é o fator de relaxação para a convergência, T_{ij} e T_{ik} são entradas da matriz de sensibilidade e L_j^n é a diferença relativa entre os valores medidos e calculados de densidade de corrente no j -ésimo eletrodo, na n -ésima iteração. Embora Kim et al. [74] tenham considerado seus resultados satisfatórios para a época, Yorkey et al. [75] perceberam que ela poderia ser melhorada. Nessa nova proposta, Yorkey et al. [76] observaram que era mais adequado diminuir o tamanho dos eletrodos, de modo que eles cobrissem apenas os nós do elemento da malha, além de utilizar os valores de corrente nos eletrodos e não mais a estimativa da densidade de corrente nos mesmos. Adicionalmente, esse novo algoritmo é mais otimizado que o original, uma vez que realiza um número menor de correções na estimativa da resistividade, semelhante à técnica de reconstrução iterativa simultânea (SIRT – *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*) [77] bastante utilizada em reconstruções de raio-X.

Em estudos posteriores, Kim e Woo [78] definiram regiões para cada par de eletrodos sobre os quais os valores de sensibilidade poderiam ser computados, ou seja, colunas de elementos ao longo do suposto caminho do fluxo de corrente. Essa abordagem é chamada de método de escopo reduzido, e diminui consideravelmente o número de iterações necessárias à convergência, embora não tenha melhorado de forma significativa a qualidade da imagem. O esquema das colunas com os elementos alinhados entre cada par de eletrodos é representado na Figura 3.5.

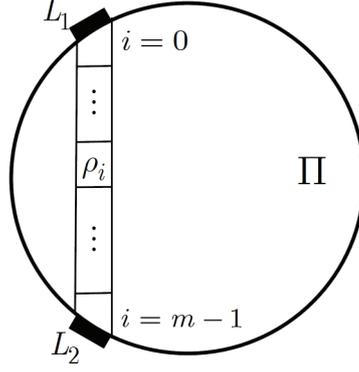


Figura 3.5: Coluna com os m principais elementos que influenciam a corrente que flui entre os eletrodos L_1 e L_2 posicionados na borda do plano Π para o algoritmo de escopo reduzido.

A projeção da resistividade entre os eletrodos foi calculada utilizando a seguinte equação [78]:

$$\rho_n^k = \rho_n^{k-1} r f \left(\frac{I_{2\%} - I_{1\%}}{m-1} n + I_{1\%} \right) \rho_n^{k-1} \quad (3.5)$$

onde m é o número de elementos na coluna, n é a posição do elemento na coluna, $r f$ é o fator de relaxação, ρ_n^k e ρ_n^{k-1} são, respectivamente, a resistividade do n -ésimo elemento na k -ésima e na $(k-1)$ -ésima iteração, e $I_{i\%}$ e $I_{j\%}$ são as diferenças percentuais entre os valores de corrente medidos e calculados no par de eletrodos L_i e L_j . Assim, para grandes diferenças entre valores de corrente medidos e calculados em um lado da superfície são associadas grandes alterações nos valores de impedância naquela extremidade e vice-versa. Quando as variações são aproximadamente iguais entre eletrodos opostos, infere-se que as resistividades dos elementos foram igualmente modificadas.

As simulações realizadas com fantasmas mostraram que o sistema é capaz de distinguir, de forma relativamente rápida, regiões de alta e baixa resistividades. Nos vários testes, as imagens foram reconstruídas sem qualquer tipo de informação inicial real. Entretanto, a aplicação de tensão e medição de corrente torna o sistema muito suscetível a ruídos, já que a matriz de perturbação é uma função altamente não linear das variações de resistividade. Além disso, o algoritmo é pouco eficiente no que diz respeito ao tempo de aquisição dos dados e à qualidade da imagem, podendo não convergir para o caso em que o erro $|\rho_i^n - \rho_i^{n-1}|$ é mínimo [76].

3.1.3 Método de Gauss-Newton

O algoritmo de Gauss-Newton, também chamado de método de Newton-Raphson modificado, é um método para solução de problemas por mínimos quadrados não

lineares. Esse algoritmo tem a vantagem de não requerer o cálculo da segunda derivada, diminuindo assim a complexidade de implementação, além de ser utilizado para minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, ao contrário do método de Newton-Raphson [79, 80].

A resolução por mínimos quadrados não lineares é uma forma de se obter soluções aproximadas de sistemas sobredeterminados, ou seja, aqueles em que o número de equações é maior que o número de incógnitas. Esse é o tipo de redundância que ocorre no problema da reconstrução de imagem por bioimpedância, tornando-o mal-posto. Esse método foi usado inicialmente por Dines e Lytle [81] em aplicações de geologia e, posteriormente, de forma mais otimizada, Yorkey et al. [82] desenvolveram um algoritmo para estimar a distribuição de resistividade interna de um objeto a partir da minimização do erro médio quadrático ϵ_q entre os potenciais calculados e os medidos na superfície.

A modelagem da secção interna do objeto em estudo foi realizada considerando-a como uma malha de pequenos elementos (no caso, quadriláteros), os quais são supostos com resistividade constante. O erro quadrático de reconstrução é dado por:

$$\epsilon_q = \frac{1}{2}(\mathbf{f} - V_0)'(\mathbf{f} - V_0) \quad (3.6)$$

onde \mathbf{f} é a função que mapeia a distribuição de resistividade ρ no conjunto de potenciais observados e V_0 é o conjunto de potenciais medidos. O objetivo é encontrar o ponto ρ^* que minimiza a função ϵ_q , o que pode ser obtido a partir de:

$$\Delta\rho^k = - \left[\frac{d\mathbf{f}(\rho^k)}{d\rho} \right]^{-1} \left[\frac{d\mathbf{f}(\rho^k)}{d\rho} \right] [\mathbf{f}(\rho^k) - \Phi_0] \quad (3.7)$$

que é o procedimento iterativo para encontrar ρ^* . Na k -ésima iteração, a Equação (3.7) é resolvida para a estimativa atual ρ^k e o valor estimado de ρ^* é atualizado de acordo com

$$\rho^{k+1} = \rho^k + \Delta\rho^k. \quad (3.8)$$

A convergência é alcançada quando a variação $\Delta\rho$ entre iterações é menor do que um valor de tolerância preestabelecido. Assim, o algoritmo é capaz de resolver o problema inverso da reconstrução da tomografia a partir da análise dos elementos finitos do modelo.

Como principal vantagem, o método de Gauss-Newton garante a convergência, a qual pode ser alcançada quadraticamente sob determinadas condições. A principal desvantagem é que a matriz $d\mathbf{f}/d\rho$ precisa ser recalculada a cada iteração,

aumentando relativamente o custo computacional. Além disso, a robustez do método depende da configuração de eletrodos e da SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) do circuito de aquisição que são utilizados, de modo a minimizar os erros de medição.

Hua et al. [83] associaram a modelagem por FEM, mencionada na seção 3.1.1, ao método de reconstrução de Gauss-Newton realizando testes com fantasmas em tanque de solução salina. Os resultados foram considerados satisfatórios, especialmente porque o uso da regularização aumentou a qualidade da imagem, segundo os autores. Xie et al. [84] descreveram diversas aplicações de tomografia em processos de engenharia, tais como estudo de proporção óleo-gás em reservatório e depressurização de reatores químicos, utilizando o algoritmo de Gauss-Newton como método de reconstrução. Já Yorkey et al. [56, 85] compararam diversos métodos de reconstrução e concluíram, por meio de simulações, que o método de Gauss-Newton fornece imagens melhores que os outros métodos analisados. Além das aplicações em engenharia, geologia e saúde, este algoritmo também tem sido utilizado em biotecnologia, na reconstrução de imagens de micro impedância para monitoração de colônias celulares e tecidos [86, 87], conforme mostrado na Figura 3.6.

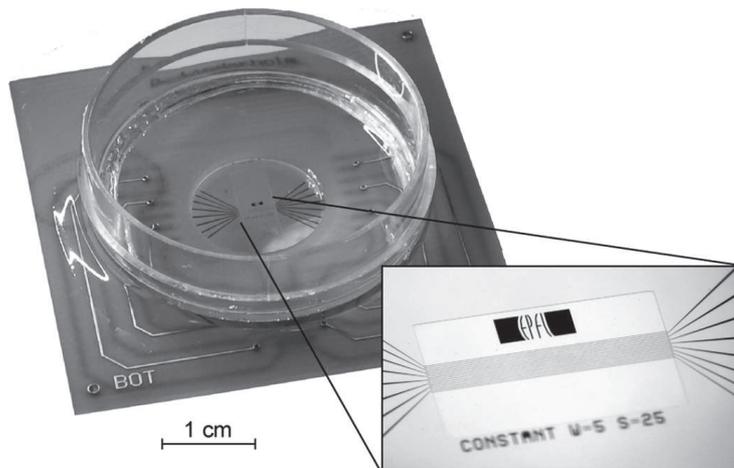


Figura 3.6: Fotografia de circuito com 16 microeletrodos ($5\mu\text{m} \times 4\text{mm}$) coplanares utilizados para monitorar, por tomografia, culturas de células e tecidos em uma placa de Petri. ©2008 IEEE. Reproduzido, com permissão, de Linderholm et al., “Cell Culture Imaging Using Microimpedance Tomography”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Jan, 2008.

3.2 Algoritmos de Reconstrução Não Iterativos

Os algoritmos não iterativos são alvo de muito investimento em pesquisa, pois, uma vez que são mais rápidos e fornecem imagens relativamente semelhantes às dos iterativos, são potencialmente mais úteis em aplicações clínicas reais. Os

primeiros sistemas que utilizavam este tipo de algoritmo eram capazes de gerar cerca de 20 imagens por segundo [88], embora já se tenha conseguido realizar até 60 reconstruções por segundo [89].

Na realidade, os algoritmos não iterativos realizam apenas uma iteração a partir da pré-computação da matriz de sensibilidade e por isso também são conhecidos como algoritmos de reconstrução de um passo. A maioria das imagens de EIT para aplicações clínicas geradas atualmente utilizam algum algoritmo de um passo. Dessa forma, serão apresentados os dois principais trabalhos nesta linha, embora haja outras variações desses mesmos algoritmos básicos.

3.2.1 Algoritmo de Retroprojeção (*Backprojection*)

Concomitantemente ao surgimento do primeiro sistema comercial de EIT, foi desenvolvido, também na Universidade de Sheffield - GB, o primeiro método não iterativo de reconstrução de imagem, o *backprojection* — ou retroprojeção, em tradução livre [9, 65]. Nesse algoritmo, assume-se que:

- (i) O objeto é bidimensional e com secção circular;
- (ii) A distribuição de resistividade é inicialmente uniforme;
- (iii) Alterações na resistividade são muito pequenas; e
- (iv) Os eletrodos são igualmente espaçados ao longo da superfície do objeto.

Mesmo que na prática todas essas suposições sejam violadas, tem-se demonstrado que imagens clinicamente relevantes podem ser obtidas com este método [61].

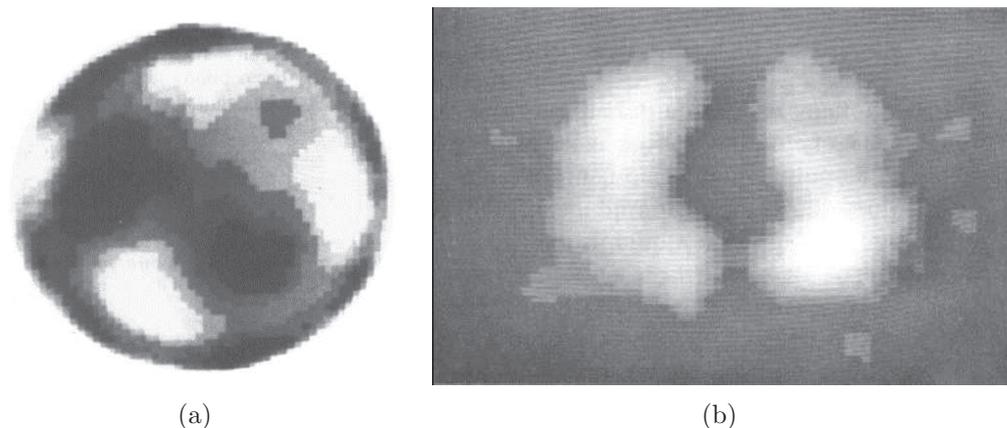


Figura 3.7: Primeira tomografia por impedância elétrica de uma secção (a) do braço e (b) do tórax. ©1985 IOP. Reproduzido, com permissão, de Brown et al., “Applied potential tomography: possible clinical applications”, *Clinical Physics and Physiological Measurements*, Feb, 1985.

Em situações reais, os objetos de estudo clínico, ou seja, tecidos e órgãos humanos, são estruturas tridimensionais, de modo que não se pode desconsiderar o fato de que a corrente injetada, quando do uso de EIT, flui ao longo das três dimensões. Entretanto, a maior parte dos trabalhos, assim como este, julga razoável levar em conta a suposição (i), já que tem apresentado resultados satisfatórios na prática. A simplificação do problema, restringindo-o a um domínio bidimensional, reduz não só o número de eletrodos necessários, mas também o tempo de processamento dos algoritmos de reconstrução para três dimensões. A suposição de circularidade da secção também reduz a complexidade matemática da resolução das equações envolvidas para modelos com geometrias mais complicadas (elipsoides, polígonos irregulares, entre outros), dadas as condições de contorno [39, 61, 64].

Como foi visto na Seção 2.1.1, são chamadas linhas equipotenciais a representação gráfica dos infinitos pontos de mesmo potencial elétrico gerado por uma carga elétrica. Assim, se o círculo que modela a secção do corpo humano for suposto com condutividade uniforme, como feito em (ii), a topografia das linhas equipotenciais geradas a partir de cargas na superfície do corpo pode ser previamente calculada. Tal conjectura se complementa pela suposição (iii), pois, se as variações de condutividade são muito pequenas para esse caso uniforme, as linhas equipotenciais não mudam de forma e afetam apenas o valor do potencial medido na superfície. Desse modo, qualquer variação de potencial obtido entre eletrodos adjacentes, igualmente espaçados (iv), é atribuída a uma variação de condutividade na região delimitada pelas linhas equipotenciais que terminam nesses eletrodos [34, 61].

Na Figura 3.8 é mostrado o modelo circular bidimensional de um objeto, com a representação das equipotenciais e equifluxos geradas pela circulação da corrente de excitação entre um par de eletrodos adjacentes conectados à superfície de um corpo de resistividade uniforme. Embora as equipotenciais mostradas sejam para uma corrente aplicada entre um par de eletrodos muito próximos, os quais formam um dipolo, as diferenças entre o modelo e uma situação real não são consideráveis a ponto de comprometer a funcionalidade da técnica [61].

A corrente que é aplicada entre um par de eletrodos adjacentes qualquer, de um conjunto de L eletrodos, gera diferenças de potencial ao longo do volume condutor, as quais são medidas pelos outros pares de eletrodos adjacentes. Essa diferença de potencial medida é comparada com a diferença de potencial de referência, que seria obtida se a condutividade do meio fosse uniforme. Uma forma simples de explicar essa variação é assumir que a condutividade da região limitada pelas equipotenciais retrojetada nos eletrodos que adquirem a medida em questão foi alterada por

$$\Delta\sigma \approx \ln\left(\frac{V_p - V_c}{V_c}\right). \quad (3.9)$$

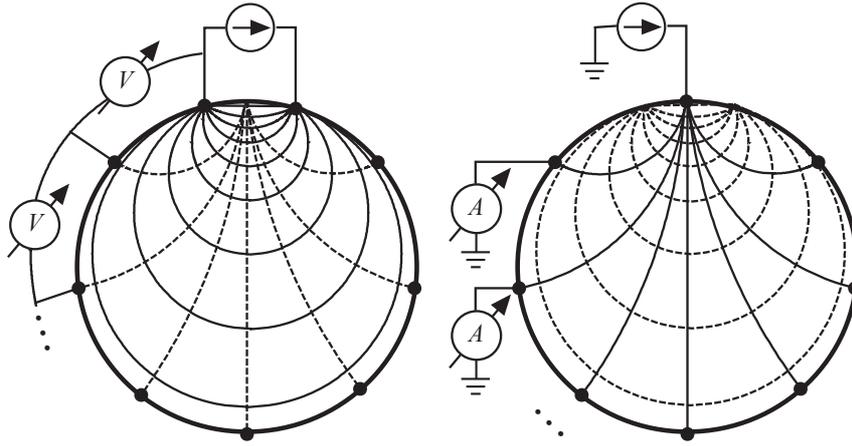


Figura 3.8: Plano resistivo em uma configuração multiportas (à esquerda) e multiterminais (à direita). As equifluxos ou linhas de campo estão representadas por linhas cheias enquanto que as equipotenciais por linhas tracejadas.

O processo até aqui descrito é repetido tomando-se os outros pares de eletrodos adjacentes como injetores de corrente até que se feche o ciclo de combinações. Para cada configuração de eletrodos vistos como fontes de corrente, uma imagem retroprojetada é gerada e, ao término, todas são somadas reconstruindo uma imagem da distribuição de resistividade. É possível minimizar os artefatos de reconstrução pelo algoritmo de retroprojeção, ponderando-se cada pixel da imagem com um peso proporcional à densidade de corrente que passa por ele. Esse algoritmo é chamado de retroprojeção ponderada, cujo detalhamento pode ser conferido nos trabalhos de Barber e Brown [65]. Adicionalmente, pode-se realçar a imagem final utilizando-se filtros digitais.

3.2.2 Método de Newton de Um Passo

Até o final da década de 1980, a maioria dos sistemas de EIT utilizava o algoritmo de retroprojeção, com um protocolo de injeção de corrente ou tensão similar ao aplicado pelo grupo de Sheffield. Gisser et al. [90] e Newell et al. [91], do grupo de Rensselaer, desenvolveram um *hardware* capaz de implementar um processo alternativo baseado no conceito de distinguibilidade, proposto por Isaacson [60] e Gisser et al. [92]. Tal processo é dito adaptativo, pois possibilita a produção do melhor padrão¹ de corrente que permite distinguir condutividades desconhecidas. Esse tipo de reconstrução da distribuição de condutividade ficou conhecida como Tomografia por Corrente Adaptativa (ACT – *Adaptive Current Tomography*).

A eletrônica inicial dos sistemas de ACT possuía 32 canais, cada um ligado a uma fonte de corrente programável e um voltímetro demultiplexado entre eles [90]. Isso

¹Entende-se por “padrão” a característica do sinal de corrente, podendo ser da forma senoidal ou cossenoidal, com amplitude e frequência variáveis.

permitia a aplicação de $L - 1$ diferentes padrões de corrente a todos os L eletrodos sequencialmente, e a medição dos potenciais em cada eletrodo da superfície [91]. Esse conjunto de medidas independentes resulta em um sistema de $L(L - 1)/2$ graus de liberdade. Para mapear a distribuição de resistividade em um plano bidimensional, foi utilizada uma malha circular contendo N elementos. Para que o problema da reconstrução não seja subdeterminado, o número de elementos deve atender à seguinte restrição:

$$N \leq \frac{L(L - 1)}{2}. \quad (3.10)$$

A Equação (3.10) também indica que quanto mais eletrodos (canais) forem utilizados maior pode ser a resolução da tomografia gerada.

Uma vez obtido o conjunto de medidas, de acordo com o protocolo já descrito, seria desejável encontrar a distribuição de resistividade ρ , tal que

$$\mathbf{U}^k(\rho) + \underbrace{\epsilon(\rho)}_{\text{idealmente 0}} = \mathbf{V}^k, \quad (3.11)$$

onde $\epsilon(\rho)$ é o erro, e \mathbf{U}^k e \mathbf{V}^k são, respectivamente, os vetores de potencial calculado e medido na superfície quando é aplicado o k -ésimo padrão de corrente. Entretanto, de acordo com Cheney et al. [93], pode não ser possível encontrar uma única distribuição ρ , visto que \mathbf{V}^k é uma medida que contém erros devido a ruídos, impedância de eletrodo, etc. Sendo assim, a opção utilizada no algoritmo de reconstrução desse sistema, que só foi publicado no início da década de 1990 [93], consiste em encontrar a distribuição ρ que minimiza o erro $\epsilon(\rho)$, tal que

$$\epsilon(\rho) = \sum_{k=1}^{L-1} \|\mathbf{V}^k - \mathbf{U}^k(\rho)\|^2 = \sum_{k=1}^{L-1} \sum_{l=1}^L (V_l^k - U_l^k(\rho))^2, \quad (3.12)$$

onde L é o número de eletrodos. A minimização do erro $\epsilon(\rho)$ é chamada de *Método dos Mínimos Quadrados* e é obtida derivando-se a Equação (3.12) em relação a ρ_n (resistividade do n -ésimo elemento) e igualando-se a zero:

$$f_n(\rho) = \frac{\partial \epsilon(\rho)}{\partial \rho_n} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (3.13)$$

Um método bastante utilizado para a solução das N equações com N variáveis representadas na Equação (3.13) é o método de Newton, em que:

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \left[\frac{df(\rho_i)}{d\rho} \right]^{-1} f(\rho_i), \quad (3.14)$$

em que $[df(\rho_i)/d\rho]^{-1}$ é a inversa da matriz Jacobiana. Apesar do método de Newton ser essencialmente iterativo, a ideia utilizada no sistema de Rensselaer é encontrar a

distribuição de resistividade executando apenas uma iteração da Equação (3.14), assumindo ρ_i constante como valor inicial. Por essa razão, esse algoritmo foi chamado de NOSER (*Newton's One-Step Error Reconstructor*). Os elementos do segundo termo da Equação (3.13) podem ser calculados analiticamente a partir da suposição de que ρ_i é constante [93].

Uma versão mais simplificada e otimizada desse algoritmo é o FNOSER (*Fast NOSER*) [94, 95] que, para um corpo Π homogêneo, isotrópico e de forma conhecida, calcula a distribuição de resistividade de acordo com:

$$\rho = \rho_0 \mathbf{C} + 2 \sum_{k=1}^{L-1} \sum_{t=1}^{L-1} \nu_{k,t} \mathbf{S}_{k,t}, \quad (3.15)$$

onde ρ_0 é o valor de resistividade que minimiza $\varepsilon(\rho)$ na Equação (3.13), \mathbf{C} e $\mathbf{S}_{k,t}$ são vetores pré-computados de comprimento $L(L-1)/2$ que dependem apenas da geometria do corpo e $\nu_{k,t}$ é a projeção do k -ésimo vetor de tensões no t -ésimo vetor de base.

Ao longo dos anos, o sistema de Rensselaer foi sendo aprimorado, aos poucos a eletrônica analógica foi sendo substituída pela digital, a resolução das medidas foi aumentando, bem como a velocidade das reconstruções. As características de projeto e o desempenho das gerações do sistema ACT (ACT1, . . . , ACT4) foram amplamente explorados e descritos na literatura [21, 90, 91, 96–99]. O ACT3 foi o tomógrafo utilizado em Rensselaer por pouco mais de uma década, de modo que os algoritmos de reconstrução NOSER, FNOSER e ToDLer (versão tridimensional do NOSER) foram praticamente todos testados e avaliados nesse *hardware* [95, 98, 100]. Além disso, a partir do *hardware* do ACT3 foram incorporados demodulares, para detecção de defasagem, e fontes de corrente capazes de fornecer sinais multifrequenciais. Na Figura 3.9, por exemplo, são apresentados dois resultados de testes com fantasmas em solução salina, nos quais foi feita a aquisição com o ACT3 e o algoritmo de reconstrução foi o FNOSER. O sistema ACT foi concebido tendo como principal objetivo o monitoramento da perfusão pulmonar, mas a partir do ACT3 e do algoritmo desenvolvido por Mueller et al. [101] foi possível estender a aplicação para detecção de câncer de mama [19, 102].

Tanto o NOSER e suas derivações, quanto o algoritmo de retroprojeção têm a vantagem de serem mais rápidos que os algoritmos iterativos, porém não são muito precisos devido ao fato do problema ser mal-posto e serem feitas simplificações. Além disso, tais algoritmos são pouco robustos no que diz respeito à modelagem da geometria da superfície, que em geral não é circular. Não obstante, os sistemas de ACT são capazes de fornecer tanto imagens absolutas, quanto imagens diferenciais. Ao contrário, os sistemas APT (*Applied Potential Tomography*), como o proposto por Brown e Seagar [88], que usam o algoritmo de retroprojeção, só reconstroem

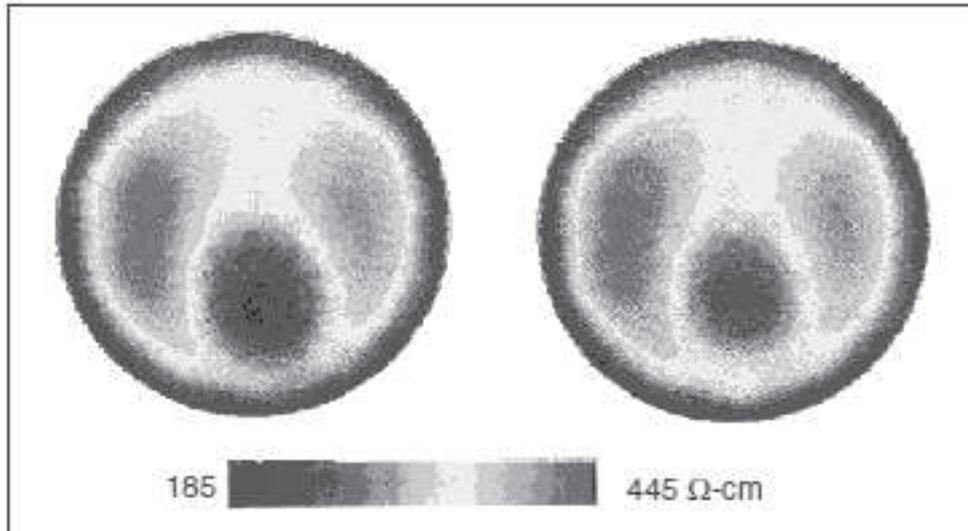


Figura 3.9: Representação da distribuição de resistividade de fantasmas de pulmões e coração de dois tamanhos diferentes utilizando o tomógrafo ACT3 com o algoritmo FNOSER, de Rensselaer. ©2001 IEEE. Reproduzido, com permissão, de Saulnier et al., “Electrical Impedance Tomography”, *IEEE Signal Processing Magazine*, Nov, 2001.

imagens diferenciais. Apesar do acréscimo no número de eletrodos melhorar a resolução das imagens nos sistemas de ACT, na prática se torna pouco conveniente fixar e manter fixos muitos eletrodos ao redor do indivíduo. Além disso, outra principal desvantagem dos sistemas de ACT é a complexidade do *hardware*, pois requerem fontes para injeção múltipla de corrente. Essa é uma das razões para a maior parte dos sistemas atuais ainda se basearem na abordagem do grupo de Sheffield [103].

Capítulo 4

Metodologia

4.1 Modelagem do Plano Tomográfico

Nesta seção são feitas as considerações fundamentais utilizadas na elaboração do modelo tomográfico no qual o algoritmo de reconstrução proposto se baseia. A explicação é estruturada de forma que primeiro sejam compreendidas as suposições e condições de contorno do problema real para que, posteriormente, seja descrito como as grandezas teóricas introduzidas no Capítulo 2 foram relacionadas para formulação do modelo.

4.1.1 Simplificações do Modelo

Apesar das características especiais dos tecidos biológicos descritas na Seção 2.2.1, são utilizadas algumas simplificações para a modelagem proposta neste trabalho. Para um tecido biológico, suposto como um volume condutor, considere-se que:

- (i) O tecido é isotrópico e a corrente flui apenas no plano da seção $\Pi \subset \mathbb{C}$ deste tecido;
- (ii) Apesar de Π ser um plano tomográfico genérico, para efeitos de cálculo a condutividade (ou resistividade) ao longo de Π é suposta homogênea;
- (iii) A atividade elétrica em músculos e nervos é desconsiderada;
- (iv) O tecido tem comportamento linear ao longo de Π e pode ser representado apenas por circuitos resistivos;
- (v) Os efeitos piezo e triboelétricos dos tecidos são desconsiderados.

A hipótese (i) é necessária no sentido de que se possa obter uma solução única para a reconstrução da distribuição de condutividade do tecido, uma vez que, por natureza, o problema da reconstrução é mal-posto. A partir dessa suposição, pode-se

então assumir que o produto entre a condutividade σ e o campo elétrico \mathbf{E} , na Equação (2.52), não altera a direção da densidade de corrente \mathbf{J} em relação a \mathbf{E} , pois σ se comporta como um escalar. Como consequência dessa afirmação, \mathbf{J} é resultado do produto de um escalar por um vetor bidimensional e por isso, é razoável supor que o caminho percorrido pela corrente injetada não tem componente normal ao plano formado pelos eletrodos, ou seja, a terceira dimensão é desconsiderada neste caso.

Visto que a única informação que se tem quando o tecido é submetido à injeção de corrente são as condutâncias adquiridas na borda por meio dos demais eletrodos, não é possível determinar analiticamente a distribuição de condutividade ao longo da secção. As equações utilizadas neste trabalho para determinação das variações de condutividade foram concebidas para meios homogêneos, o que justifica assumir (ii).

Como será visto na Seção 4.3.3, a magnitude das correntes e tensões envolvidas no sistema de aquisição de EIT utilizado neste trabalho é relativamente superior à ordem de grandeza da atividade elétrica em músculos e nervos medida no exterior do corpo. Desse modo, estes podem ser ignorados, conforme (iii). Além disso, para que a equação de Laplace (Equação (2.56)) seja válida, além da condutividade uniforme em Π , o plano deve ser livre de fontes internas.

Qualquer sistema complexo e não-linear pode ser linearizado a fim de ser solucionado de maneira mais simples. Essa linearização em geral torna o modelo menos fidedigno à realidade do problema, acarretando perdas de informação. A maior parte dos sistemas de EIT utilizados na prática clínica assume que o tecido se comporta de maneira linear (iv), o que possibilita soluções computacionalmente mais rápidas em detrimento de melhor qualidade e acurácia nas imagens. O tempo para reconstrução de uma EIT, entretanto, é fundamental para a maior parte das aplicações *online*, de modo que essa linearização é aceitável quando o custo computacional e até mesmo de implementação de *hardware* estão em questão.

Especialmente no caso deste trabalho, os efeitos piezo e triboelétricos podem ser supostos inexistentes (v), pois, como será visto na Seção 4.3, os dados utilizados para validação do modelo serão adquiridos de tanque de solução salina, incompressível e livre de atritos.

4.1.2 Condições de Contorno

Seja Π_0 um plano homogêneo isotrópico, circular de raio r_{Π_0} , representando a secção transversal de um volume condutor (eletrólito) com condutividade σ_0 . Se esse plano for puramente resistivo, livre de fontes internas dependentes ou independentes e a corrente injetada for de baixa frequência ($< 100 \text{ kHz}$), a relação entre o campo potencial elétrico Φ_0 e a distribuição de condutividade σ_0 em cada ponto de Π_0 é

expressa pela *Equação de Poisson* [104, 105]:

$$\nabla(\sigma_0 \nabla V_0) = 0, \quad (4.1)$$

com condição de contorno

$$J_n = \sigma_0 \frac{\partial V_0}{\partial n}, \quad (4.2)$$

em que J_n é a componente normal da densidade de corrente na borda de Π_0 e $\partial V_0 / \partial n$ é a derivada da função potencial na direção normal a uma linha de V_0 constante (equipotencial). Quando a condutividade é constante ao longo do plano, a Equação (4.1) se reduz à Equação (2.56) (página 35). Uma vez que $\mathbf{E} = -\nabla V_0$, a Equação de Laplace pode ser reescrita como:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (4.3)$$

onde \mathbf{E} é o campo elétrico em Π_0 . O divergente representado na Equação (4.3) indica que, segundo a Lei de Gauss, o fluxo elétrico total Ψ_0 através de uma superfície fechada qualquer que contenha Π_0 é nulo. Adicionalmente, deve-se considerar ainda que não há fluxo de corrente cruzando a borda de Π_0 . Logo,

$$J_n = 0 \quad (4.4)$$

em todos os pontos da borda de Π_0 , com exceção dos pontos referentes às posições dos eletrodos, através dos quais há passagem de corrente.

4.1.3 Modelo Eletrostático Análogo

A associação do plano tomográfico genérico Π a um problema eletrostático com características e condições de contorno similares é conhecida como *analogia eletrostática*, cuja principal vantagem reside no fato de que os problemas neste tipo de abordagem são geralmente mais fáceis de ser resolvidos. Uma aproximação eletrostática que atende às condições impostas pelas Equações (4.3) e (4.4) foi proposta por Souza [106], a qual é utilizada neste trabalho.

O modelo consiste em supor um plano circular eletrostático homogêneo $\hat{\Pi}_0$, de raio $r_{\hat{\Pi}_0} = r_{\Pi_0}$, com permissividade ε_0 (vácuo) circundado por L linhas de densidade de carga λ_0 posicionadas a uma distância de borda d_b em relação à borda de $\hat{\Pi}_0$ nos pontos onde estão os eletrodos, enquanto que suas cargas imagem λ'_0 são localizadas na posição conjugada simétrica em relação à borda, todas perpendiculares a $\hat{\Pi}_0$ e de comprimento $h \rightarrow \infty$ (Figura 4.1).

Considerando-se que λ_0 e λ'_0 possuem os mesmos módulos e sinais, se a posição de ambas for simétrica em relação à borda, pelo método das imagens [35] conclui-se

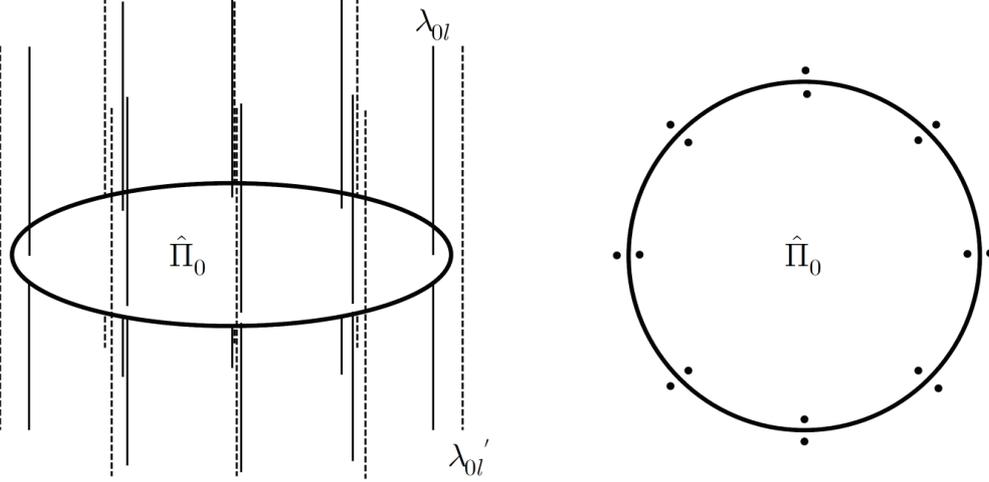


Figura 4.1: Vista em perspectiva (à esquerda) e vista superior (à direita) da distribuição de L linhas de densidade de carga igualmente espaçadas ao redor do contorno de $\hat{\Pi}_0$, semelhante ao plano Π_0 . As cargas imagens aparecem tracejadas.

que pelo ponto médio entre elas, ou seja, pelo círculo com a geometria do plano $\hat{\Pi}_0$, passará uma equifluxo. Sabendo-se que o campo elétrico é tangente às equifluxos, como consequência da afirmação anterior, não haverá componente do campo elétrico normal à borda (Figura 4.2). Isso significa que as linhas de campo permanecem confinadas dentro de um domínio que respeita a geometria de $\hat{\Pi}_0$, o que, sob o ponto de vista eletrodinâmico, implica dizer que não há fluxo de corrente para fora do plano tomográfico homogêneo análogo Π_0 . Além disso, como as linhas equipotenciais são perpendiculares às linhas equifluxos, a derivada direcional $\partial\Phi_0/\partial n$ em qualquer ponto da borda de $\hat{\Pi}_0$ é nula, atendendo à condição representada pela Equação (4.4).

Para se calcular o campo elétrico eletrostático \mathbf{E} em cada ponto ao longo de $\hat{\Pi}_0$, recorra-se à definição de potencial complexo dada na Seção 2.1.1. Pode-se demonstrar que para a configuração das L linhas de densidade de carga ao redor de $\hat{\Pi}_0$ com raio unitário, o potencial complexo \mathbf{W} em cada ponto de coordenadas complexas $\zeta = x + jy$ é dado por [35]:

$$\mathbf{W} = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0}[\lambda_{01} \ln(\zeta - \zeta_e^1) + \lambda_{02} \ln(\zeta - \zeta_e^2) + \cdots + \lambda_{0L} \ln(\zeta - \zeta_e^L) + \cdots \\ \cdots + \lambda'_{01} \ln(\zeta - 1/\zeta_e^{1'}) + \lambda'_{02} \ln(\zeta - 1/\zeta_e^{2'}) + \cdots + \lambda'_{0L} \ln(\zeta - 1/\zeta_e^{L'})]. \quad (4.5)$$

Como o logaritmo de um número complexo ζ qualquer é

$$\ln \zeta = \ln(x + jy) = \ln |\zeta| + j \arg(\zeta), \quad (4.6)$$

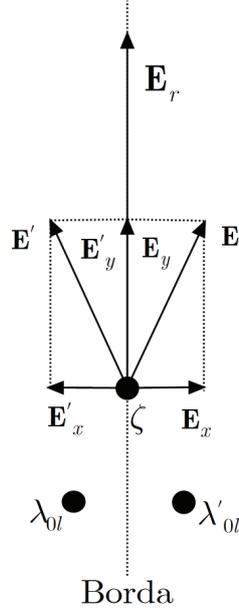


Figura 4.2: Campo elétrico \mathbf{E} resultante em um ponto ζ da linha média entre duas cargas de mesmos módulo e sinal.

e

$$\mathbf{W} = \Phi + j\Psi,$$

tem-se que

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\overbrace{\lambda_{01} \ln(|\zeta - \zeta_e^1|) + \lambda_{02} \ln(|\zeta - \zeta_e^2|) + \dots + \lambda_{0L} \ln(|\zeta - \zeta_e^L|)}^{\text{contribuição das } L \text{ cargas } \lambda_0} + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \underbrace{\lambda'_{01} \ln(|\zeta - 1/\zeta_e^{1'}|) + \lambda'_{02} \ln(|\zeta - 1/\zeta_e^{2'}|) + \dots + \lambda'_{0L} \ln(|\zeta - 1/\zeta_e^{L'}|)}_{\text{contribuição das } L \text{ cargas imagem } \lambda'_0} \right], \\ \Phi_0 &= -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{l=1}^L [\lambda_{0l} \ln(|\zeta - \zeta_e^l|) + \lambda'_{0l} \ln(|\zeta - 1/\zeta_e^{l'}|)], \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde ζ_e^l e $1/\zeta_e^{l'}$ são, respectivamente, as coordenadas complexas (para um sistema com origem no centro do círculo unitário que descreve o plano $\hat{\Pi}_0$) da l -ésima linha de carga e de sua imagem. Deste ponto do texto em diante, para simplificar a notação, todos os planos circulares tratados neste trabalho serão considerados de raio unitário. Matematicamente, para que as cargas λ_0 e λ'_0 sejam simétricas em relação à borda, $d_b \rightarrow 0$ e, conseqüentemente, pode-se assumir que $\zeta_e^l \approx 1/\zeta_e^{l'}$. Sendo assim, como λ_0 e λ'_0 possuem mesmo módulo e sinal, a Equação (4.7) se reduz a

$$\Phi_0 = -\frac{1}{\pi\epsilon_0} \sum_{l=1}^L \lambda_{0l} \ln(|\zeta - \zeta_e^l|). \quad (4.8)$$

Como o gradiente de Φ_0 é dado por:

$$\nabla\Phi_0 = -\frac{1}{\pi\varepsilon_0} \sum_{l=1}^L \lambda_{0l} \left(\frac{\zeta - \zeta_e^l}{|\zeta - \zeta_e^l|^2} \right), \quad (4.9)$$

utilizando-se a definição dada na Equação (2.14) (página 8), o valor do vetor campo elétrico \mathbf{E} em cada ponto ζ em $\hat{\Pi}_0$ pode ser calculado pela Equação (4.10):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0} \sum_{l=1}^L \lambda_{0l} \left(\frac{\zeta - \zeta_e^l}{|\zeta - \zeta_e^l|^2} \right), \quad (4.10)$$

Quando uma corrente de excitação de qualquer amplitude é aplicada ao k -ésimo eletrodo ao redor de Π_0 , como os outros $L - 1$ eletrodos são aterrados, a Lei de Kichhoff estabelece que

$$i_k + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^L i_{0l} = 0. \quad (4.11)$$

Observa-se pela Equação (4.11) que há dependência linear entre os valores de corrente nos terminais, pois se houver um decréscimo de corrente em um dos eletrodos em relação a um estado inicial, essa diferença será distribuída entre as parcelas de corrente que fluem pelos outros eletrodos, de modo que a igualdade se mantém. Haja vista que uma corrente elétrica nada mais é do que o movimento de cargas elétricas, no caso eletrostático, os valores das cargas λ_0 e λ'_0 estão analogamente associados aos valores de corrente que fluem através dos eletrodos ao redor do plano tomográfico real. Assim, no caso eletrostático análogo tem-se que

$$\lambda_{0k} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^L \lambda_{0l} = 0. \quad (4.12)$$

Como consequência da Equação (4.12), o fluxo elétrico total através de uma superfície gaussiana colocada ao redor de $\hat{\Pi}_0$ é nulo, satisfazendo à condição estabelecida pelo divergente na Equação (4.3). Além disso, já que as linhas têm mesmo comprimento $h \rightarrow \infty$, pode-se demonstrar que vetor campo elétrico resultante na Equação (4.10) possui apenas componentes sobre o plano complexo $\hat{\Pi}_0$.

Conforme abordado na Seção 2.3.3, o sistema em configuração multiterminais fornece a matriz de admitâncias \mathbf{Y} e não uma matriz com os valores de corrente através dos eletrodos em cada etapa do ciclo de aquisição. Entretanto, por manipulação algébrica sobre a matriz \mathbf{Y} pode-se calcular o fracionamento de corrente pelos eletrodos aterrados para o caso de injeção de uma corrente de excitação unitária. Seja então a matriz de admitâncias \mathbf{Y}_0 formada a partir dos dados adquiridos sobre o meio homogêneo Π_0 , tal que:

$$\mathbf{Y}_0 = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1L} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{L1} & y_{L2} & \cdots & y_{LL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{11}/v_1 & i_{12}/v_1 & \cdots & i_{1L}/v_1 \\ i_{21}/v_2 & i_{22}/v_2 & \cdots & i_{2L}/v_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{L1}/v_L & i_{L2}/v_L & \cdots & i_{LL}/v_L \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

Como o elemento y_{ij} corresponde à admitância sobre o j -ésimo eletrodo quando a corrente é injetada pelo i -ésimo eletrodo, ao se dividir cada linha de \mathbf{Y}_0 pelo elemento da diagonal y_{ii} , obtém-se:

$$\mathbf{\Lambda}_0 = \begin{bmatrix} i_{11}/i_{11} & i_{12}/i_{11} & \cdots & i_{1L}/i_{11} \\ i_{21}/i_{22} & i_{22}/i_{22} & \cdots & i_{2L}/i_{22} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{L1}/i_{LL} & i_{L2}/i_{LL} & \cdots & i_{LL}/i_{LL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & i_{12}/i_{11} & \cdots & i_{1L}/i_{11} \\ i_{21}/i_{22} & 1 & \cdots & i_{2L}/i_{22} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{L1}/i_{LL} & i_{L2}/i_{LL} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{\Lambda}_0 = \begin{bmatrix} \lambda_{01}^1 & \lambda_{02}^1 & \cdots & \lambda_{0L}^1 \\ \lambda_{01}^2 & \lambda_{02}^2 & \cdots & \lambda_{0L}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{01}^L & \lambda_{02}^L & \cdots & \lambda_{0L}^L \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

onde o elemento λ_{0l}^i corresponde ao valor da l -ésima linha de densidade de carga no caso eletrostático homogêneo quando a corrente é injetada através do i -ésimo eletrodo no caso eletrodinâmico real. Observa-se que quando $i = l$, $\lambda_{0l}^i = 1$.

Visto que esta modelagem não é exata e sim baseada em aproximações e similaridades, a validade das hipóteses referentes a essa analogia foi verificada por meio de experimentos. Esses testes consistem em comprovar que o caminho da corrente elétrica em um meio homogêneo real se aproxima do traçado das linhas equifluxos em um meio eletrostático análogo, a partir da Equação (4.10). Entretanto, não é possível traçar experimentalmente o caminho da corrente elétrica de maneira direta em cada ponto do meio homogêneo. Portanto, para se confirmar as hipóteses da analogia eletrostática, foi utilizado um conceito básico da Teoria da Computação chamado de *consequência lógica*. Segundo esse princípio, sejam P_a , P_b e P_c letras proposicionais. Assim, se a proposição P_b é consequência de P_a e P_c é consequência de P_b , então P_c é uma consequência lógica de P_a . De outra maneira, se P_a leva a concluir P_b e P_b leva a concluir P_c , então P_a leva a concluir P_c . Sendo assim, visto que as equifluxos podem ser determinadas a partir das equipotenciais (Equações (2.20) e (2.21), página 10), se for possível mostrar que um potencial experimental varia

ao longo de um plano homogêneo da mesma forma que o potencial calculado pela Equação (4.7) ou (4.8) varia em um meio eletrostático homogêneo hipotético, então a Equação (4.10) é capaz de levar a um traçado coerente das linhas equifluxos e o modelo é válido. O conjunto de potenciais experimentais será medido sobre um papel condutivo homogêneo, conforme será descrito na Seção 4.3.1. Já os potenciais teóricos serão calculados por meio da Equação (4.7) ou (4.8), com os valores de carga λ_{0l} estimados de acordo com o procedimento apresentado na Seção 4.1.4.

4.1.4 Cálculo dos Valores de Cargas para Um Plano Homogêneo Eletrostático

É possível se estimar analiticamente a distribuição de corrente elétrica no plano homogêneo Π_0 e, analogamente, os valores das cargas ao redor de $\hat{\Pi}_0$. Essa estimativa se dá a partir da relação existente entre os sistemas multiportas e multiterminais, estabelecida à luz da teoria de circuitos [54]. Para tal, considere-se a matriz de impedância de circuito aberto \mathbf{Z}_o em que cada elemento z_{ij} é definido conforme a Equação (2.47) (página 28). Novamente, o potencial complexo eletrostático no plano $\hat{\Pi}_0$ é utilizado para se obter uma expressão analítica para cada elemento z_{ij} em um plano homogêneo teórico. Dado que em um sistema multiportas a corrente é injetada em um par de terminais de cada vez e que a corrente em cada eletrodo é modelada como um par conjugado de linhas de densidade de carga, uma porta é equivalente a dois pares conjugados de cargas de mesmo módulo e sinais opostos. Sendo assim, o potencial complexo em um ponto qualquer $\zeta \in \hat{\Pi}_0$ devido à influência desses dois pares de cargas é:

$$\mathbf{W} = -\frac{\lambda_{0a}}{2\pi\epsilon_0} [\ln(\zeta - \zeta_a) + \ln(\zeta - 1/\zeta'_a) - \ln(\zeta - \zeta_b) - \ln(\zeta - 1/\zeta'_b)], \quad (4.15)$$

como $|\lambda_{0a}| = |\lambda_{0b}| = 1$ para o caso de uma corrente unitária aplicada à porta ab ,

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{(\zeta - \zeta_b)(\zeta - 1/\zeta'_b)}{(\zeta - \zeta_a)(\zeta - 1/\zeta'_a)} \right], \quad (4.16)$$

onde ζ_a e ζ_b são as coordenadas complexas das linhas de densidade de carga positiva e negativa, respectivamente. A partir da Equação (4.16), o potencial eletrostático Φ_0 é dado por:

$$\Phi_0 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{|\zeta - \zeta_b| |\zeta - 1/\zeta'_b|}{|\zeta - \zeta_a| |\zeta - 1/\zeta'_a|} \right]. \quad (4.17)$$

Sejam agora dois pontos de coordenadas ζ_2 e ζ_1 localizados radialmente a uma distância r_e das cargas em ζ_a e ζ_b , respectivamente, conforme apresentado na Figura 4.3. Essa distância r_e é chamada de raio de eletrodo, e não necessariamente

corresponde ao raio real dos eletrodos utilizados, mas serve como fator de ajuste para adequar a resposta do modelo aos valores desejados. Deve-se notar que no caso real de EIT os eletrodos estão posicionados, normalmente, em um plano perpendicular ao plano considerado. Dessa maneira, a variável r_e estaria de algum modo associada à espessura normalizada dos eletrodos. Pela Equação (4.17), a diferença de potencial eletrostático Φ_{21} entre esses dois pontos é, então,

$$\Phi_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{|\zeta_2 - \zeta_a| |\zeta_2 - 1/\zeta'_a| |\zeta_1 - \zeta_b| |\zeta_1 - 1/\zeta'_b|}{|\zeta_1 - \zeta_a| |\zeta_1 - 1/\zeta'_a| |\zeta_2 - \zeta_b| |\zeta_2 - 1/\zeta'_b|} \right). \quad (4.18)$$

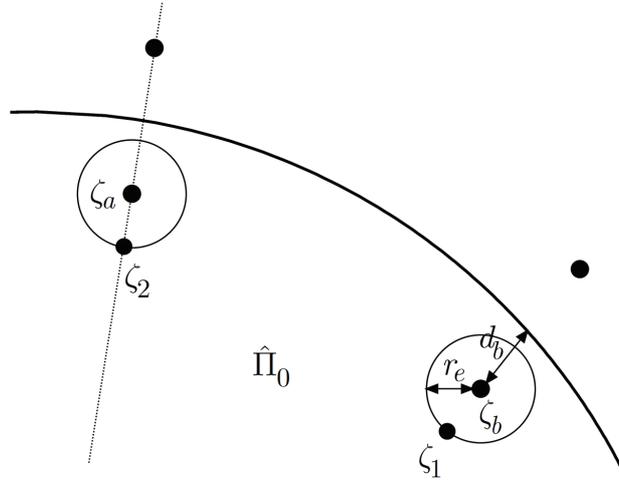


Figura 4.3: Esquema para obtenção da tensão sobre a região em $\hat{\Pi}_0$ equivalente a um porta em Π_0 , em que ζ_a e ζ_b são as coordenadas complexas das cargas, localizadas à distância d_b da borda, e ζ_1 e ζ_2 são os pontos a uma distância radial r_e das cargas.

Tendo em vista que a diferença de potencial vp_i sobre um par de eletrodos adjacentes é análoga a Φ_{ij} no problema eletrostático, para o caso de uma corrente ip_j unitária, como $z_{ij} = vp_i/ip_j$, tem-se que:

$$z_{ij} = \frac{1}{2\pi\sigma_0} \ln \left(\frac{|\zeta_2^i - \zeta_a^j| |\zeta_2^i - 1/\zeta_a^{j'}| |\zeta_1^i - \zeta_b^j| |\zeta_1^i - 1/\zeta_b^{j'}|}{|\zeta_1^i - \zeta_a^j| |\zeta_1^i - 1/\zeta_a^{j'}| |\zeta_2^i - \zeta_b^j| |\zeta_2^i - 1/\zeta_b^{j'}|} \right), \quad (4.19)$$

ou ainda, considerando que $\zeta_a^j \approx 1/\zeta_a^{j'}$ e $\zeta_b^j \approx 1/\zeta_b^{j'}$,

$$z_{ij} = \frac{1}{\pi\sigma_0} \ln \left(\frac{|\zeta_2^i - \zeta_a^j| |\zeta_1^i - \zeta_b^j|}{|\zeta_1^i - \zeta_a^j| |\zeta_2^i - \zeta_b^j|} \right), \quad (4.20)$$

onde ζ_a^j e ζ_b^j são as coordenadas complexas dos eletrodos da j -ésima porta, na qual a corrente é injetada, e ζ_1^i e ζ_2^i são as coordenadas da i -ésima porta, de onde são medidos os potenciais. Além disso, observa-se que para o caso do plano tomográfico homogêneo real Π_0 , o valor de ϵ_0 em $\hat{\Pi}_0$ foi substituído por σ_0 nas Equações (4.19)

e (4.20).

Pelas equações que descrevem os sistemas multiportas e multiterminais na Seção 2.3.1, ambas as configurações estão matematicamente relacionadas, visto que

$$\begin{cases} i_1 = ip_1 - ip_L \\ i_2 = ip_2 - ip_1 \\ \vdots \\ i_L = ip_L - ip_{L-1} \end{cases} \implies \mathbf{I} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{I}_p \quad (4.21)$$

e

$$\begin{cases} vp_1 = v_1 - v_L \\ vp_2 = v_2 - v_3 \\ \vdots \\ vp_L = v_L - v_1 \end{cases} \implies \mathbf{V}_p = \mathbf{T} \cdot \mathbf{V}, \quad (4.22)$$

onde \mathbf{T} é uma matriz triangular superior unitária. Adicionalmente, também é possível obter \mathbf{I}_p a partir dos elementos da matriz \mathbf{I} , conforme as relações da Equação (4.21). Entretanto, pelo princípio da continuidade de corrente elétrica (análoga à Lei de Kirchhoff para correntes), um dos elementos de corrente de porta é linearmente dependente dos demais, permitindo a redução dimensional de \mathbf{I}_p . Similarmente, pela Lei de Kirchhoff para Tensões, o somatório dos elementos de \mathbf{V}_p deve ser nulo, de maneira que uma das tensões de porta também é linearmente dependente das outras. Assim, é possível redefinir o sistema multiportas a partir das matrizes reduzidas de tensão de porta $\tilde{\mathbf{V}}_p$ e de corrente de porta $\tilde{\mathbf{I}}_p$, como descrito pela Equação (4.23):

$$\tilde{\mathbf{V}}_p = \tilde{\mathbf{Z}}_o \cdot \tilde{\mathbf{I}}_p, \quad (4.23)$$

onde $\tilde{\mathbf{Z}}_o$ é a matriz de impedâncias de circuito aberto reduzida do sistema multiportas.

Souza [106] demonstrou que se a mesma ideia de redução dimensional for aplicada às matrizes \mathbf{V} e \mathbf{I} que descrevem o sistema multiterminais, por meio das Equações (4.22), (4.21) e (4.23) é possível relacionar a matriz de admitâncias reduzida $\tilde{\mathbf{Y}}$ à matriz $\tilde{\mathbf{Z}}_o$ tal que:

$$\tilde{\mathbf{Y}}^{-1} = \tilde{\mathbf{T}}' \cdot \tilde{\mathbf{Z}}_o \cdot \tilde{\mathbf{T}}, \quad (4.24)$$

onde $\tilde{\mathbf{T}}$ é a forma reduzida da matriz triangular unitária \mathbf{T} . Pelo princípio da simetria, a matriz \mathbf{Y} completa pode ser obtida a partir da matriz $\tilde{\mathbf{Y}}$ pela Equação (4.25):

$$d_b \approx 1 \times 10^{-4}. \quad (4.28)$$

4.2 Estimativa da Condutividade Relativa

Sabe-se que o vetor campo elétrico calculado pela Equação (4.10) para cada ponto $\zeta \in \hat{\Pi}_0$ é tangente à linha de campo elétrico (equifluxo) que passa por ζ , e que tal linha “sai de” ou “entra em” uma superfície ao redor das linhas de densidade de carga λ_{0l} , em função do arranjo geométrico dessas linhas e de seu valor. Pode-se dizer então que cada equifluxo $\psi_{k,\zeta}^l$ que sai da k -ésima carga, passa pelo ponto ζ e vai para a l -ésima linha de densidade de carga contribui como uma parcela do fluxo elétrico total Ψ_{0l} que vai para a l -ésima linha de densidade de carga.

É possível obter experimentalmente os valores das cargas λ_{0l} para o caso de um plano homogêneo e com isso, a partir da Equação (4.10), traçar as equifluxos de um ponto a outro, conforme mostrado na Figura 4.4. De igual maneira, como demonstrado na Seção 4.1.4, a distribuição de cargas no caso homogêneo pode ser estimada analiticamente, fornecendo uma aproximação mais ideal e simétrica do que aquela alcançada a partir de coleta experimental.

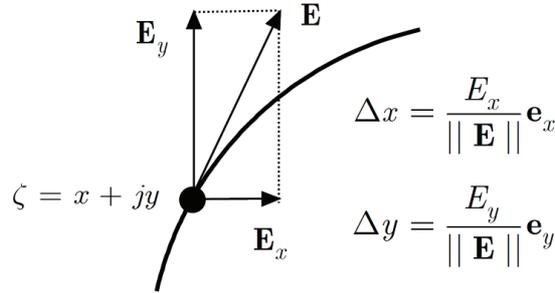


Figura 4.4: Campo elétrico em um ponto ζ qualquer pelo qual passa uma equifluxo.

Seja uma superfície gaussiana cilíndrica colocada ao redor de uma das linhas de densidade de carga λ_{0l} no problema eletrostático semelhante do plano Π_0 . Pela Lei de Gauss, o fluxo elétrico total Ψ_{0l} nessa carga em relação ao meio é (para simplificar a notação, doravante a carga imagem será omitida, uma vez que ela contribui para os cálculos de igual maneira a λ_{0l}):

$$\frac{\Psi_{0l}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda_{0l}}{\varepsilon_0} h. \quad (4.29)$$

Como exemplo, observa-se na Figura 4.5 a superfície cilíndrica ao redor da l -ésima linha de densidade de carga, quando $\lambda_{0k} = 1$, ou seja, quando no plano tomográfico condutivo a corrente é injetada no l -ésimo eletrodo e a fração nos demais é obtida a

partir de \mathbf{Y}_0 , como descrito na Seção 4.1.4. Nota-se que há uma quantidade finita de equifluxos que vão de λ_{0k} a λ_{0l} , que tem sinal negativo e módulo menor que 1, para satisfazer ao princípio da continuidade (Equação (4.12)). Pode-se então dizer que o conjunto de equifluxos $\psi_{k,\zeta}^l$ ($l \neq k$) formam um subconjunto $\varpi_{k,l}$ (Figura 4.6) no problema eletrostático semelhante ao plano Π_0 , no qual passa alguma das equifluxos $\psi_{k,\zeta}^l$ por cada ponto ζ . Sendo assim, a parcela $\psi_{k,\zeta}^l$ do fluxo total Ψ_{0l} que passa por $\zeta \in \varpi_{k,l}$ é dada pela Equação (4.30):

$$\psi_{k,\zeta}^l = \kappa_\zeta \Psi_{0l}$$

$$\psi_{k,\zeta}^l = \kappa_\zeta \lambda_{0l} h, \quad (4.30)$$

onde κ_ζ é uma constante que representa a fração de Ψ_{0l} correspondente a $\psi_{k,\zeta}^l$ e que depende da posição geométrica de ζ .

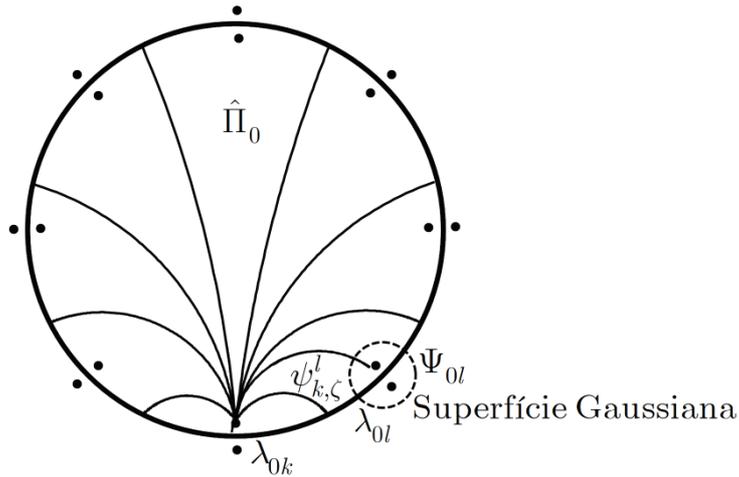


Figura 4.5: Superfície gaussiana cilíndrica (circunferência tracejada, vista de cima) colocada ao redor da linha de densidade de carga λ_{0l} para a qual existe um número finito de equifluxos $\psi_{k,\zeta}^l$ que contribuem para o fluxo total Ψ_{0l} em λ_{0l} .

Suponha-se agora um novo plano condutor, denominado agora Π (não mais homogêneo), no qual em alguma região ocorreu uma variação de condutividade em relação ao plano homogêneo, ou seja, $\sigma = \sigma_0 + \delta\sigma$. Isso equivale, no problema eletrostático, a uma variação na permissividade $\varepsilon = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon$ no plano análogo $\hat{\Pi}$. Como resultado dessa variação, ocorrerá um desbalanceamento das linhas de densidade de cargas, mantendo-se, no entanto, a dependência linear entre elas em decorrência da Equação (4.12). A Equação (4.10), porém, só é válida para meios homogêneos, de maneira que não é possível saber a forma das linhas de campo como

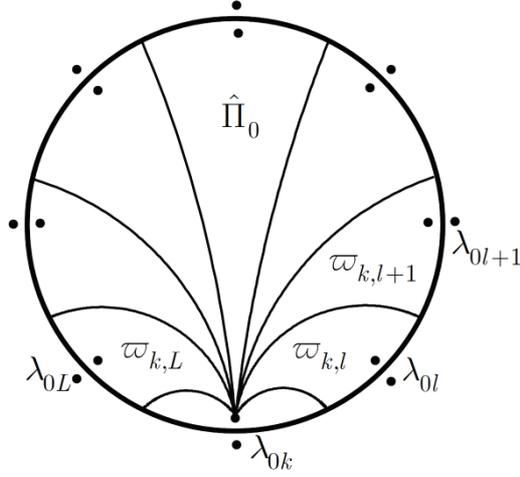


Figura 4.6: Subregiões $\varpi_{k,l}$ no problema eletrostático semelhante ao plano Π_0 que são formadas pelas equifluxos que vão da k -ésima até a l -ésima linha de densidade de carga.

resultado dessa perturbação. Contudo, suponha-se que $\delta\varepsilon$ é pequena o suficiente para que se possa assumir que as sub-regiões $\varpi_{k,l}$ têm aproximadamente a mesma forma que em $\hat{\Pi}_0$. Para que isso seja verdade, o fluxo elétrico total ao redor de cada linha de densidade de carga deve permanecer o mesmo. Já que a posição geométrica dessas linhas não se altera, o desbalanceamento em seus valores só pode ser explicado por uma variação correspondente na permissividade do subconjunto $\varpi_{k,l}$. Assim, para cada nova carga $\lambda_l = \lambda_{0l} + \delta\lambda_l$ deve haver um novo valor de permissividade $\varepsilon_l = \varepsilon_{0l} + \delta\varepsilon_l$ que mantenha constante a relação da Equação (4.29).

Ora, se o fluxo elétrico total através da superfície gaussiana da Figura 4.5 permanece o mesmo no meio $\hat{\Pi}$, então as equifluxos $\psi_{k,\zeta}^l$ têm os mesmos valores que no caso homogêneo, em $\hat{\Pi}_0$. Logo, para um ponto $\zeta \in \varpi_{k,l}$ qualquer, pode-se assumir que:

$$\frac{\psi_{k,\zeta}^l}{\varepsilon_0}(\text{Homogêneo}) = \frac{\psi_{k,\zeta}^l}{\varepsilon_l}(\text{Não-Homogêneo}), \quad (4.31)$$

$$\kappa_\zeta \frac{\lambda_{0l} h}{\varepsilon_0} = \kappa_\zeta \frac{\lambda_l h}{\varepsilon_l}. \quad (4.32)$$

Uma vez que a constante κ_ζ é a mesma para o ponto ζ em ambos os casos e as linhas de densidade de carga λ_{0l} e λ_l possuem o mesmo comprimento $h \rightarrow \infty$, a Equação (4.32) se reduz a:

$$\frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda_l}{\lambda_{0l}}, \quad \forall \zeta \in \varpi_{k,l}. \quad (4.33)$$

Considerando-se que para frequências da corrente de excitação da ordem de 10^3 Hz ou menores a condutividade e a permissividade de um tecido biológico são diretamente proporcionais [2–4], conforme visto nos gráficos da Figura 2.6 (página 19), a Equação (4.33) pode ser vista como a relação entre a condutividade σ_l e a condutividade σ_{0l} do ponto $\zeta \in \varpi_{k,l}$. Logo,

$$\frac{\sigma_l}{\sigma_{0l}} = \frac{i_l}{i_{0l}} \equiv \frac{\lambda_l}{\lambda_{0l}}, \quad (4.34)$$

ou, para $\sigma_l = \sigma_{0l} + \delta\sigma_l$,

$$\frac{\delta\sigma_l}{\sigma_{0l}} = \left(\frac{\lambda_l}{\lambda_{0l}} - 1 \right) \times 100 \quad [\%], \quad \forall \zeta \in \varpi_{k,l} \quad (4.35)$$

Visto que o problema foi linearizado, pode-se utilizar o princípio da superposição para se obter a variação média de condutividade no plano tomográfico Π , somando-se as parcelas de variação em cada uma das aplicações de corrente em um ciclo completo. Tanto a Equação (4.34) quanto a Equação (4.35) podem ser utilizadas a fim de determinar a relação de condutividade entre os casos não-homogêneo e homogêneo em cada ponto ζ . Entretanto, há dois aspectos importantes a serem considerados nessas duas equações. O primeiro deles é que se os valores de λ_{0l} forem calculados a partir da analogia eletrostática idealizada na Seção 4.1.4, não é necessário utilizar dados reais de um meio homogêneo para se usar como referência. Isso significa que, em princípio, é possível se obter imagens absolutas com a distribuição de condutividade relativa do meio, pois o plano tomográfico de referência é previamente conhecido. O segundo ponto a ser observado é que imagens diferenciais podem ser calculadas coletando-se as medidas dos elementos da matriz de admitâncias \mathbf{Y} em dois momentos subsequentes, de maneira que a Equação (4.35) pode ser reescrita como:

$$\frac{\delta\sigma_l^t}{\sigma_{0l}} = \left(\frac{\lambda_l^t - \lambda_l^{t-1}}{\lambda_{0l}} - 1 \right) \times 100 \quad [\%], \quad (4.36)$$

onde t é um instante de tempo qualquer.

4.2.1 Algoritmo para Reconstrução da Distribuição de Condutividade Relativa

A seguir, os procedimentos para reconstrução das imagens de EIT são sistematizados na forma de pseudocódigo, tendo em vista o formalismo apresentado anteriormente. Os algoritmos são descritos de forma simplificada e procedural, abstraindo-se dos detalhes, sem, contudo, comprometer o entendimento geral das principais etapas. Doravante, em termos computacionais, a coordenada complexa do ponto ζ será

referida como coordenada do pixel ζ_p na imagem. A convenção para o significado dos símbolos utilizados nos pseudocódigos pode ser conferida no Apêndice A, se necessário.

Obtenção da Matriz Λ_0 Teórica

O primeiro passo consiste em se calcular a matriz de distribuição de cargas Λ_0 para um plano homogêneo ideal a partir da estimativa de \mathbf{Y}_0 (Algoritmo 1). Os elementos de Λ_0 são utilizados nas Equações (4.34), (4.35) e (4.36) como valores de carga de referência para um determinado pixel ζ_p .

Obtenção das Linhas de Campo e do Vetor de Seleção \mathbf{S}

Para se determinar a que região $\varpi_{k,l}$ um pixel está associado, é necessário estabelecer os limites geométricos do domínio $\varpi_{k,l}$, conhecendo-se o formato das linhas de campo elétrico $\psi_{k,\zeta}^l$. Lembre-se que, no caso eletrodinâmico análogo, o vetor campo elétrico têm a mesma direção que a corrente elétrica, ou seja, conhecer a forma de $\psi_{k,\zeta}^l$ equivale a conhecer o caminho da parcela de corrente que vai para o l -ésimo eletrodo quando a injeção ocorre no k -ésimo. Visto que não é possível isolar a coordenada ζ na Equação (4.10), não há como obter de forma direta para qual linha de densidade de carga vai a equifluxo que passa por ζ . Uma maneira de solucionar esse problema é traçar as equifluxos iterativamente a partir do ponto ζ_p e descobrir em qual l -ésima linha de densidade de carga a equifluxo converge. Apesar de ser um método com alto custo computacional, em função das iterações, ele é executado uma única vez, antes do processo de reconstrução de EIT propriamente dito. O objetivo é montar para cada pixel o assim chamado vetor de seleção $\mathbf{S}(L \times 1)$, em que o número da linha corresponde ao número do eletrodo de injeção e os elementos s_l ao número do eletrodo de convergência da equifluxo. Uma vez construído o vetor \mathbf{S} , para qualquer reconstrução posterior basta buscar na k -ésima linha de \mathbf{S} qual o l -ésimo eletrodo a cuja região $\varpi_{k,l}$ o pixel ζ_p pertence. O Algoritmo 2 descreve como calcular a matriz \mathbf{S} para cada pixel da imagem.

Reconstrução de imagens

De posse da matriz de cargas Λ_0 para um plano homogêneo hipotético e da matriz de seleção \mathbf{S} para cada pixel, é possível reconstruir uma imagem absoluta com a distribuição da condutividade relativa da secção transversal de Π , conforme o Algoritmo 3. Para obtenção de imagens diferenciais, o procedimento é idêntico ao do Algoritmo 3, salvo pela subtração das matrizes $\mathbf{\Gamma}_r$ em dois instantes subsequentes.

As imagens de EIT foram computadas em matrizes de 32×32 píxeis sobre as quais foram utilizadas máscaras no formato de um círculo inscrito na imagem quadrada.

Algoritmo 1: DISTHOMOGENEO retorna a matriz de distribuição de cargas Λ_0 para o caso homogêneo, dados o vetor de coordenadas dos eletrodos ζ_e , o vetor de coordenadas dos pontos de borda de eletrodo ζ_{be} e a matriz triangular superior na forma reduzida \tilde{T} .

Entrada: $\zeta_e(1 \times L)$, $\zeta_{be}(1 \times L)$, $\tilde{T}(L - 1 \times L - 1)$
Saída: $\Lambda_0(L \times L)$

```

1  $\tilde{Z}_o \leftarrow \emptyset$ ; /* Inicializa matriz vazia */
2 para  $i_1 \leftarrow 1$  até  $L$  faça
3     se  $i_1 = L$  então
4         |  $i_2 \leftarrow 1$ 
5     senão
6         |  $i_2 \leftarrow i_1 + 1$ 
7      $\zeta_a \leftarrow \zeta_e[i_1]$ ;
8      $\zeta_b \leftarrow \zeta_e[i_2]$ ;
9     para  $j_1 \leftarrow 1$  até  $L$  faça
10        se  $j_1 = 1$  então
11            |  $j_2 \leftarrow 1$ ;
12        senão
13            |  $j_2 \leftarrow j_1 + 1$ ;
14             $\zeta_1 \leftarrow \zeta_{be}[j_1]$ ;
15             $\zeta_2 \leftarrow \zeta_{be}[j_2]$ ;
16             $num \leftarrow |\zeta_2 - \zeta_a| * |\zeta_1 - \zeta_b|$ ;
17             $den \leftarrow |\zeta_1 - \zeta_a| * |\zeta_2 - \zeta_b|$ ;
18             $\tilde{Z}_o[i_1, j_1] \leftarrow (1/\pi) * \ln(num/den)$ ;
19  $\tilde{Y}_{inv} \leftarrow \tilde{T}' * \tilde{Z}_o * \tilde{T}$ ;
20  $\tilde{Y} \leftarrow (\tilde{Y}_{inv})^{-1}$ ;
21 para  $i \leftarrow 1$  até  $L$  faça
22     selecione  $i$  faça
23         caso 1
24             |  $a[1] \leftarrow |\tilde{Y}[1, 1]| - \tilde{Y}[2..L - 1]$ ;
25         caso  $L-1$ 
26             |  $a[L - 1] \leftarrow |\tilde{Y}[L - 1, L - 1]| - \tilde{Y}[1..L - 2]$ ;
27         caso  $L$ 
28             |  $a[L] \leftarrow \sum a[1..L - 1]$ ;
29         senão
30             |  $a[i] \leftarrow |\tilde{Y}[i, i]| - \tilde{Y}[(1..i - 1)..(i + 1..L - 1)]$ ;
31  $Y_0[1..L - 1, 1..L - 1] \leftarrow \tilde{Y}$ ;
32  $Y_0[L, L - 1] \leftarrow a[1..L - 1]$ ;
33  $Y_0[L - 1, L] \leftarrow a[1..L - 1]'$ ;
34  $Y_0[L, L] \leftarrow a[L]$ ;
35  $\Lambda_0 \leftarrow Y_0/Y[1, 1]$ ;
36 retorna  $\Lambda_0$ ;

```

Algoritmo 2: SELECAO retorna o vetor de seleção \mathbf{S} , dados a matriz Λ_0 , a coordenada do pixel ζ_p , o vetor de coordenadas dos eletrodos ζ_e , o número L de eletrodos e a distância de borda d_b e o raio de eletrodo r_e .

Entrada: $\Lambda_0(L \times L)$, ζ_p , $\zeta_e(1 \times L)$, L , d_b , r_e
Saída: $S(L \times 1)$

```

1 para  $k \leftarrow 1$  até  $L$  faça
2    $\nabla\Phi \leftarrow 0$ ;
3   para  $l \leftarrow 1$  até  $L$ ,  $l \neq k$  faça
4      $\nabla\Phi \leftarrow \nabla\Phi - (\Lambda_0[k, l]/\pi) * (\zeta_p - \zeta_e[l])/|\zeta_p - \zeta_e[l]|^2$ ;
5    $E \leftarrow -\nabla\Phi$ ;
6    $\theta \leftarrow \angle E$ ; /* Ângulo do vetor E */
7    $passo \leftarrow 0,003$ ; /* Passo de iteração */
8    $\zeta_x \leftarrow \Re(\zeta_p)$ ; /* Parte real de  $\zeta_p$  */
9    $\zeta_y \leftarrow \Im(\zeta_p)$ ; /* Parte imaginária de  $\zeta_p$  */
10   $\zeta \leftarrow \zeta_x + j\zeta_y$ ;
11  enquanto  $|\zeta| \leq 1 - d_b - r_e$  faça
12     $\Delta x \leftarrow passo * \cos \theta$ ;
13     $\Delta y \leftarrow passo * \sin \theta$ ;
14     $\zeta_x \leftarrow \zeta_x - \Delta x$ ;
15     $\zeta_y \leftarrow \zeta_y - \Delta y$ ;
16     $\zeta \leftarrow \zeta_x + j\zeta_y$ ;
17     $\nabla\Phi \leftarrow 0$ ;
18    para  $l \leftarrow 1$  até  $L$ ,  $l \neq k$  faça
19       $\nabla\Phi \leftarrow \nabla\Phi - (\Lambda_0[k, l]/\pi) * (\zeta - \zeta_e[l])/|\zeta - \zeta_e[l]|^2$ ;
20     $E \leftarrow -\nabla\Phi$ ;
21     $\theta \leftarrow \angle E$ ;
22     $\zeta_b \leftarrow \zeta$ ;
23     $d \leftarrow |\zeta_b - \zeta_e|$ ;
24     $S[k] \leftarrow \text{indicemin}(d)$ ; /* Função que retorna o índice do menor
valor de  $d$  */
25 retorna  $S$ ;
```

4.3 Plataformas Experimentais

Nesta parte do capítulo são caracterizados os materiais e o instrumental que foram utilizados para a realização dos experimentos.

4.3.1 Papel Condutivo para Validação do Modelo

A Figura 4.7 mostra a arranjo utilizado para medir o potencial ao longo de um meio homogêneo circular. Para isso, foi usado um disco de papel condutivo com resistividade de $5 \text{ k}\Omega/\text{sq}$ (Pasco[®]) colocado sob uma película plástica perfurada em pontos específicos para medição do potencial em relação ao terra. Nas extremidades desse disco foram colocadas 16 garras-jacarés igualmente espaçadas, dentre as

Algoritmo 3: CONDRELATIVA retorna a matriz de condutividade relativa Γ_r de uma matriz de píxeis $N \times N$, dados a matriz Λ_0 , a matriz tridimensional \mathbf{S} contendo a matriz de seleção para cada pixel, a matriz de coordenadas dos píxeis ζ_p , o vetor de coordenadas dos eletrodos ζ_e , a distância de borda d_b e a matriz de admitâncias experimental \mathbf{Y} .

Entrada: $\Lambda_0, S(N \times N \times L), \zeta_p(N \times N), \zeta_e(1 \times L), d_b, Y(L \times L)$

Saída: $\Gamma_r(N \times N)$

```

1 para  $k \leftarrow 1$  até  $L$  faça
2    $\Lambda[k, 1..L] \leftarrow Y[k, 1..L]/Y[k, k]$ ;
3 para  $i \leftarrow 1$  até  $N$  faça
4   para  $j \leftarrow 1$  até  $N$  faça
5      $\Gamma[i, j] \leftarrow \emptyset$ ;
6     para  $k \leftarrow 1$  até  $L$  faça
7       se  $|\zeta_p[i, j]| \leq 1 - d_b$  então
8          $\lambda \leftarrow \Lambda[k, S[i, j, k]]$ ;
9          $\lambda_0 \leftarrow \Lambda_0[k, S[i, j, k]]$ ;
10         $\Gamma[i, j] \leftarrow \Gamma[i, j] + (\lambda/\lambda_0 - 1)$ ;
11  $\Gamma_r \leftarrow \Gamma/L$ ;
12 retorna  $\Gamma_r$ ;

```

quais 15 foram aterradas e uma foi conectada a uma fonte de tensão de 20 *Vdc*, representando o eletrodo injetor de corrente. Para a medição das tensões foi utilizado um multímetro Minipa[®]calibrado.

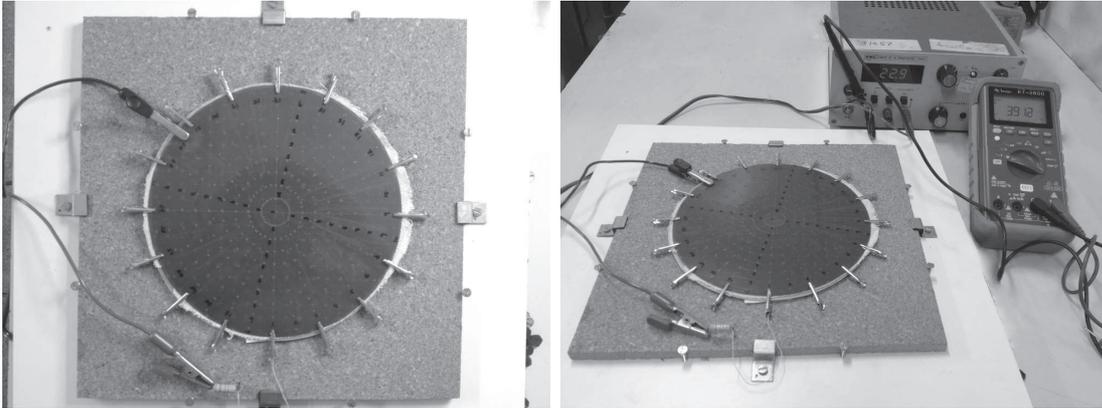


Figura 4.7: Papel condutivo coberto por uma película plástica perfurada na forma de *grid* circular.

A partir do potencial teórico, calculado pela Equação (4.7) para uma distribuição de cargas estimada para meio homogêneo, obteve-se o erro médio quadrático ϵ_q entre os potenciais teóricos e experimentais normalizados, tal que:

$$\epsilon_q = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (U_k - V_k)^2}{N}} \times 100 \quad [\%], \quad (4.37)$$

onde U e V são, respectivamente, o potencial calculado e medido e N é o número de pontos.

4.3.2 Meio Eletrolítico e Fantomas

Para validação do algoritmo proposto foram coletados dados experimentais a partir de um tanque circular de 29 *cm* de diâmetro interno, contendo solução salina a 0,08%. À meia altura das paredes do tanque foram posicionados 16 eletrodos de aço inoxidável, igualmente espaçados entre si, conforme mostrado na Figura 4.8. Para perturbação do meio homogêneo foram utilizados fantomas cilíndricos de 3,5 *cm* de diâmetro feitos de material isolante (PVC), os quais foram deslocados do centro à borda do tanque, radialmente em passos de 0,5 *cm*.

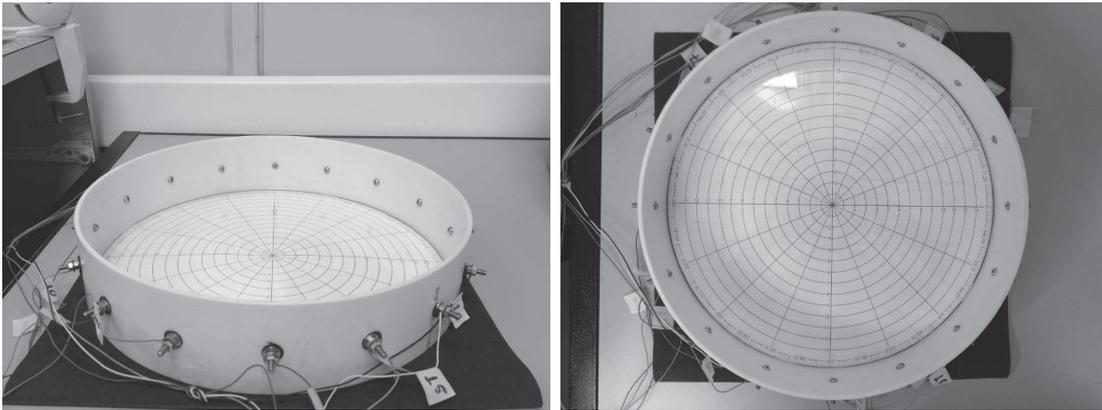


Figura 4.8: Tanque circular circundado por 16 eletrodos de aço inoxidável.

4.3.3 Sistema de Aquisição Utilizado

O protótipo do sistema de EIT em configuração multiterminais utilizado para obtenção dos dados é formado basicamente de cinco módulos: fonte de corrente monofrequencial, pré-amplificadores, sistema de chaveamento (controlador e circuito de chaveamento) e conversor A/D (Figura 4.9). A fonte da corrente de excitação foi ajustada para injetar um sinal de frequência de 50 *kHz* e amplitude de 1 *mA_{pp}*. Tais valores foram escolhidos com base em trabalhos anteriores [10, 39, 88, 107, 108], respeitando-se os limites de segurança estabelecidos por normas internacionais para uso de corrente em equipamentos eletromédicos [59, 109]. O circuito de chaveamento é composto por multiplexadores analógicos que utilizaram relés mecânicos para

garantir baixa resistência de contato. Para coletar a corrente que flui por cada eletrodo, assim como para aterr -los virtualmente, foram usados pré-amplificadores de transimpedância no valor de $10,4\text{ k}\Omega$. A conversão analógico-digital da tensão sobre a fonte de corrente de excita o, assim como dos sinais de saída dos pré-amplificadores de transimpedância, foi realizada por uma placa PCI-6251 (16 bits, 1 MHz, National Instruments[®]) instalada em um microcomputador compatível. O *software* para controle do chaveamento entre eletrodos, bem como para armazenamento dos dados coletados foi implementado em LabVIEW[®], também da National Instruments[®]. Para cada uma das i -ésimas inje es são preenchidas as j -ésimas colunas da i -ésima linha da matriz de admitâncias \mathbf{Y} .

4.4 Métodos para Avalia o

A seguir são descritas as etapas a que as imagens de EIT foram submetidas para se avaliar o desempenho do algoritmo proposto.

4.4.1 Pr -Ajuste das Imagens

As figuras de mérito utilizadas para avalia o do algoritmo fazem uso tanto da imagem reconstruída original quanto da imagem segmentada, ou seja, uma imagem em que uma certa região de interesse   destacada. Os critérios para segmenta o da imagem podem variar dependendo da aplica o e da sofistica o das técnicas de tratamento de imagens. Como não   o escopo deste trabalho discutir e analisar tais métodos, neste texto serão apenas citados os procedimentos para ajuste e segmenta o da imagem reconstruída.

Neste trabalho foi utilizado um método de limiar para a segmenta o das imagens. Esse limiar   definido segundo o critério FWHM (*Full Width at Half Maximum*) que consiste em eleger os píxeis cujos valores são maiores de intensidade (ou menores, dependendo da varia o da condutividade) ou iguais ao valor da condutividade relativa   meia altura da máxima amplitude (Figura 4.10). O valor de T_{fwhm}   a metade da diferença entre o ponto de maior valor e a linha de referência (*baseline*), a qual   obtida automaticamente a partir da aplica o do método de Otsu [110] sobre o histograma equalizado da imagem. Visto que essa imagem   do tipo bimodal, ou seja, objeto de interesse e fundo, o limiar de Otsu representa a fronteira de distin o entre o plano homogêneo e o fantoma.

4.4.2 Figuras de Mérito

Até o momento, não há na literatura um protocolo bem estabelecido e amplamente aceito para quantificar a qualidade das imagens de EIT reconstruídas. Contudo,

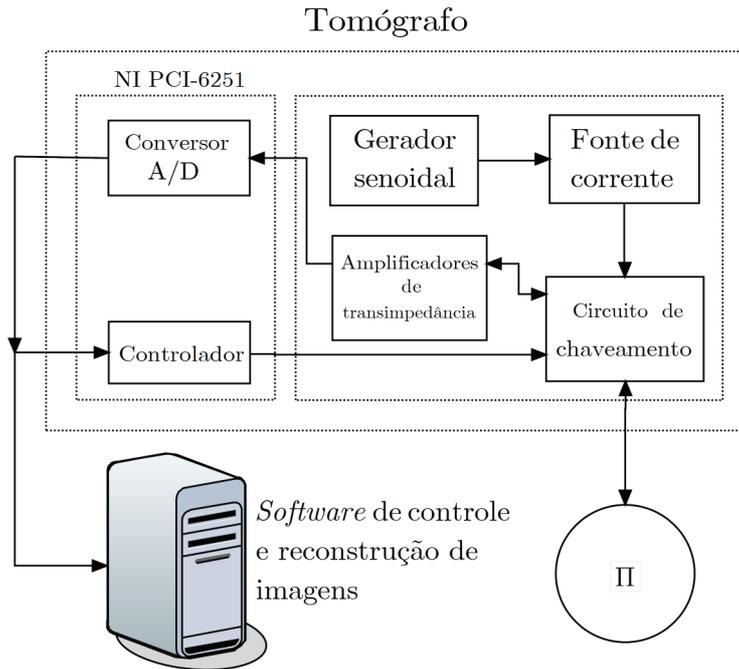


Figura 4.9: Sistema de aquisição implementando configuração multiterminais.

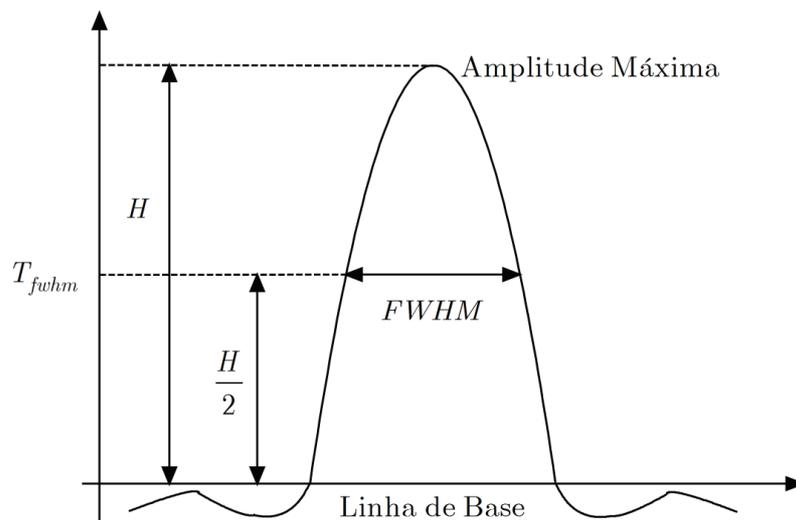


Figura 4.10: Largura à meia-altura de uma curva, em que H é a amplitude máxima e $FWHM$ é a largura à meia altura e T_{fwhm} é o limiar referente a $H/2$.

alguns autores têm proposto figuras de mérito para esse tipo de avaliação [111]. Neste trabalho, os parâmetros utilizados para a avaliação das imagens de EIT se baseiam em algumas das figuras de mérito propostas por Adler et al. [112] e por Weberszpil et al. [111]. No primeiro trabalho, Adler et al. [112] conceberam figuras de mérito para imagens reconstruídas de meios homogêneos perturbados por um objeto (fantoma). Já Weberszpil et al. [111] definiram uma métrica para quantificar o quão próximo dois fantasmas podem estar até que na reconstrução se identifique um único objeto.

Para o cálculo de todas as figuras de mérito foram utilizadas imagens previamente ajustadas, conforme explicado na Seção 4.4.1. Além disso, a avaliação ocorrerá basicamente sobre o conjunto de píxeis Γ_s referente ao fantoma, os quais são obtidos a partir da segmentação da imagem tratada. Ressalta-se ainda que a variação máxima de condutividade pode ser tanto positiva, para o caso de fantasmas mais condutivos, quanto negativas, para fantasmas menos condutivos. Assim, o subconjunto de píxeis segmentados Γ_s é definido como:

$$[\Gamma_s]_k = \begin{cases} 1, & \text{se } [\Gamma_r]_k \geq T_{fwhm} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (4.38)$$

onde $[\Gamma_r]_k$ é o conjunto de todos os k píxeis da imagem reconstruída e ajustada.

A seguir são descritas as figuras de mérito mencionadas anteriormente, com uma breve explicação sobre o comportamento esperado de cada uma delas. As quatro primeiras figuras de mérito estão ordenadas por grau de importância, da mais relevante para a menos relevante, segundo a classificação de Adler et al. [112].

Erro de Posição (*PE - Position Error*)

Mede o quanto a posição da perturbação de condutividade, doravante chamada de objeto reconstruído (subconjunto Γ_s), aproxima-se da posição real do fantoma no tanque, tendo como referência os centros de gravidade (*CG*) de cada um. No caso do fantoma cilíndrico utilizado, o *CG* é o ponto central do círculo, enquanto que para o objeto reconstruído a posição do *CG* é calculada pela média da posição dos k píxeis de Γ_s . Assim, define-se o erro de posição como [113]:

$$PE = \frac{d_f - d_s}{r_{\Pi}} \times 100 \quad [\%], \quad (4.39)$$

onde d_f e d_s são, respectivamente, as distâncias radiais do fantoma e do objeto reconstruído (região segmentada) em relação ao centro do plano tomográfico circular Π de raio r_{Π} (Figura 4.11).

Não fica claro no trabalho de Adler et al. [112] se *PE* é definido em termos absolutos, porém, julgou-se adequado representá-lo como uma variação percentual

em relação ao raio de Π , ou seja, do tanque de solução salina. Quanto mais uniforme e próximo de zero for o valor de PE , mais confiável é a interpretação referente ao objeto reconstruído.

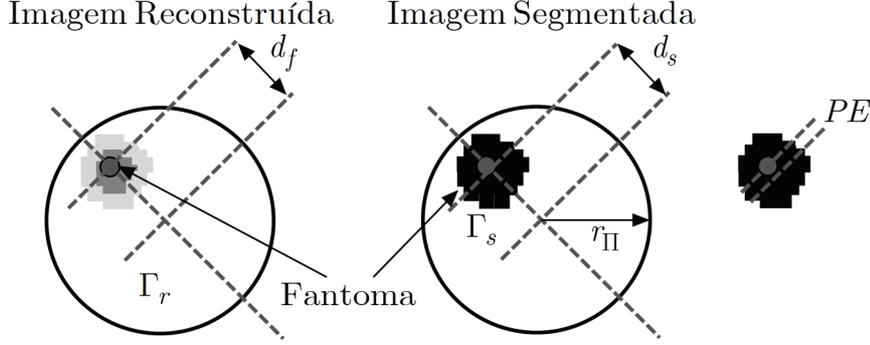


Figura 4.11: O erro de posição PE é calculado em função das distâncias do centro de gravidade do fantoma (d_f) e do objeto reconstruído (d_s), e pode ser dado na forma percentual, em relação ao raio do tanque r_{Π} . Γ_r e Γ_s são, respectivamente, os pixels da imagem reconstruída e segmentada.

Oscilação (RNG - *Ringing*)

Mede a parcela da imagem reconstruída cujos pixels apresentam sinal oposto ao redor do objeto reconstruído. Para esse cálculo, delimita-se um círculo C centrado no CG de Γ_s e com área equivalente à área A_s do objeto reconstruído (Figura 4.12). A partir de C , define-se que

$$RNG = \frac{\sum_{(k \notin C) \wedge ([\Gamma_r]_k > 0)} [\Gamma_r]_k}{\sum_{k \in C} [\Gamma_r]_k} \times 100 \quad [\%], \quad (4.40)$$

onde o numerador corresponde ao somatório dos valores dos pixels em Γ_r que estão fora da região do círculo C e com sinal oposto à amplitude do somatório dos valores pixels da imagem que estão dentro de C , os quais são representados pelo termo do denominador. Destaca-se ainda que os pixels dentro de C com sinal oposto ao somatório resultante não são contabilizados pela forma com que RNG foi definida por Adler et al. [112].

Observa-se que o cálculo de RNG é realizado sobre a imagem ajustada, antes de ser segmentada. Porém, a definição do círculo C é feita a partir do conjunto segmentado Γ_s . Nota-se ainda que o termo $[\Gamma_r]_k > 0$ é usado para o caso em que a variação de condutividade do objeto reconstruído é negativa. Quando o fantoma for mais condutivo que o meio onde ele é inserido e, portanto, a condutividade do objeto for positiva em relação ao meio, essa condição deve ser invertida. Altos

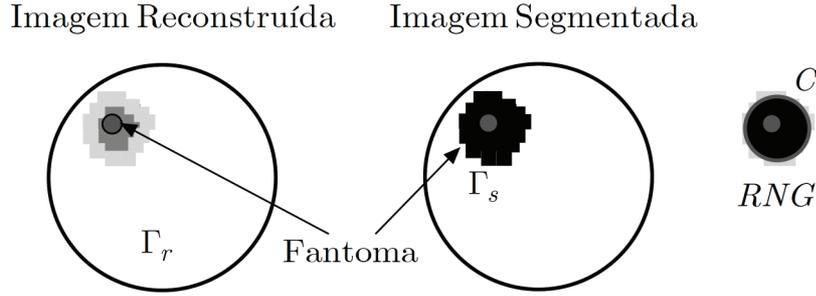


Figura 4.12: A oscilação RNG é obtida a partir dos píxeis fora do círculo C cujos valores têm sinal oposto aos píxeis dentro de C . Γ_r e Γ_s são, respectivamente, os píxeis da imagem reconstruída e segmentada.

valores de RNG indicam *overshoot* com amplitude considerável ao redor do objeto reconstruído, o que pode induzir a interpretações incorretas da distribuição de condutividade.

Resolução (RES - *Resolution*)

Relaciona o tamanho do objeto reconstruído como uma fração da área total da imagem reconstruída.

$$RES = \sqrt{\frac{A_s}{A_r}} \equiv \frac{r_s}{r_r} \times 100 \quad [\%], \quad (4.41)$$

onde $A_s = \sum_k [\Gamma_s]_k$ corresponde à área do conjunto Γ_s e A_r à área total da imagem reconstruída Γ_r , ambas sendo um somatório do número de píxeis pertencentes a cada uma delas (Figura 4.13). Alguns autores calculam RES como a taxa entre o raio r_s do círculo C de área equivalente a A_s e o raio r_{Π} do plano tomográfico [111, 114].

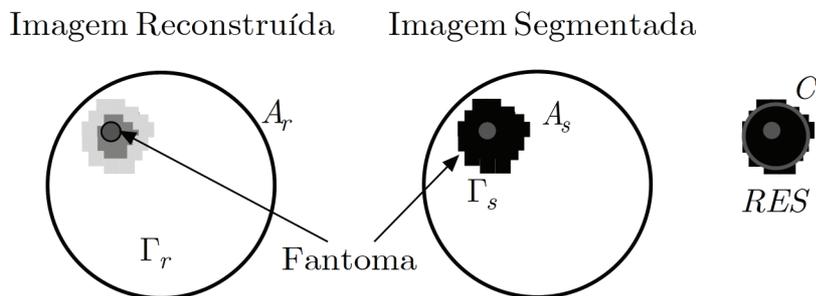


Figura 4.13: A resolução RES é calculada como uma fração entre a área segmentada A_s e a área total da imagem A_r , ambas em píxeis. Γ_r e Γ_s são, respectivamente, os píxeis da imagem reconstruída e segmentada.

Quanto mais constante for o valor de RES ao longo do meio maior será a exatidão da representação da forma do fantoma. Além disso, o mais importante na avaliação

de *RES* é a sua uniformidade ao longo do meio e não o seu valor propriamente dito. Como será visto mais adiante, a resolução está bastante relacionada ao poder de separação (*PS*), pois quanto mais baixa for a resolução, segundo este conceito, melhor será a distinção entre dois fantasmas próximos.

Deformação (*SD - Shape Deformation*)

Quantifica o subconjunto de píxeis de Γ_s que não está contido no círculo C (Figura 4.14) de área equivalente a A_s . Visto que os algoritmos de reconstrução de EIT em geral produzem imagens cujos objetos de interesse tem o formato circular, a parcela de artefatos ao redor de C que contribuem para a deformação Γ_s é calculada por [115]:

$$SD = \frac{\sum_{k \notin C} [\Gamma_s]_k}{\sum_k [\Gamma_s]_k} \times 100 \quad [\%], \quad (4.42)$$

onde $\sum_k [\Gamma_s]_k$ é a área total A_s do objeto reconstruído, em píxeis.

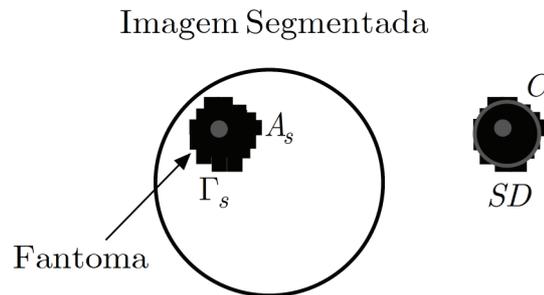


Figura 4.14: A deformação SD é calculada pela quantidade de píxeis fora do círculo C de área equivalente a A_s . Γ_s é o conjunto de píxeis da imagem segmentada.

Deseja-se que o valor de SD seja tão baixo e uniforme quanto possível, pois do contrário as imagens podem ser incorretamente interpretadas.

Poder de Separação (*PS*)

Consiste na separação mínima entre dois fantasmas, supostos pontuais, que podem ser identificados distintamente pelo sistema de imageamento (Figura 4.15). A definição dada por Weberszpil et al. [111] é análoga ao poder de separação de um interferômetro em óptica [116], a qual está relacionada com o tamanho do pico da função de espalhamento de ponto (PSF – *Point Spread Function*). Em se tratando de dois fantasmas cilíndricos idênticos com mesmo diâmetro, o poder de separação é definido como:

$$PS = \left(\frac{|\zeta_{f1} - \zeta_{f2}|}{2r_{\Pi}} \Big|_{|\zeta_{f1} - \zeta_{f2}| = FWHM} \right) \times 100 \quad [\%], \quad (4.43)$$

onde $FWHM$ é o diâmetro do círculo C de área equivalente a A_s , ou seja, é a largura à meia altura, e ζ_{f1} e ζ_{f2} são, respectivamente, as coordenadas dos centros do primeiro e do segundo fantasmas. O denominador $2r_{\Pi}$ corresponde ao diâmetro do tanque e é utilizado para que o valor de PS seja obtido percentualmente em relação a essa distância. Quanto menor for o valor de PS , maior a capacidade do algoritmo distinguir entre dois objetos.

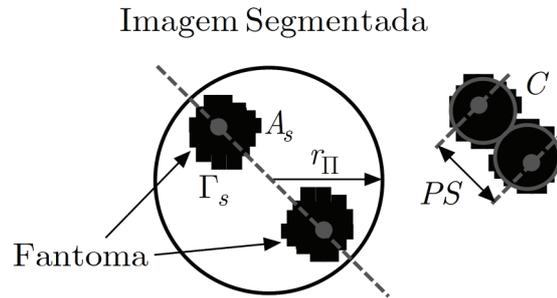


Figura 4.15: O poder de separação PS é calculado como a distância mínima percentual (relativa ao raio do tanque r_{Π}) entre dois fantasmas para a qual o algoritmo ainda é capaz de reconstruir a imagem de dois objetos distintos. A_s é a área do objeto reconstruído, obtida a partir da imagem segmentada Γ_s .

Capítulo 5

Resultados

5.1 Validação do Modelo Eletrostático

Os traçados das equipotenciais experimentais, feitas a partir dos dados coletados no papel condutivo, são apresentados nas Figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4, para os casos em que são utilizados 2, 4, 8 e 16 eletrodos, respectivamente. Ao lado dos resultados calculados pela Equação 4.7 (página 55) do modelo eletrostático análogo, são mostradas as equipotenciais experimentais. Destaca-se que, em ambos os casos teóricos e experimentais, os valores dos potenciais foram normalizados dentro do intervalo $[0, 1]$, pois o que se pretendeu analisar foram as formas das curvas propriamente ditas e não os valores das equipotenciais. Além disso, como descrito na Seção 4.3.1, foi calculado o erro médio quadrático ϵ_q para esses potenciais normalizados, por meio da Equação (4.37) (página 70) e para cada uma das configurações de eletrodos mencionadas (Tabela 5.1). Observa-se que todos os valores obtidos de ϵ_q não ultrapassaram os 10%.

Tabela 5.1: Erro médio quadrático ϵ_q entre os potenciais calculados e experimentais para diferentes quantidades de eletrodos.

Número de eletrodos	ϵ_q [%]
2	8,78
4	9,01
8	9,85
16	5,47

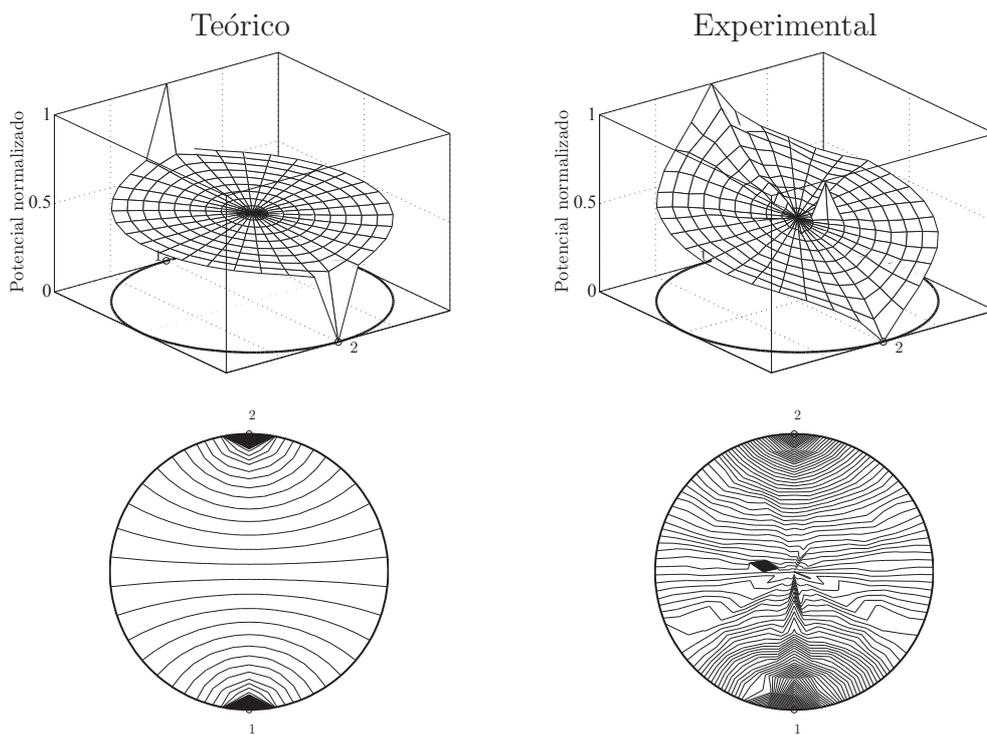


Figura 5.1: Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 2 eletrodos, com erro médio quadrático $\epsilon_q \approx 8,78\%$.

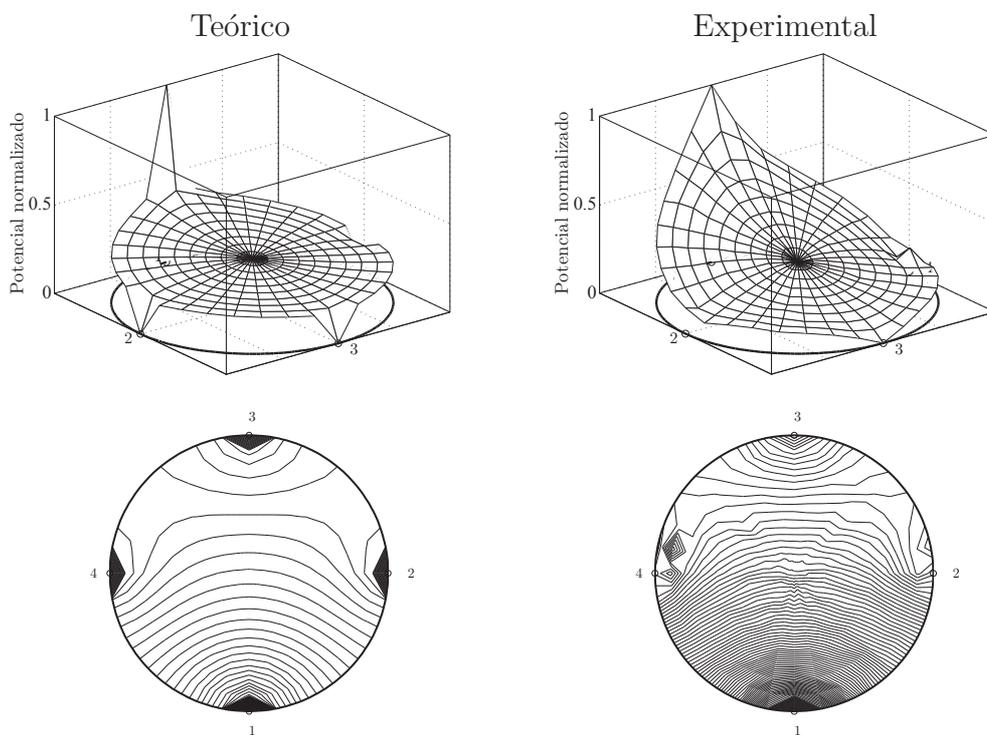


Figura 5.2: Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 4 eletrodos, com erro médio quadrático $\epsilon_q \approx 9,01\%$.

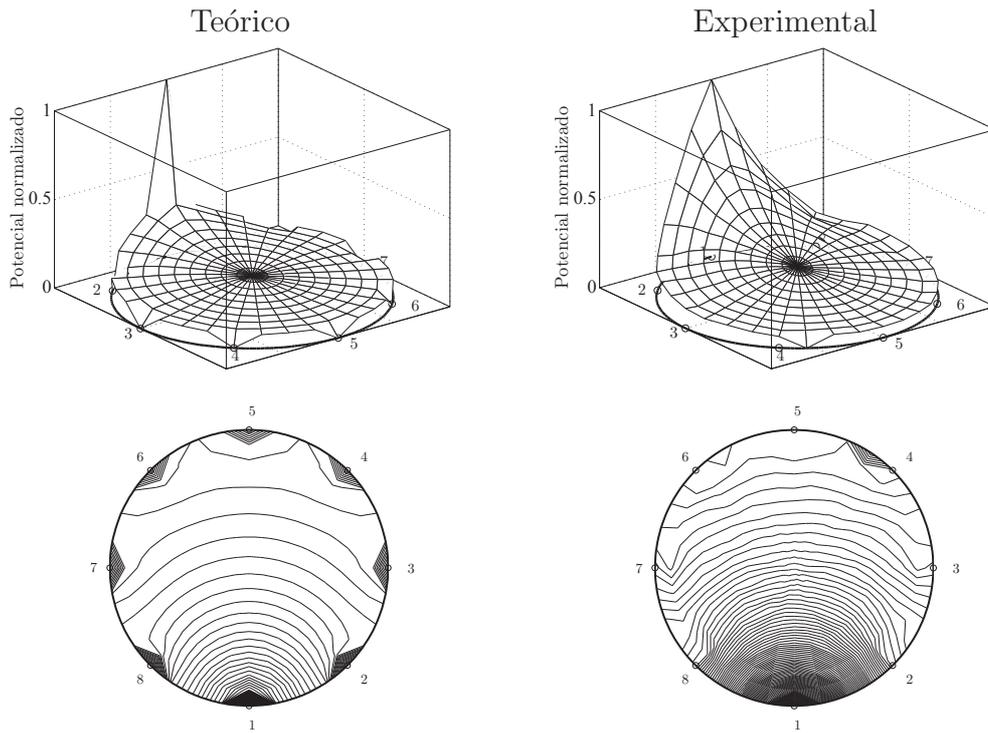


Figura 5.3: Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 8 eletrodos, com erro médio quadrático $\epsilon_q \approx 9,85\%$.

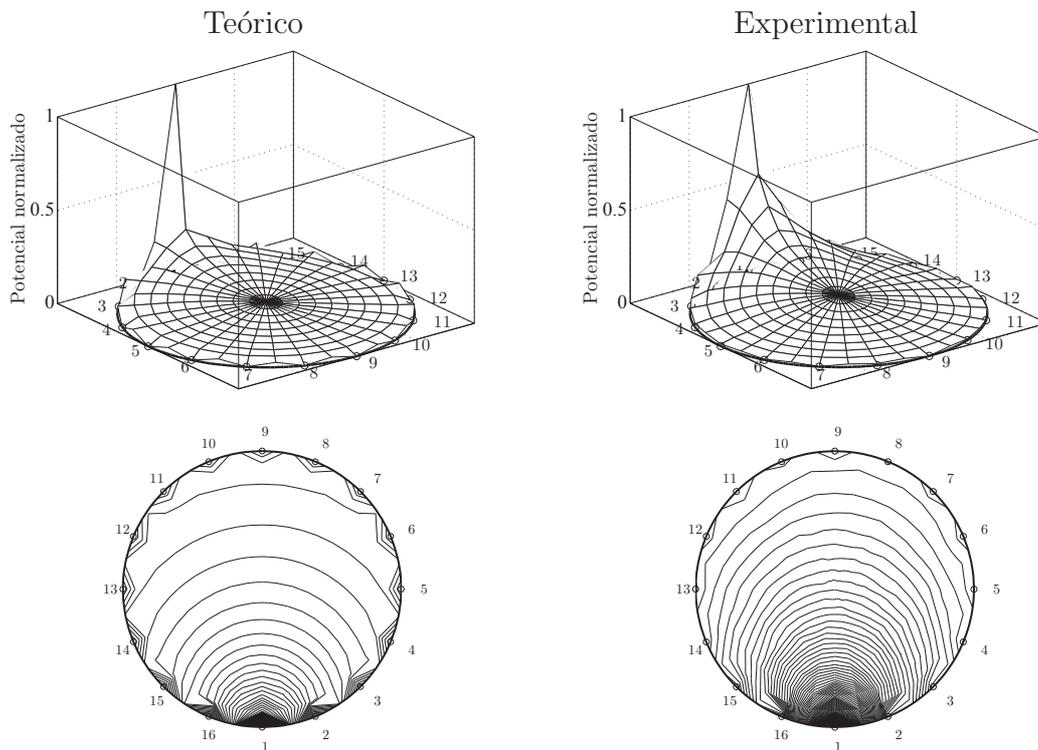


Figura 5.4: Comparação entre as linhas equipotenciais experimentais e teóricas em meio homogêneo utilizando-se 16 eletrodos, com erro médio quadrático $\epsilon_q \approx 5,47\%$.

5.2 Divisão de Corrente no Plano Homogêneo

Sabe-se que em um meio homogêneo circundado por eletrodos igualmente espaçados, as parcelas de corrente que fluem pelos eletrodos aterrados são simétricas em relação ao eletrodo de injeção. Sendo assim, espera-se que as medidas coletadas sejam idênticas, independente de qual o eletrodo de injeção. Supondo-se que o eletrodo 1 é o eletrodo de injeção de uma corrente unitária, se as situações em que o sinal de corrente é aplicado nos outros eletrodos forem projetadas na posição do eletrodo 1, é possível obter a distribuição experimental de corrente em cada terminal pela média das 16 aquisições de um ciclo completo ao redor do tanque unicamente com solução salina a 0,08%. A partir desses dados, obteve-se um desvio padrão (s) máximo de aproximadamente 0,3%. Para o valor de d_b calculado pela Equação (4.27) (página 61), analisou-se o comportamento do erro médio quadrático ϵ_q entre a distribuição de corrente experimental e a distribuição de cargas teórica, calculada em função da variação de r_e . Assim, para $d_b = 1 \times 10^{-4}$, o valor de r_e que fornece o erro médio quadrático $\epsilon_q \approx 0,3\%$ é $r_e \approx 5 \times 10^{-6}$.

A comparação entre a média das aquisições experimentais e a distribuição de cargas teórica pode ser conferida na Figura 5.5. Nota-se que cerca de 35% da corrente injetada flui através dos eletrodos laterais ao terminal de injeção. Neste exemplo, supôs-se que a corrente foi injetada no eletrodo 1, mas devido à simetria geométrica entre os eletrodos, o resultado é similar para injeção de corrente em qualquer terminal.

5.3 Experimentos com Fantomas

As imagens de EIT obtidas a partir dos dados experimentais com o algoritmo proposto foram geradas de duas maneiras distintas: de forma absoluta e de forma diferencial. Os resultados para ambas as situações foram subdivididas nas seções a seguir.

5.3.1 Imagens Absolutas

Neste primeiro caso, as imagens são reconstruídas a partir dos dados coletados em um instante qualquer, sem qualquer informação anterior adicional. Na Figura 5.6 são ilustradas algumas das 26 reconstruções absolutas que foram feitas com o tanque contendo um fantoma, enquanto que na Figura 5.8 são mostradas reconstruções com dois fantasmas. Observa-se que as imagens reconstruídas apresentam regiões ruidosas ao redor do local onde se encontra o fantoma. O comportamento das figuras de mérito para o caso de reconstrução absoluta de um e dois fantasmas é apresentado nas Figuras 5.7 e 5.9, respectivamente. Para o erro de posição, oscilação, resolução

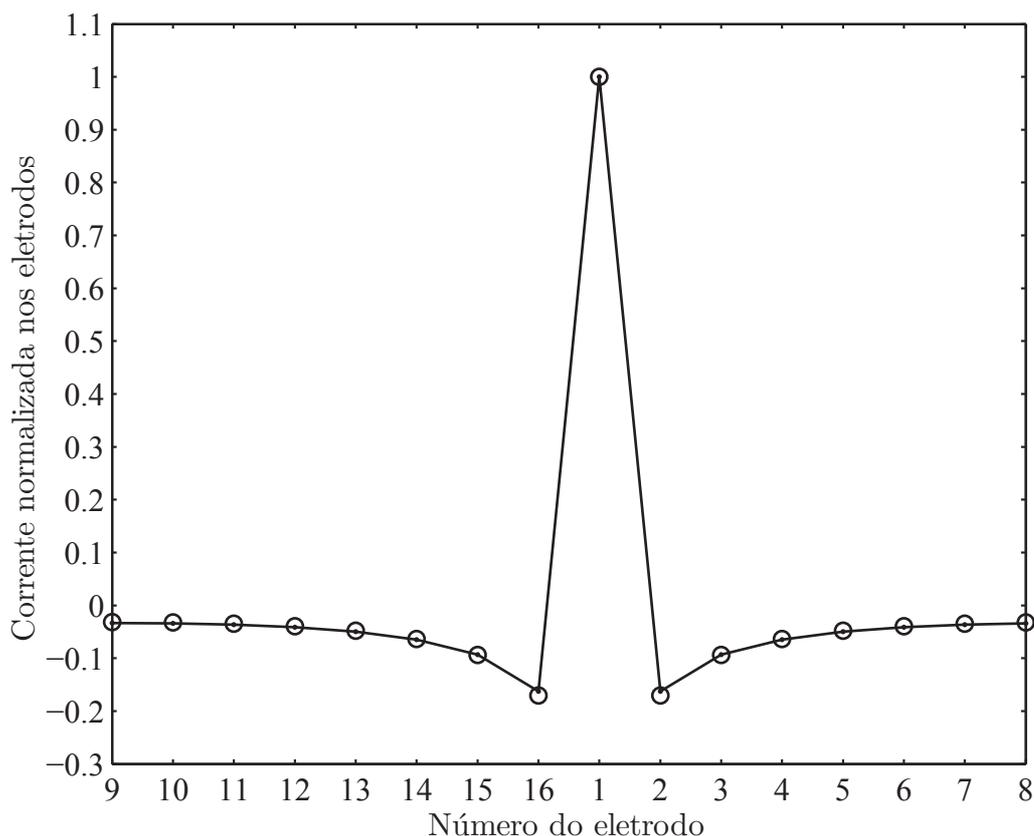


Figura 5.5: Fração de corrente por eletrodo em um plano homogêneo. A curva e os pontos equivalem à média de 16 coletas em um meio homogêneo real e os círculos correspondem ao valor estimado pelo método, com $d_b = 1 \times 10^{-4}$ e $r_e = 5 \times 10^{-6}$. Valores positivos indicam a injeção de corrente, enquanto que valores negativos indicam a parcela de corrente que sai através dos eletrodos.

e deformação foram calculados as médias e os desvios padrões a fim de se quantificar a variabilidade das curvas em relação ao comportamento esperado.

5.3.2 Imagens Diferenciais

Na segunda situação, as imagens foram reconstruídas de maneira diferencial, isto é, utilizando-se a diferença entre os dados coletados em instantes subsequentes. No caso em questão, o instante t se refere à tomada de dados com o tanque preenchido apenas com solução saline, ou seja, com o meio homogêneo. Já para o instante $t + 1$ os dados foram coletados com os fantasmas nas mesmas posições para as quais foram reconstruídas as imagens absolutas descritas anteriormente (Figuras 5.6 e 5.8). Na Figura 5.10 são apresentadas algumas das 26 reconstruções diferenciais com o tanque contendo um fantoma, enquanto que na Figura 5.12 são mostrados reconstruções com dois fantasmas. O comportamento das figuras de mérito para o caso de reconstrução diferencial de um e dois fantasmas é apresentado nas Figuras 5.11 e 5.13, respectivamente. Da mesma forma que no caso das imagens

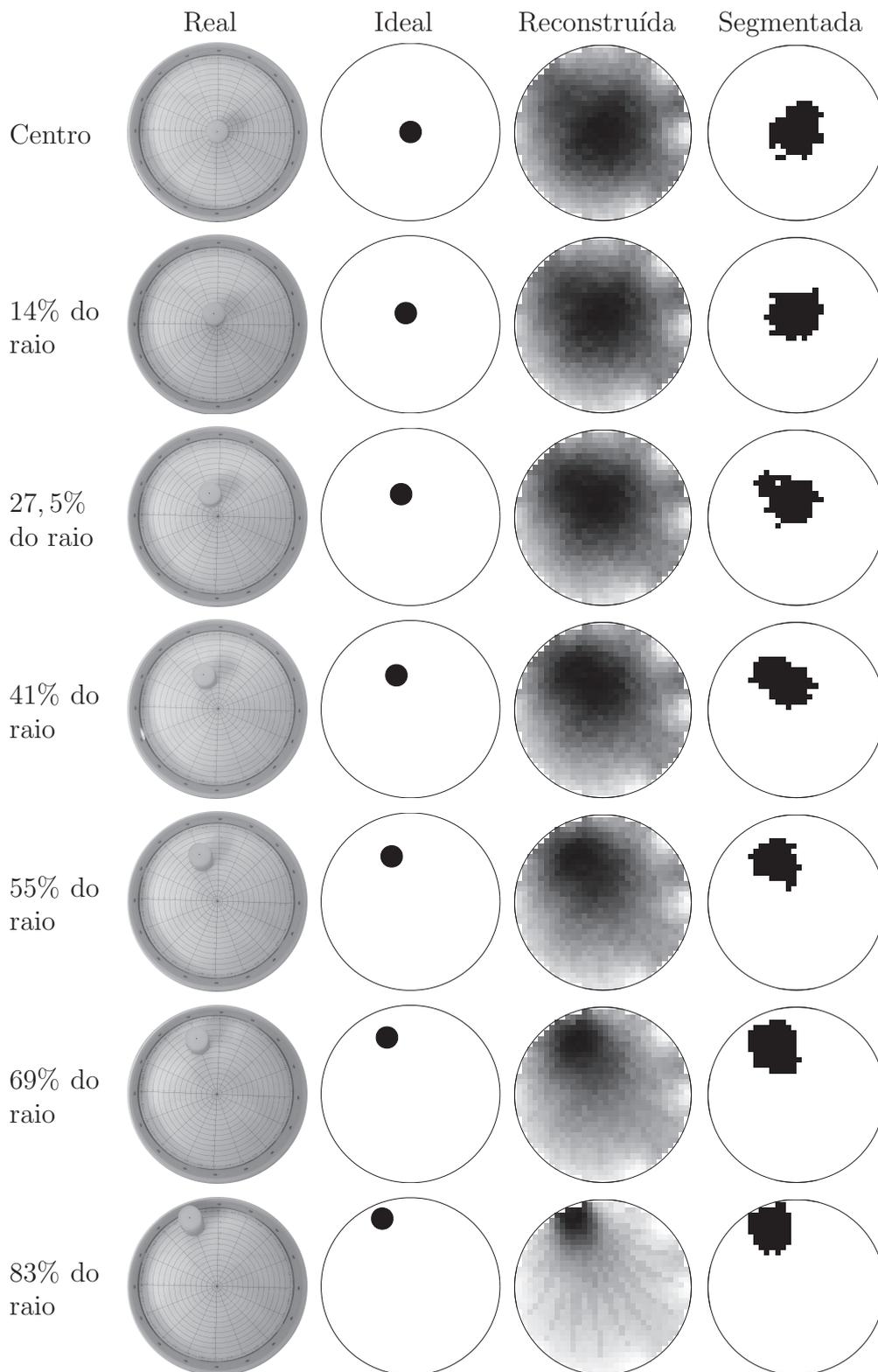


Figura 5.6: Reconstrução e segmentação de imagens absolutas com um fantoma em sete posições distintas. As áreas escuras são as regiões onde houve decréscimo da condutividade em relação ao meio homogêneo ideal teórico.

absolutas, foram calculados as médias e os desvios padrões para as figuras de mérito das imagens diferenciais. Esses valores de PE , RNG , RES e SD , para os casos de

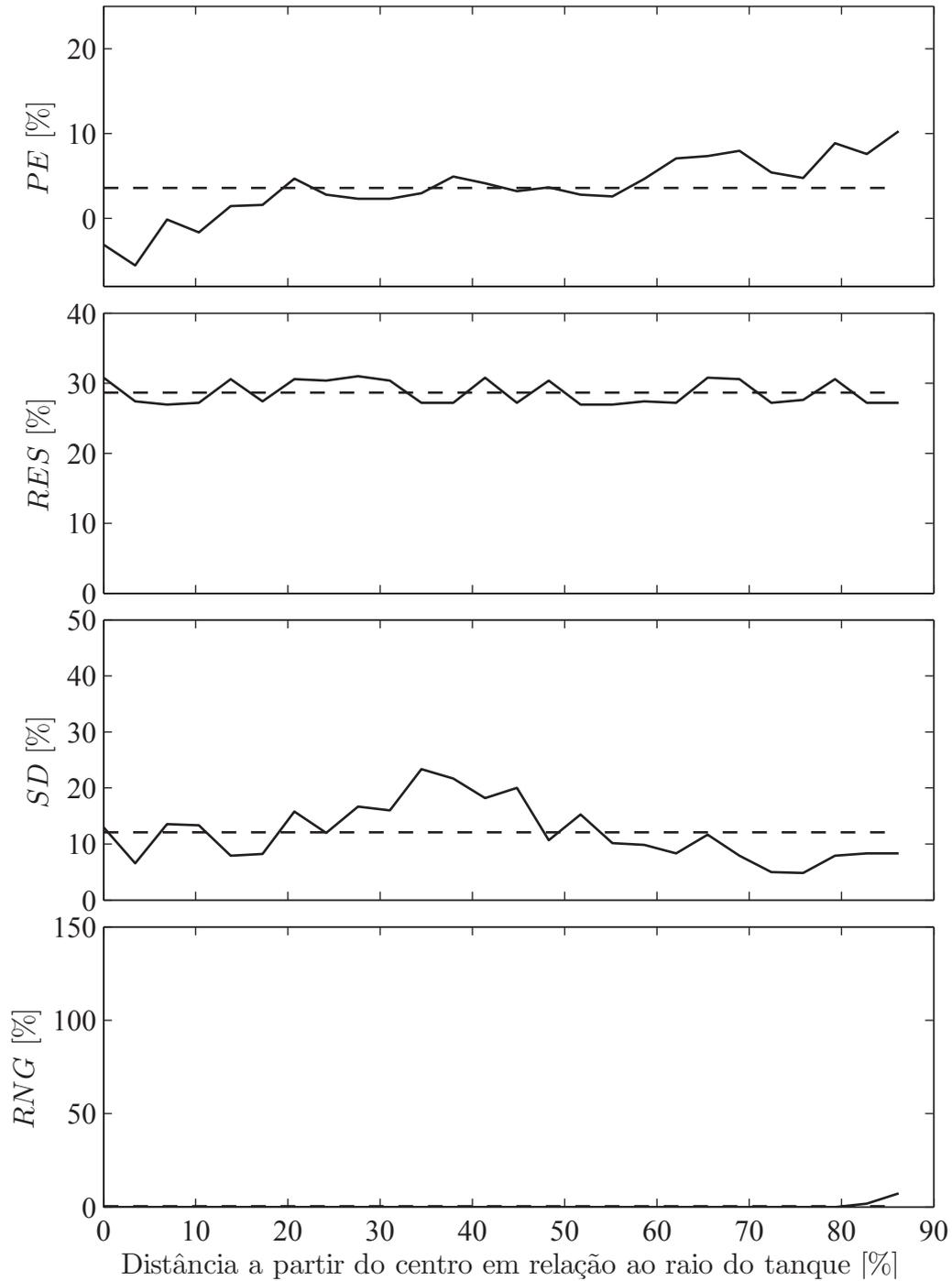


Figura 5.7: Figuras de mérito para reconstruções absolutas com um fantoma. As linhas tracejadas indicam os valores médios das figuras de mérito – erro de posição (PE), resolução (RES), deformação (SD) e oscilação (RNG) –, para as quais foram encontrados $PE = 3,58 \pm 3,61\%$, $RES = 28,7 \pm 1,73\%$, $SD = 12,1 \pm 5,05\%$ e $RNG = 0,35 \pm 1,46\%$.

reconstruções absolutas e diferenciais estão sumarizados na Tabela 5.2, para efeito de comparação.

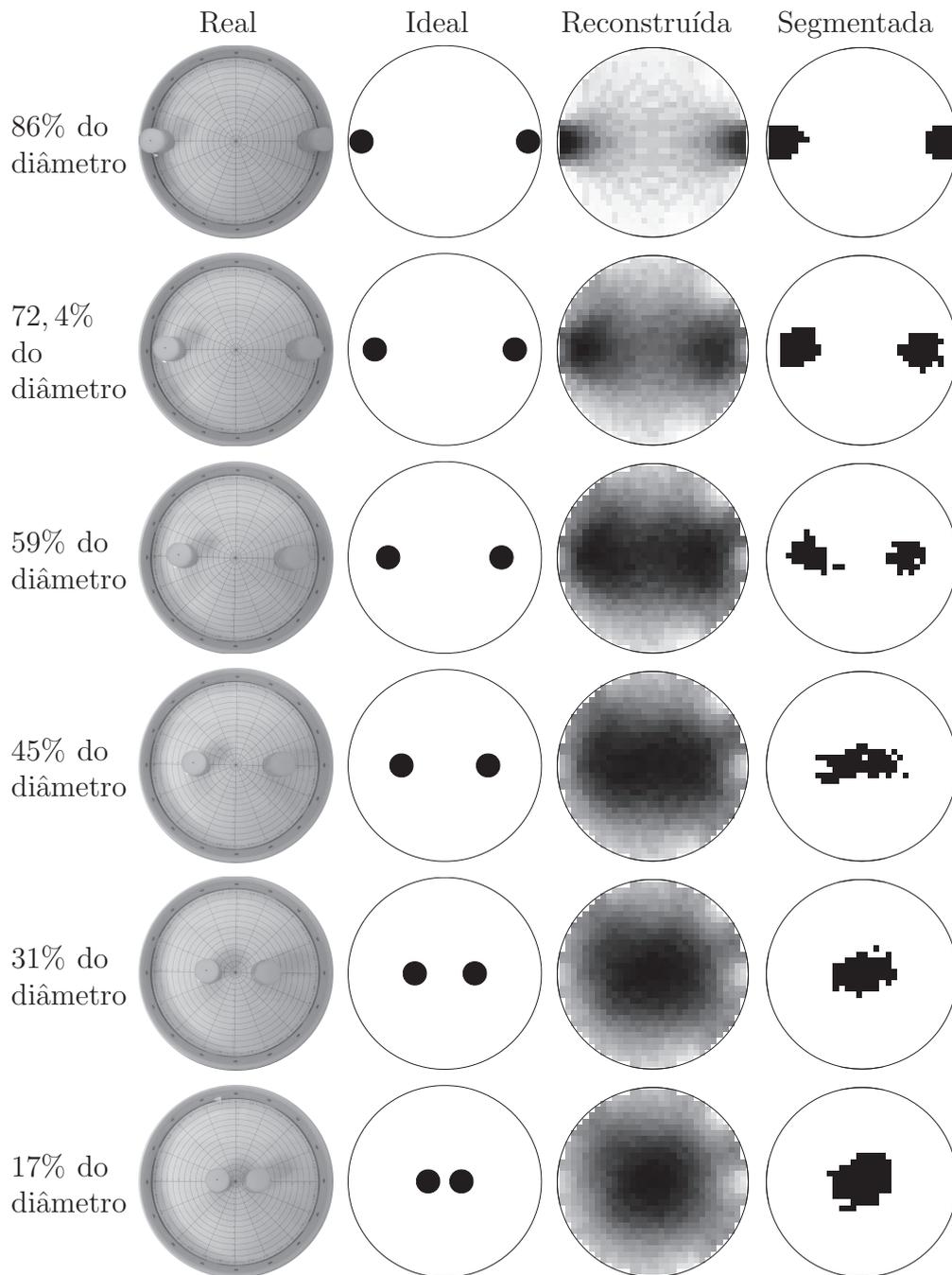


Figura 5.8: Reconstrução e segmentação de imagens absolutas com dois fantasmas em seis posições distintas. As áreas escuras são as regiões onde houve decréscimo da condutividade em relação ao meio homogêneo ideal teórico.

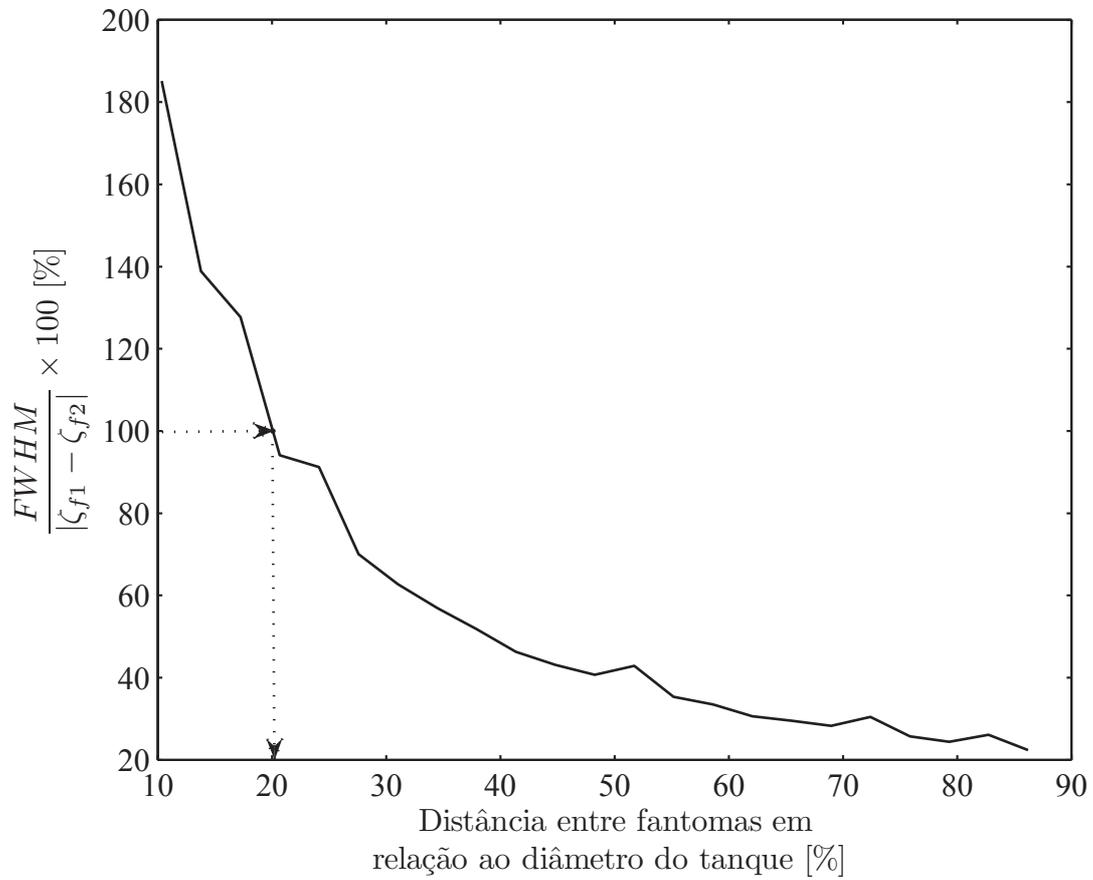


Figura 5.9: Poder de separação de imagens absolutas em função da distância radial entre dois fantasmas. O ponto marcado indica a distância diametral entre os fantasmas (aproximadamente 20,1% do diâmetro) para a qual o algoritmo reconstrói um único objeto.

Tabela 5.2: Média e desvio padrão s para cada figura de mérito em reconstruções absolutas e diferenciais de um fantoma.

	Imagens absolutas		Imagens diferenciais	
	Média [%]	s [%]	Média [%]	s [%]
<i>PE</i>	3,58	$\pm 3,61$	-2,68	$\pm 4,86$
<i>RNG</i>	0,35	$\pm 1,46$	10,1	$\pm 10,7$
<i>RES</i>	28,7	$\pm 1,73$	29,0	$\pm 1,72$
<i>SD</i>	12,1	$\pm 5,05$	7,52	$\pm 3,67$

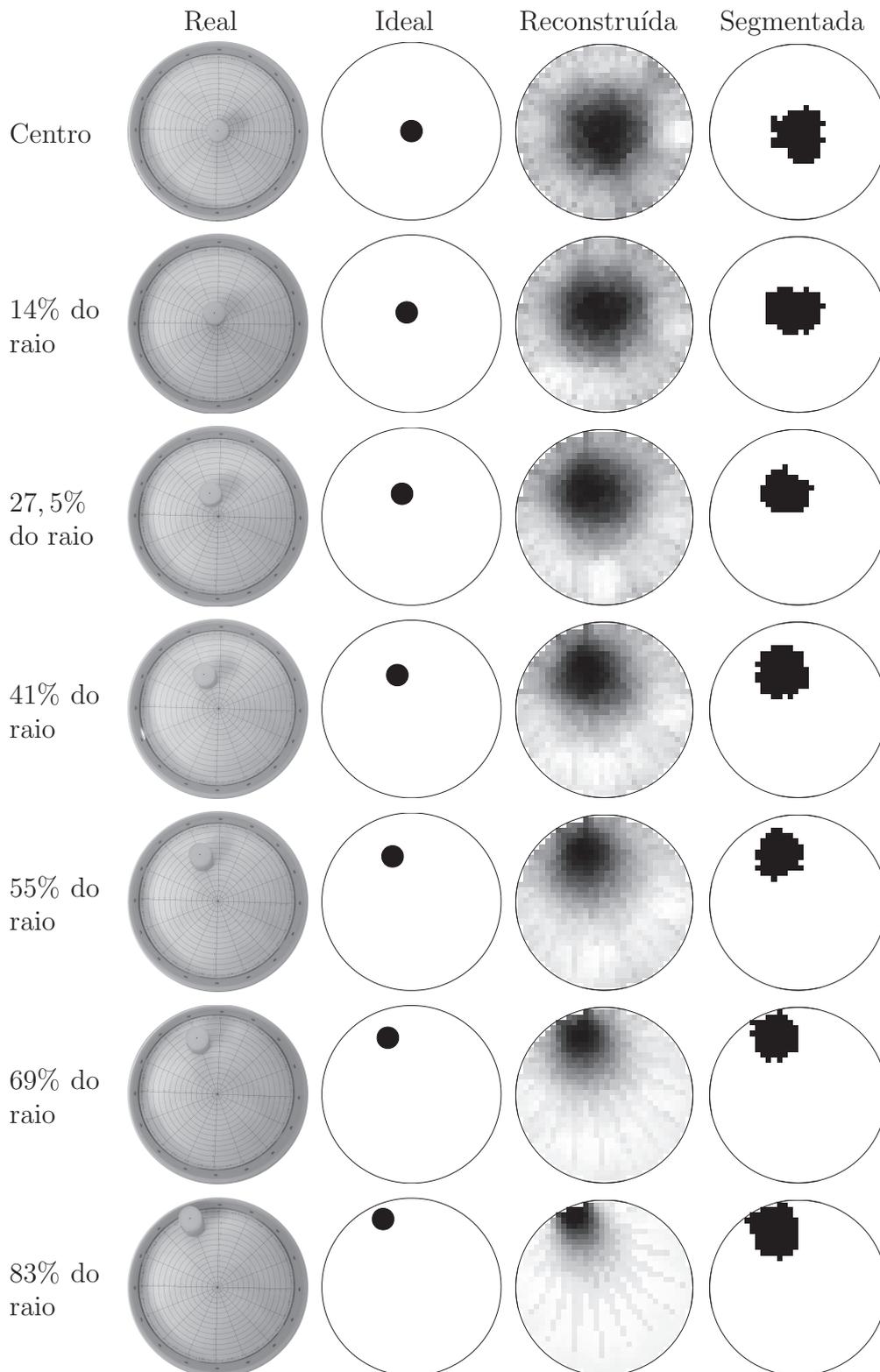


Figura 5.10: Reconstrução e segmentação de imagens diferenciais com um fantoma em sete posições distintas. As áreas escuras são as regiões onde houve decréscimo da condutividade no instante de tempo $t + 1$ em relação ao instante t .

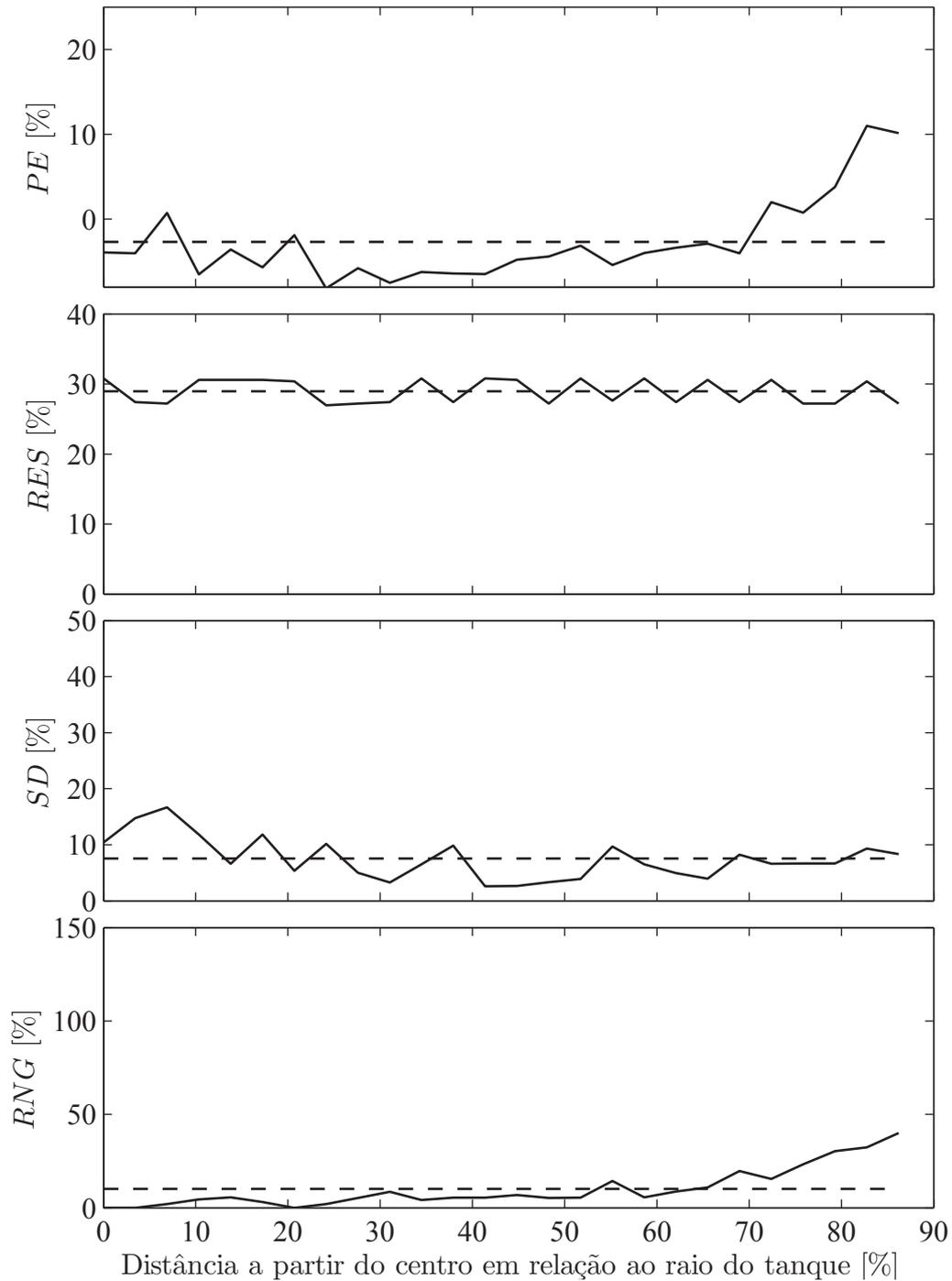


Figura 5.11: Figuras de mérito para reconstruções diferenciais com um fantoma. As linhas tracejadas indicam os valores médios das figuras de mérito – erro de posição (PE), resolução (RES), deformação (SD) e oscilação (RNG) –, para as quais foram encontrados $PE = -2,68 \pm 4,86\%$, $RES = 29,0 \pm 1,72\%$, $SD = 7,52 \pm 3,67\%$ e $RNG = 10,1 \pm 10,7\%$.

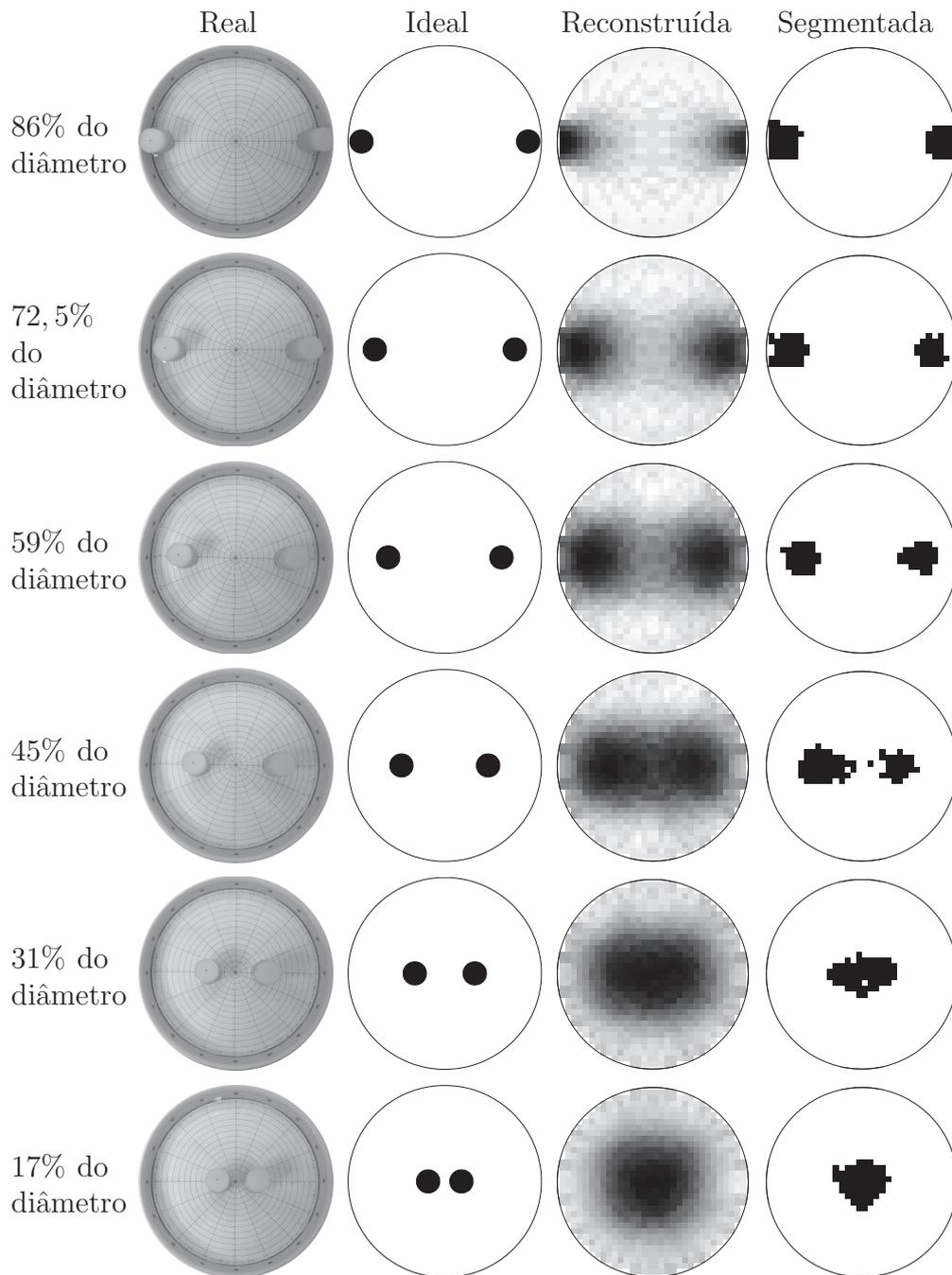


Figura 5.12: Reconstrução e segmentação de imagens diferenciais com dois fantasmas em seis posições distintas. As áreas escuras são as regiões onde houve decréscimo da condutividade no instante de tempo $t + 1$ em relação ao instante t .

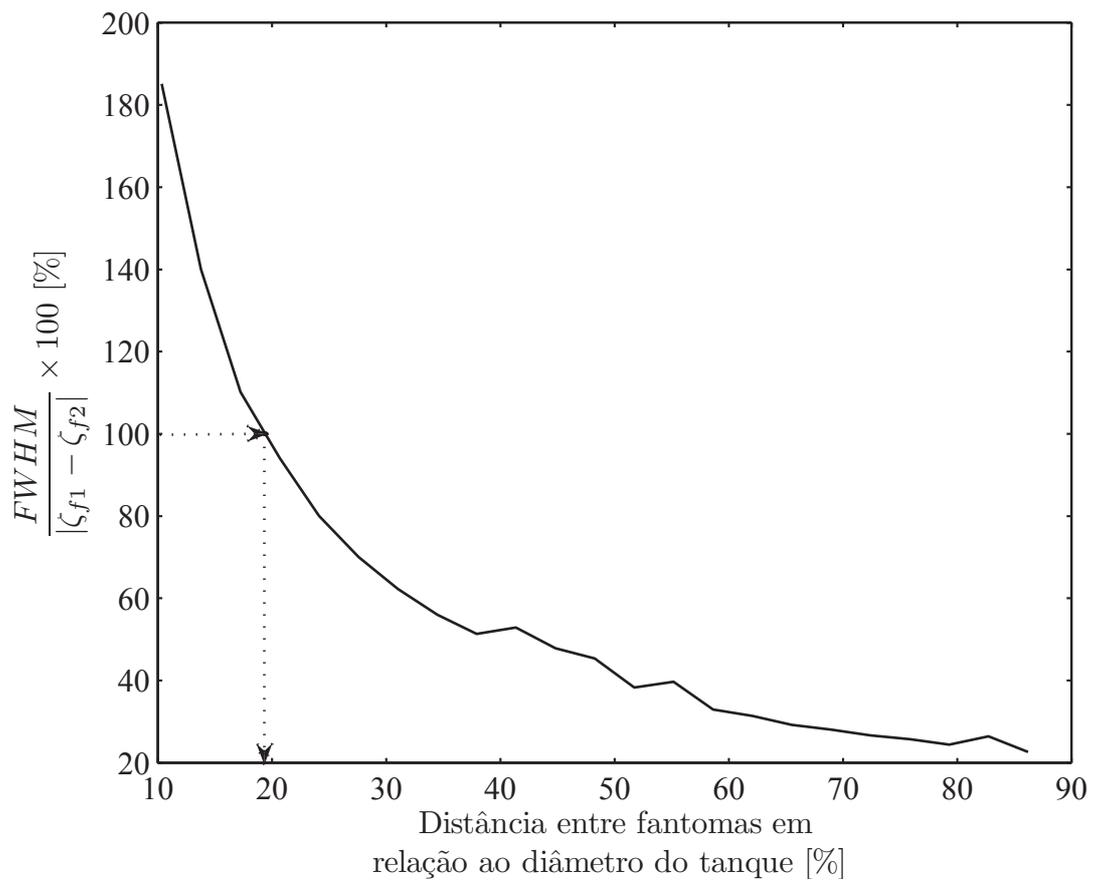


Figura 5.13: Poder de separação de imagens diferenciais em função da distância radial entre dois fantasmas. O ponto marcado indica a distância diametral entre os fantasmas (aproximadamente 19,5% do diâmetro) para a qual o algoritmo reconstrói um único objeto.

Capítulo 6

Discussão

6.1 Validação do Modelo Eletrostático

A comprovação experimental realizada com o papel condutivo foi necessária para validação do modelo eletrostático análogo ao plano Π , o qual fundamenta o método utilizado pelo algoritmo de reconstrução proposto. Pelas Figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 se observa que os formatos das linhas equipotenciais experimentais são muito próximos daqueles obtidos teoricamente pelo uso da Equação (4.7) (página 55). Quantitativamente, essa semelhança é confirmada pelo cálculo do erro médio quadrático ϵ_q entre os potenciais teóricos e experimentais em relação ao terra do circuito para cada ponto da malha circular sobre o disco de papel condutivo. Em todos os experimentos, os valores calculados para ϵ_q foram menores que 10%. Apesar das dificuldades inerentes a uma implementação experimental, tais como erros de medida e inexatidão geométrica nas posições dos pontos e eletrodos, esses valores de erro podem ser considerados aceitáveis, de modo que os resultados foram bastante satisfatórios sob o ponto de vista de uma comprovação empírica. Além disso, a estimativa teórica das equipotenciais é mais fiel do que a utilizada por Barber [61], que considera que dois eletrodos adjacentes formam um dipolo.

Tendo em vista que as linhas equipotenciais em um meio homogêneo real puderam ser reproduzidas a partir da estimativa teórica em um modelo eletrostático análogo, as linhas equifluxos podem ser facilmente obtidas por esse modelo, já que são perpendiculares às equipotenciais. Além disso, esse resultado é fundamental no sentido de que as condições de contorno dadas nas Equações (4.2) e (4.3) (página 53) para uma geometria circular são satisfeitas. Para outras geometrias, o método também pode ser aplicado para se determinar as equipotenciais, porém, as equifluxos correspondentes não atendem à restrição do modelo dada na Equação (4.2), já que não mantêm a circularidade. Não obstante, pode-se desenvolver maneiras de mapear o *grid* circular utilizado em geometrias mais complexas, similares à forma

da secção transversal do tórax humano, como tem sido proposto nos trabalhos de Borsic et al. [117] e Borcea et al. [118], por exemplo.

Como mencionado na Seção 4.2.1, o correto traçado das equifluxos é determinante para a delimitação das regiões $\varpi_{k,l}$ e, conseqüentemente, para a formação da matriz de seleção \mathbf{S} dos pontos sobre um plano homogêneo hipotético. É claro que, uma vez que as equifluxos são obtidas iterativamente, a precisão do formato dessas linhas de campo será tão bom quanto menor for o valor do passo de iteração escolhido. Entretanto, à medida que essa precisão aumenta o tempo para a convergência do processo iterativo também aumenta. Esse intervalo de tempo, ainda que longo, não afeta o tempo de reconstrução das imagens, pois a matriz \mathbf{S} é construída uma única vez, antes da geração das imagens propriamente ditas. Adicionalmente, deve-se considerar que não é necessária a maximização da precisão das equifluxos em detrimento do custo computacional, pois a partir de um certo valor de incremento, a matriz de seleção será aproximadamente a mesma, ainda que os passos de iteração sejam menores. Pelo gráfico da Figura 6.1, é possível notar que valores de incremento de até 0,3% do raio do tanque não geram diferenças significativas (maiores que 5%) na definição dos elementos da matriz de seleção \mathbf{S} . Esse valor de incremento, para a geometria circular utilizada, é o menor passo que permite a otimização do processo iterativo com uma confiabilidade de 95% na escolha dos valores da matriz \mathbf{S} resultante.

Com base nos resultados apresentados, foi possível confirmar experimentalmente que a analogia eletrostática que norteia a modelagem utilizada no algoritmo de reconstrução proposto é válida.

6.2 Estimativa da Divisão de Corrente em Meio Homogêneo

Com a validação do modelo eletrostático, a coerência do procedimento descrito na Seção 4.1.4 para obtenção da estimativa da distribuição de corrente em um meio homogêneo, é automaticamente comprovada. Dados os valores d_b e r_e encontrados, nota-se pelo gráfico da Figura 5.5 que tal aproximação, baseada unicamente em informações geométricas, é suficientemente adequada para se reproduzir a proporção com que a corrente se distribui entre os eletrodos. Destaca-se, entretanto, que a acurácia dessa estimativa teórica é garantida apenas para o caso em que os eletrodos estão igualmente espaçados ao redor de um meio homogêneo circular. A correta estimativa dessa distribuição é essencial para a exatidão do algoritmo proposto, pois é a partir da matriz de distribuição de cargas $\mathbf{\Lambda}_0$ análoga que se obtém o caminho aproximado das equifluxos e, por conseguinte, a matriz de

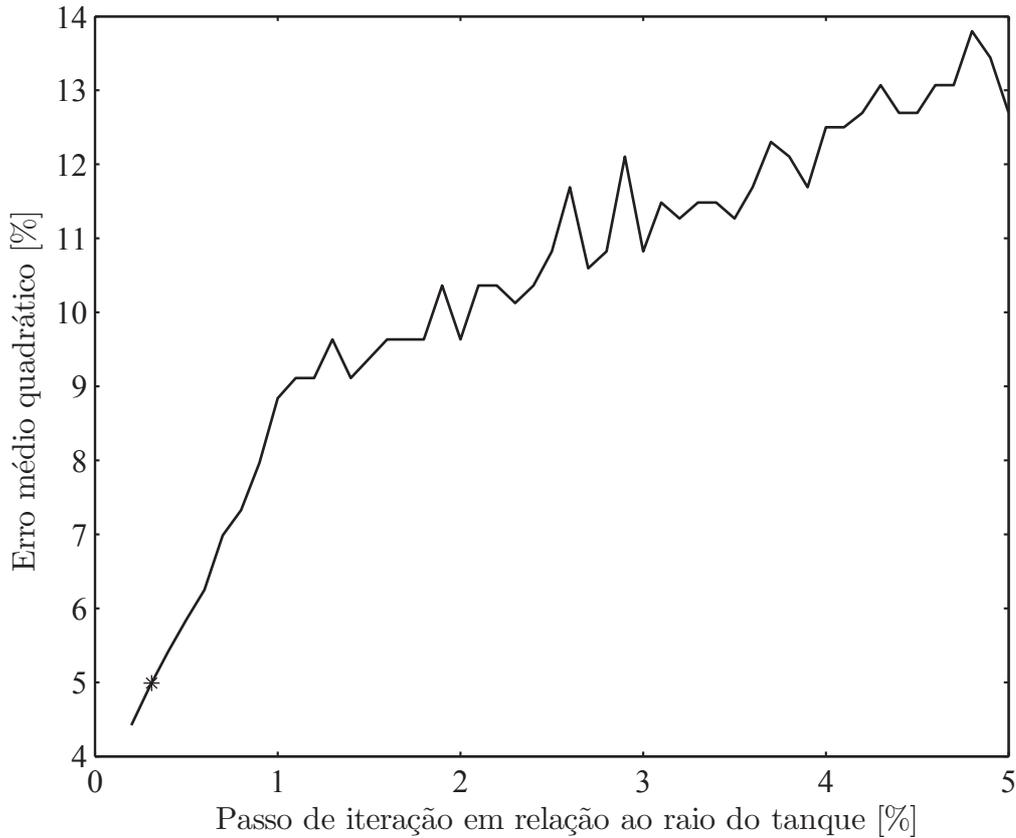


Figura 6.1: Erro médio quadrático ϵ_q computado a partir da matriz de seleção esperada $E[\mathbf{S}]$ e a matriz de seleção \mathbf{S} obtida para valores percentuais do raio do tanque como passos de iteração. O ponto marcado no gráfico corresponde ao passo de iteração que satisfaz $\epsilon_q \approx 5\%$, ou seja, 0,3% do raio do tanque.

seleção \mathbf{S} . Considerando-se que o erro médio quadrático ϵ_q alcançado para essa aproximação foi de cerca de 0,02%, entende-se que o modelo baseado na teoria de circuitos e na analogia eletrostática utilizadas forneceu resultados adequados, permitindo que a Equação (4.35) (página 65) seja usada sem a necessidade de se obter experimentalmente a distribuição de cargas para um meio homogêneo.

6.3 Desempenho do Algoritmo de Reconstrução Proposto

De acordo com Bayford [30], não há na literatura comparações sistemáticas quanto ao desempenho dos principais algoritmos de reconstrução de EIT existentes. Mesmo entre os poucos trabalhos nesse sentido, em geral, os algoritmos não são submetidos à avaliação das mesmas figuras de mérito, o que dificulta pôr em confronto as vantagens

e desvantagens de cada um. Como o algoritmo proposto neste trabalho pode ser classificado como não iterativo, seu desempenho foi comparado aos dois principais algoritmos dessa categoria: o de retroprojeção (Seção 3.2.1) e o de Newton de um passo (Seção 3.2.2), visto que os principais sistemas de EIT atuais utilizam um dos dois. A análise foi feita tomando-se como referência os resultados de Adler et al. [112] (Figura 6.2), que avaliaram os dois algoritmos anteriormente citados utilizando as figuras de mérito descritas na Seção 4.4.2 (PE , RNG , RES e SD), para um fantoma. Ainda assim, a comparação é prejudicada até certo ponto, visto que o desempenho desses algoritmos foi avaliado por simulações computacionais e não a partir de dados experimentais.

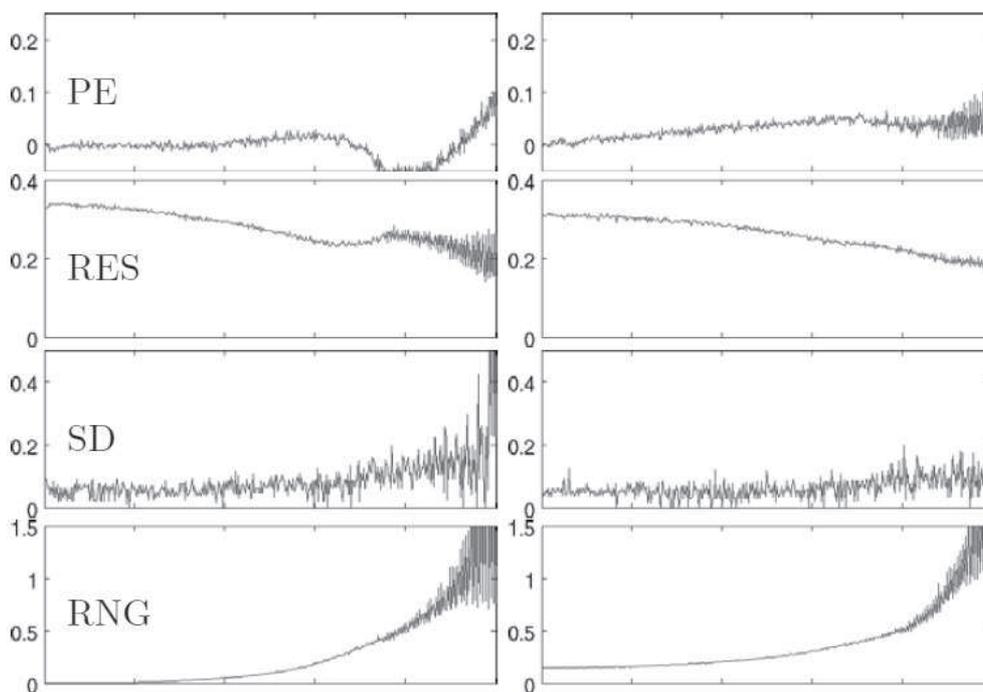


Figura 6.2: Avaliação dos algoritmos de retroprojeção (à esquerda) e de Newton de um passo (à direita) por meio das figuras de mérito propostas por Adler et al. [112] – erro de posição (PE), resolução (RES), deformação (SD) e oscilação (RNG). A escala vertical corresponde aos valores relativos das figuras de mérito enquanto que a escala horizontal indica a posição do fantoma do centro à borda. Os dados submetidos às figuras de mérito foram obtidos por simulação computacional. ©2009 IOP. Reproduzido, com permissão, de Adler et al., “GREIT: a unified approach to 2D linear EIT reconstruction of lung images”, *Physiological Measurement*, 2009.

Quanto à análise do desempenho algoritmo proposto para a reconstrução de dois fantasmas, até o momento não foram encontradas na literatura estudos sobre o comportamento do poder de separação PS para outros algoritmos de EIT, o que impossibilitou a avaliação desse parâmetro em contraste com o que ocorre em outros métodos.

6.3.1 Imagens Absolutas

Observando-se as imagens absolutas reconstruídas, apresentadas na Figura 5.6, nota-se que, sob o ponto de vista qualitativo, o algoritmo proposto foi capaz de representar, de maneira coerente, não somente a existência de variação de condutividade em um meio homogêneo mas também a posição aproximada dessa variação no plano.

Quanto ao aspecto quantitativo, pela Figura 5.7 se pode avaliar que o erro de posição PE não apresentou alta variabilidade ($s \approx 3,83\%$), permanecendo relativamente uniforme em torno de $\pm 10\%$. Os valores positivos de PE indicam que há uma tendência de que a posição do objeto reconstruído seja distorcida em direção ao centro. À medida que o fantoma se aproxima da borda, contudo, o valor de PE começa a crescer, semelhantemente ao que ocorre nos algoritmos de retroprojeção de Sheffield e no de Newton de um passo (Figura 6.2), chegando a 10% no intervalo testado. Observa-se ainda que, como o erro de posição é calculado a partir do centro de gravidade CG da imagem segmentada, qualquer deformação assimétrica em relação a esse centro provoca o aumento de PE .

Os valores da oscilação RNG , por outro lado, foram ideais em cerca de 80% do meio. Porém, quando a posição do fantoma se aproxima da borda, RNG sai de zero e tende a aumentar, não ultrapassando os 10% . Esse resultado é muito superior ao desempenho dos algoritmos de retroprojeção e de Newton de um passo, visto que, para uma distância de aproximadamente 80% do raio em relação ao centro, o valor de RNG pra esses dois algoritmos já supera os 50% .

Deve-se recordar da Seção 4.4.2 que o que deve ser avaliado por meio da resolução é a uniformidade nos valores de RES e não a sua magnitude propriamente dita. Além disso, nota-se pelos gráficos da Figura 6.2 que o valor médio de RES para o algoritmo proposto (em torno de 28%) é aproximadamente igual aos valores de resolução dos algoritmos de retroprojeção e de Newton de um passo. Entretanto, enquanto que nesses dois algoritmos o valor de RES tende a cair à medida que o fantoma é posicionado próximo à borda, no algoritmo proposto a resolução se manteve relativamente constante ao longo de toda a faixa de teste, com um desvio padrão $s \approx 1,73\%$. Como $r_f = 1,75 \text{ cm}$ e $r_{\Pi} = 14,5 \text{ cm}$, o valor de resolução ideal é $RES \approx 12\%$, de modo que o erro médio quadrático entre a resolução obtida e a ideal é $\epsilon_q \approx 16,8\%$. Apesar de ser um valor considerado alto ($> 10\%$), essa diferença pode ser corrigida em um processo posterior à reconstrução.

Já em relação à deformação SD , dada a aparência das imagens reconstruídas nas Figuras 5.6 e 5.8, era de se esperar que seu valor diminuísse próximo à borda. Apesar da não uniformidade de SD , nota-se que seu valor permanece em torno de um valor médio de 12% e cai abaixo de 10% na borda. Esse comportamento

difere bastante do algoritmo de retroprojeção, que apresenta aumento considerável de SD na borda. Isso provavelmente se deve ao fato de que no algoritmo proposto, a aproximação utilizada para se estimar o traçado das equifluxos é mais realista que o suposto caminho das equipotenciais no modelo do sistema multiportas de Sheffield [9, 10, 61, 65, 88].

Pelo gráfico da Figura 5.9, analiticamente, percebe-se que o algoritmo apresentado neste trabalho é capaz de reconstruir imagens distintas de dois fantasmas até quando a distância entre eles é de cerca de 20,5% do diâmetro do tanque, quando os fantasmas estão posicionados simetricamente em relação ao eixo central do plano. Entretanto, pela Figura 5.8, nota-se que, na prática, quando a distância diametral entre os fantasmas é em torno de 31%, o algoritmo já reconstrói um único objeto.

6.3.2 Imagens Diferenciais

A partir das imagens mostradas na Figura 5.10, observa-se que, visualmente, os objetos reconstruídos nas imagens diferenciais são mais bem definidos ao longo do deslocamento do fantoma. Embora o comportamento das figuras de mérito para reconstruções diferenciais tenha sido semelhante ao das reconstruções absolutas, os valores obtidos em cada caso indicam vantagens e desvantagens entre os métodos, diferenças estas que merecem ser destacadas. Uma delas é que o erro de posição PE para o caso diferencial é predominantemente negativo, com valor médio de $-2,68\%$, conforme a Tabela 5.2. Isso significa que, ao contrário do que ocorre nas imagens absolutas, há uma tendência de que a posição do objeto reconstruído de forma diferencial seja distorcida em direção à borda. Observa-se pela Figura 6.2 que no algoritmo de retroprojeção, que é do tipo diferencial, o erro de posição apresenta uma oscilação próximo à borda, variando repentinamente de valores negativos a valores positivos. Embora no algoritmo proposto o valor de PE também troque de sinal à medida que o fantoma se desloca, essa variação é mais suave que no algoritmo de Sheffield. Além disso, apesar de PE ter apresentado variabilidade pouco maior no caso diferencial, esta não ultrapassou os 5%, o que pode ser considerado um resultado satisfatório.

A oscilação RNG , por outro lado, teve um comportamento instável na mesma região radial das imagens absolutas, apresentando variabilidade 7,5 vezes maior ($s \approx 10,7\%$) no caso diferencial. Isso ocorre em função da subtração entre os dados coletados em momentos subsequentes para a reconstrução diferencial, visto que, dependendo da magnitude da alteração, pode haver a inversão do sinal do valor da variação percentual de condutividade em um dado ponto. Essa característica corrobora para o aumento considerável de RNG próximo à borda, o mesmo que é observado nos algoritmos de retroprojeção e de Newton de um passo, que geram

imagens essencialmente diferenciais.

Para as testes realizados, não se observou alteração significativa na resolução em relação às reconstruções absolutas. Nota-se pela Tabela 5.2 que *RES* sai de aproximadamente $28,7 \pm 1,73\%$ em imagens absolutas e vai para $29,0 \pm 1,72\%$ em imagens diferenciais, ou seja, a média de *RES* permanece dentro da mesma faixa de valores em ambos os casos. Esse é um resultado muito interessante, pois indica que a resolução permanece relativamente estável ao longo de todo o meio, inclusive próximo à borda, diferentemente do que ocorre nos algoritmos de Sheffield e de Newton de um passo.

Quanto à deformação, embora os valores de *SD* não tenham sido uniformes em nenhum dos dois tipos de reconstrução, no caso diferencial a variabilidade observada foi menor. Nesse aspecto, a reconstrução do tipo diferencial é mais robusta que a absoluta, pois a subtração entre aquisições subsequentes atenua erros sistemáticos eventuais causados por maus contatos do sistema, variação na impedância de acoplamento na interface eletrólito-eletrodo, entre outras coisas. Como a avaliação de Adler et al. [112] foi feita a partir de dados simulados, é fácil compreender porque a avaliação do algoritmo a partir de dados experimentais, os quais são sujeitos a ruídos, introduz maior variabilidade no comportamento das figuras de mérito discutidas para o algoritmo proposto.

Em relação ao poder de separação, não se verificou diferença considerável entre as reconstruções absoluta e diferencial, sob o ponto de vista quantitativo. Entretanto, pode-se notar que as imagens diferenciais para dois fantasmas são mais nítidas do que aquelas geradas por reconstrução absoluta, quando eles estão nas mesmas posições. $PS = 100\%$ quando a distância entre os fantasmas é aproximadamente $19,5\%$ do diâmetro do tanque para o caso diferencial, um pouco mais próximo do que o observado nas imagens absolutas.

6.3.3 Outras Considerações

Inicialmente, o que se deseja em uma imagem de EIT é a possibilidade de distinguir regiões de diferentes condutividades e correlacioná-las com as dimensões reais de áreas heterogêneas dentro do volume condutor em estudo. Nesse ponto, a resolução, a deformação e o poder de separação são os parâmetros que chamam mais a atenção, pois é por meio deles que se pode mensurar a qualidade da forma dos objetos reconstruídos. Apesar de muitos autores não avaliarem seus resultados exatamente segundo as métricas utilizadas neste texto, observa-se que os resultados alcançados pelo algoritmo de reconstrução proposto são visualmente compatíveis com aqueles encontrados nos trabalhos de Barber [61], Saulnier et al. [103], Adler e Linheart [119], Borcea et al. [120] e Stephenson et al. [121].

Na prática, a capacidade do algoritmo de reconstruir uma imagem absoluta é uma vantagem, pois se pode observar o comportamento de órgãos cujas características elétricas da secção transversal não se alteram com rapidez no tempo, como é o caso do fígado, rins, entre outros. Entretanto, como a obtenção dessas imagens é feita com base no modelo homogêneo ideal descrito, na Seção 4.1.3 (página 53), a reconstrução absoluta apresentada é relativamente susceptível a erros decorrentes de assimetrias na posição dos eletrodos e na geometria do meio.

Quanto à abordagem diferencial, esta se mostra mais adequada para uso em órgãos como pulmão e coração, visto que se pode monitorar *online* atividades como a ventilação pulmonar, por exemplo, a partir de aquisições subsequentes a uma expiração profunda. Para que isso seja possível, os algoritmos apresentados na Seção 4.2.1 (página 65) devem ser implementados não somente visando-se à execução dos processos envolvidos, mas também utilizando-se linguagens de programação cujas características permitam a minimização do tempo de reconstrução.

Capítulo 7

Conclusões e Considerações Finais

Um novo algoritmo para a reconstrução de imagens de EIT em sistemas multiterminais foi apresentado. Este algoritmo é baseado em princípios de analogia eletrostática, não utiliza filtragem na reconstrução e apresenta imagens de EIT similares às de outros algoritmos já apresentados na literatura. Uma vez que a metodologia utilizada para a reconstrução pode ser considerada simples, devido às suposições do modelo, o tempo de construção é otimizado em relação aos algoritmos iterativos em geral. Isso ocorre porque são necessárias, no máximo, duas aquisições para a geração de uma imagem. Os experimentos mostraram que o algoritmo proposto é capaz de reconstruir imagens absolutas e diferenciais de forma satisfatória. Além disso, o comportamento das figuras de mérito utilizadas para avaliação do algoritmo proposto foi similar ou melhor do que o observado na avaliação de algoritmos de um passo já bem estabelecidos.

Sugere-se como trabalhos futuros a verificação do desempenho do algoritmo apresentado na reconstrução de imagens a partir de dados coletados em experimentos com humanos, cuja geometria difere do modelo circular ideal utilizado. Isso motivaria a discussão e o desenvolvimento de modelos para outras geometrias para plano tomográfico e de novas maneiras de se estimar a distribuição de corrente nesse plano. Além disso, como atualmente um dos grandes desafios na área de EIT é a obtenção dos valores absolutos da condutividade das regiões reconstruídas, e não apenas a distribuição relativa, seria interessante se avaliar até que ponto este algoritmo, da forma como foi concebido, é capaz de contribuir nesse sentido. Adicionalmente, técnicas de processamento de imagens mais complexas podem ser empregadas tanto para filtragem dos efeitos dos ruídos quanto para a introdução de critérios mais elaborados para escolha do limiar de segmentação das imagens reconstruídas.

Considerando-se que este é um estudo inicial sobre este algoritmo para sistemas multiterminais, conclui-se que os resultados foram satisfatórios e encorajadores para estudos futuros, mais aprofundados, no sentido de se aperfeiçoar o método proposto.

Referências Bibliográficas

- [1] SCHWAN, H. P. “The practical success of impedance techniques from an historical perspective”, *Annals of the New York Academy of Science*, , n. 83, pp. 1–12, 1999.
- [2] GABRIEL, C., GABRIEL, S., CORTHOUT, E. “The dielectric properties of biological tissues: I. Literature survey”, *Physics in Medicine and Biology*, v. 41, n. 11, pp. 2231–2250, 1996.
- [3] GABRIEL, S., LAU, R. W., GABRIEL, C. “The dielectric properties of biological tissues: II. Measurements in the frequency range 10 Hz to 20 GHz”, *Physics in Medicine and Biology*, v. 41, n. 11, pp. 2251–2269, 1996.
- [4] GABRIEL, C. *Compilation of the Dielectric Properties of Body Tissues at RF and Microwave Frequencies*. Relatório técnico, Physics Department, King’s College London, London, WC2R 2LS, UK, January 1996.
- [5] BROWN, B. H. “Electrical impedance tomography (EIT): a review”, *Journal of Medical Engineering & Technology*, v. 27, n. 3, pp. 97–108, May/Jun 2003.
- [6] FRY, B., WEXLER, A. “Reonstruction system and methods for impedance imaging”, *United States Patent*, September 1985. Patent US 4.539.640.
- [7] HENDERSON, R. P., WEBSTER, J. G. “An Impedance Camera for Spatially Specific Measurement of the Thorax”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. BME-25, n. 3, pp. 250–254, 1978.
- [8] BENABID, A. L., BALME, L., PERSAT, J. C., et al. “Electrical Impedance Brain Scanner: Principles and Preliminary Results of Simulation”, *T.-I.-T. Journal of Life Sciences*, v. 8, n. 1-2, pp. 59–68, 1978.
- [9] BARBER, D. C., BROWN, B. H. “Applied Potential Tomography”, *Jornal of Physics E: Scientific Instruments*, v. 17, pp. 723–733, 1984.

- [10] BROWN, B. H., BARBER, D. C., SEAGAR, A. D. “Applied potential tomography: possible clinical applications”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 6, n. 2, pp. 109–121, 1985.
- [11] LIONHEART, W. R. B. “EIT reconstruction algorithms: pitfalls, challenges and recent developments”, *Physiological Measurements*, v. 25, pp. 125–142, 2004.
- [12] BAGSHAW, A. P., LISTON, A. D., BAYFORD, R. H., et al. “Electrical impedance tomography of human brain function using reconstruction algorithms based on the finite element method”, *NeuroImage*, v. 20, pp. 752–764, 2003.
- [13] LISTON, A. D. *Models and image reconstruction in electrical impedance tomography of human brain function*. Tese de Doutorado, Middlesex University, London, 2003.
- [14] NEBUYA, S., MILLS, G. H., MILNES, P., et al. “Indirect measurement of lung density and air volume from electrical impedance tomography (EIT) data”, *Physiological Measurement*, v. 32, pp. 1953–1967, 2011. doi: 10.1088/0967-3334/32/12/006.
- [15] WILSON, A. J., MILNES, P., WATERWORTH, A. R., et al. “Mk3.5: a modular, multi-frequency successor to the Mk3a EIS/EIT system”, *Physiological Measurement*, v. 22, pp. 49–54, 2001.
- [16] YERWORTH, R. J., BAYFORD, R. H., CUSICK, G., et al. “Design and performance of the UCLH Mark 1b 64 channel electrical impedance tomography (EIT) system, optimized for imaging brain function”, *Physiological Measurement*, v. 23, pp. 149–158, 2002.
- [17] YERWORTH, R. J., BAYFORD, R. H., BROWN, B., et al. “Electrical impedance spectroscopy (EITS) for human head imaging”, *Physiological Measurement*, v. 24, pp. 477–489, 2003.
- [18] ARDREY, D. B., MURPHY, E. K., ISAACSON, D., et al. “Electrical impedance tomography using the finite element method in the mammography geometry”. In: *Bioengineering Conference (NEBEC) 2011: Proceedings of the IEEE 37th Annual Northeast*, Troy, New York, April 1-3 2011.
- [19] CHOI, M. H., KAO, T., ISAACSON, D., et al. “A Reconstruction Algorithm for Breast Cancer Imaging With Electrical Impedance Tomography in

- Mammography Geometry”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 54, n. 4, pp. 700–710, 2007.
- [20] CHOI, M. H., KAO, T., ISAACSON, D., et al. “An Algorithm for Applying Multiple Currents Using Voltage Sources in Electrical impedance Tomography”, *International Journal of Control, Automation and Systems*, v. 6, n. 4, pp. 613–619, 2008.
- [21] LIU, N. *ACT4: a high-precision, multi-frequency electrical impedance tomograph*. Tese de Doutorado, Faculty of Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, July 2007.
- [22] BORSIC, A., HALTER, R., WAN, Y., et al. “Electrical impedance tomography reconstruction for three-dimensional imaging of the prostate”, *Physiological Measurement*, v. 31, pp. S1–S16, 2010.
- [23] HALTER, R. J., HARTOV, A., PAULSEN, K. D. “A broadband high-frequency electrical impedance tomography system for breast imaging”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 55, n. 2, pp. 650–659, 2008.
- [24] OH, T. I., WOO, E. J., HOLDER, D. “Multi-frequency EIT system with radially symmetric architecture: KHU Mark1”, *Physiological Measurement*, v. 28, pp. S183–S196, 2007. doi: 10.1088/0967-3334/28/7/S14.
- [25] OH, T. I., KOO, H., KIM, K. H. L. S. M., et al. “Validation of a multi-frequency electrical impedance tomography (mfEIT) system KHU Mark1: impedance spectroscopy and time-difference imaging”, *Physiological Measurement*, v. 29, pp. 295–307, 2008. doi: 10.1088/0967-3334/29/3/002.
- [26] HERRERA, C. N. L. *Algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica Baseado em Simulated Annealing*. Tese de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, Setembro 2007.
- [27] TANAKA, H., ORTEGA, N. R., GALIZIA, M. S., et al. “Fuzzy modeling of electrical impedance tomography images of the lungs”, *Clinics*, v. 63, n. 3, pp. 363–370, Jun 2008.
- [28] COSTA, E. L. V., BORGES, J. B., MELO, A., et al. “Bedside estimation of recruitable alveolar collapse and hyperdistension by electrical impedance tomography”, *Intensive Care Medicine*, v. 35, pp. 1132–1137, 2009.
- [29] BORCEA, L. “Electrical impedance tomography”, *Inverse Problems*, v. 18, pp. R99–R136, 2002.

- [30] BAYFORD, R. H. “Bioimpedance Tomography (Electrical Impedance Tomography)”, *Annual Review of Biomedical Engineering*, v. 8, pp. 63–91, 2006. doi: 10.1146/annurev.bioeng.8.061505.095716.
- [31] KAUATI, A. T., SOUZA, M. N., NADAL, J. “A new analytical method for the inverse problem in electrical impedance tomography”. In: *Engineering in Medicine and Biology Society, 1998. Proceedings of the 20th Annual International Conference of the IEEE*, v. 2, pp. 1044–1047, 1998.
- [32] KAUATI, A. T., SOUZA, M. N., NADAL, J. “A multiterminal approach to EIT inverse problem”. In: *Engineering in Medicine and Biology Society, 1999. 21st Annual Conference and the 1999 Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society. BMES/EMBS Conference, 1999. Proceedings of the First Joint*, v. 2, p. 1128, 1999.
- [33] HAYT JR., W. H., BUCK, J. A. *Engineering Electromagnetics*. The McGraw-Hill Companies, 2001.
- [34] FURSE, C., DURNEY, C. H., CHRISTENSEN, D. A. *Basic Introduction to Bioelectromagnetics*. CRC, 2009.
- [35] DURAND, E. *Électrostatique*, v. Tome I. Saint-Germain, Paris, Masson, 1964.
- [36] BATCHELOR, G. *An Introduction to Fluid Mechanics*. Cambridge, Cambridge University Press, 1967.
- [37] WEIJERMARS, R., POLIAKOV, A. “Stream functions and complex potentials: implications for development of rock fabric and the continuum assumption”, *Tectonophysics*, v. 220, pp. 33–50, 1993.
- [38] AROOM, K. R., HARTING, M. T., JR., C. S. C., et al. “Bioimpedance Analysis: A Guide to Simple Design and Implementation”, *Journal of Surgical Research*, v. 153, n. 1, pp. 23–30, 2009.
- [39] HOLDER, D. S. *Electrical impedance Tomography: Methods, History and Applications*. Taylor & Francis, 2004.
- [40] AKAY, M. (Ed.). *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering*. 1 ed. New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [41] GUYTON, A. C., HALL, J. E. “Textbook of Medical Physiology”. 11 ed., cap. 2 - The Cell and Its Functions, pp. 11–26, Elsevier, 2006.

- [42] BEAR, M. F., CONNORS, B. W., PARADISO, M. A. “Neuroscience: Exploring the Brain”. 3 ed., cap. 3 - The Neuronal Membrane at Rest, pp. 23–49, Lippincott Williams & Wilkins, 2006.
- [43] GRIMMES, S., MARTINSEN, Ø. G. *Bioimpedance and Bioelectricity Basics*. Academic Press, 2008.
- [44] MIKLAVČIČ, D., PAVŠELJ, N., HART, F. X. “Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering”. 1 ed., cap. Electric Properties of Tissues, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [45] GORDON, D. H. “Triboelectric interference in the ECG”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. BME-22, n. 3, pp. 252–255, May 1975.
- [46] GEDDES, L., BAKER, L. “The specific resistance of biological material - A compendium of data for the biomedical engineer and physiologist”, *Medical and Biological Engineering and Computing*, v. 5, n. 3, pp. 271–293, 1967.
- [47] BERNSTEIN, D. P., HENRY, I. C., BANET, M. J., et al. “Stroke volume obtained by electrical interrogation of the brachial artery: transbrachial electrical bioimpedance velocimetry”, *Physiological Measurement*, v. 33, pp. 629–649, 2012.
- [48] JEBB, S. A., COLE, T. J., DOMAN, D., et al. “Evaluation of the novel Tanita body-fat analyser to measure body composition by comparison with a four-compartment model”, *British Journal of Nutrition*, v. 83, n. 2, pp. 115–122, 2000.
- [49] LAZZER, S., BOIRIE, Y., MEYER, M., et al. “Evaluation of two foot-to-foot bioelectrical impedance analysers to assess body composition in overweight and obese adolescents”, *British Journal of Nutrition*, v. 90, n. 5, pp. 115–122, 2003.
- [50] MISRA, M., SOYKA, L. A., MILLER, K. K., et al. “Regional body composition in adolescents with anorexia nervosa and changes with weight recovery”, *The American Journal of Clinical Nutrition*, v. 77, n. 6, pp. 1361–1367, 2003.
- [51] MORENO, M. V., DJEDDI, D. D., JAFFRIN, M. Y. “Assessment of body composition in adolescent patients with anorexia nervosa by bioimpedance”, *Medical Engineering & Physics*, v. 30, n. 6, pp. 783–791, 2008.

- [52] ZHU, F., LEONARD, E. F., LEVIN, N. W. “Extracellular fluid redistribution during hemodialysis: bioimpedance measurement and model”, *Physiological Measurement*, v. 29, n. 6, pp. S491–S501, 2008.
- [53] ZHU, F., KUHLMANN, M. K., KOTANKO, P., et al. “A method for the estimation of hydration state during hemodialysis using a calf bioimpedance technique”, *Physiological Measurement*, v. 29, n. 6, pp. S503–S516, 2008.
- [54] BALABANIAN, N., BICKART, T., SUNDARAM, S. *Electrical Network Theory*. John Wiley & Sons, Inc., 1969.
- [55] FRERICHS, I. “Electrical impedance tomography (EIT) in applications related to lung ventilation: a review of experimental and clinical activities”, *Physiological Measurement*, v. 21, n. 2, pp. 1–21, 2000.
- [56] YORKEY, T. J., WEBSTER, J. G., TOMPKINS, W. J. “Comparing Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. BME-34, n. 11, pp. 843–852, 1987.
- [57] HOLDER, D. S. *Clinical and Physiological Applications of Electrical Impedance Tomography*. Taylor & Francis, 1993.
- [58] CHENEY, M., ISAACSON, D., NEWELL, J. C. “Electrical Impedance Tomography”, *SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics Review*, v. 41, n. 1, pp. 85–101, 1999.
- [59] IEC 60601-1. *Medical Electrical Equipment: Part 1: General Requirements for Basic Safety and Essential Performance*. International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland, 2005.
- [60] ISAACSON, D. “Distinguishability of Conductivities by Electric Current Computed Tomography”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 5, n. 2, pp. 91–95, 1986.
- [61] BARBER, D. C. “Quantification in Impedance Tomography”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 11, n. 4a, pp. 45–56, 1990.
- [62] ENGL, H. W., HANKE, M., NEUBAUER, A. *Regularization of Inverse Problems*. Kluwer Academic Pub, 1996.
- [63] HADAMARD, J. *Lectures on Cauchy’s Problem in Linear Partial Differential Equations*. Yale University Press, 1923.

- [64] BRONZINO, J. D. *Biomedical Engineering Handbook*, v. 1. CRC, 1999.
- [65] BARBER, D. C., SEAGAR, A. D. “Fast Reconstruction of Resistance Images”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 8, n. 4a, pp. 47–54, 1987.
- [66] PATINO, N. M., VALENTINUZZI, M. “Reconstruction algorithm for electrical impedance tomography based on the linear approximation method”. In: *Engineering in Medicine and Biology Society, 1995. Proceedings of the 20th Annual International Conference of the IEEE*, v. 1, pp. 561–562, 1995.
- [67] GESELOWITZ, D. B. “An Application of Electrocardiographic Lead Theory to Impedance Plethysmography”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. BME-18, n. 1, pp. 38–41, 1971.
- [68] LEHR, J. “A Vector Derivation Useful in Impedance Plethysmographic Field Calculations”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. BME-19, n. 2, pp. 156–157, 1972.
- [69] NAKAYAMA, K., YAGI, W., YAGI, S. “Fundamental study on electrical CT algorithm utilizing sensitivity theorem on impedance plethysmography”, *Proceedings of 5th International Conference in Electrical Bioimpedance (ICEBI)*, p. 99, 1981.
- [70] SAKAMOTO, K., KANAI, H. A. “A fundamental study of an electrical impedance CT algorithm”. In: *Proceedings of 6th International Conference in Electrical Bioimpedance (ICEBI)*, pp. 349–352, Zadar, Yugoslavia, 1983.
- [71] MURAI, T., KAGAWA, Y. “Electrical Impedance Computed Tomography Based on a Finite Element Model”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. BME-32, n. 3, pp. 177–184, 1985.
- [72] TONG, P., ROSSETTOS, J. N. *Finite-Element Method: Basic Technique and Implementation*. Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 1977.
- [73] TARASSENKO, L., ROLFE, P. “Imaging spatial distributions of resistivity: an alternative approach”, *Electronics Letters*, v. 20, n. 14, pp. 574–576, 1984.
- [74] KIM, Y., WEBSTER, J. G., TOMPKINS, W. J. “Electrical impedance imaging of the thorax”, *The Journal of Microwave Power*, v. 18, n. 3, pp. 245–257, 1983.

- [75] YORKEY, T. J. *Comparing reconstruction methods for electrical impedance tomography*. Tese de Doutorado, Department of Electrical and Computer Engineering, University Wisconsin-Madison, Madison, WI 53706, August 1986.
- [76] YORKEY, T. J., WEBSTER, J. G., TOMPKINS, W. J. “An Improved Perturbation Technique for Electrical Impedance Imaging with Some Criticisms”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. BME-34, n. 11, pp. 898–901, November 1987.
- [77] GILBERT, P. “Iterative Methods for the Reconstruction of Three-dimensional Objects from Projections”, *Journal of Theoretical Biology*, v. 36, pp. 105–117, 1972.
- [78] KIM, Y., WOO, H. W. “A prototype system and reconstruction algorithms for electrical impedance technique in medical body imaging”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 8, n. 4a, pp. 63–70, 1987.
- [79] ORTEGA, J. M. *Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables*. Academic Press, 1970.
- [80] BJÖRCK, A. *Numerical Methods for Least Squares Problems*. SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996.
- [81] DINES, K. A., LYTLE, R. J. “Analysis of electrical conductivity imaging”, *Geophysics*, v. 46, n. 7, pp. 1025–1036, 1981.
- [82] YORKEY, T. J., WEBSTER, J. G., TOMPKINS, W. J. “An optimal impedance tomographic reconstruction algorithm”. In: *Proceedings of 8th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pp. 339–342, 1986.
- [83] HUA, P., WOO, E. J., WEBSTER, J. G., et al. “Iterative Reconstruction Methods Using Regularization and Optimal Current Patterns in Electrical Impedance Tomography”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 10, n. 4, pp. 621–628, 1991.
- [84] XIE, C. G., REINECKE, N., BECK, M. S., et al. “Electrical tomography techniques for process engineering applications”, *The Chemical Engineering Journal*, , n. 56, pp. 127–133, 1995.
- [85] YORKEY, T. J., WEBSTER, J. G. “A comparison of impedance tomographic reconstruction algorithms”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 8, n. Suppl. A, pp. 56–62, 1987.

- [86] LINDERHOLM, P., BRASCHLER, T., VANNOD, J., et al. “Two-dimensional impedance imaging of cell migration and epithelial stratification”, *Lab on a Chip*, v. 6, pp. 1155–1162, 2006.
- [87] LINDERHOLM, P., MARESCOT, L., LOKE, M. H., et al. “Cell Culture Imaging Using Microimpedance Tomography”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 55, n. 1, pp. 138–146, January 2008.
- [88] BROWN, B. H., SEAGAR, A. D. “The Sheffield data collection system”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 8, n. 4a, pp. 91–97, 1987.
- [89] EDIC, P. M., SAULNIER, G. J., CHENEY, M., et al. “Implementation of a real-time electric impedance tomograph”. In: *Proceedings of the 15th Annual International Conference of the IEEE*, v. 15, pp. 84–85, Piscataway, New Jersey - USA, 1993.
- [90] GISSERT, D. G., ISAACSON, D., NEWELL, J. C. “Theory and performance of an adaptive current tomography system”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 9, n. Suppl. A, pp. 35–41, 1988.
- [91] NEWELL, J. C., GISSER, D. G., ISAACSON, D. “An Electric Current Tomograph”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 35, n. 10, pp. 828–833, 1988.
- [92] GISSERT, D. G., ISAACSON, D., NEWELL, J. C. “Current topics in impedance imaging”, *Clinical Physics and Physiological Measurement*, v. 8, n. Suppl. A, pp. 39–46, 1987.
- [93] CHENEY, M., ISAACSON, D., NEWELL, J. C., et al. “NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem”, *International Journal of Imaging Systems and Technology*, v. 2, n. 2, pp. 66–75, 1990.
- [94] ISAACSON, D., EDIC, P. “An Algorithm for Impedance Imaging”. In: *Engineering in Medicine and Biology Society, 1992. Proceedings of the 15th Annual International Conference of the IEEE*, v. 5, p. 1693, 1992.
- [95] EDIC, P. M., SAULNIER, G. J., NEWELL, J. C., et al. “A Real-Time Electrical Impedance Tomograph”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 42, n. 9, pp. 849–859, 1995.
- [96] COOK, R. D., SAULNIER, G. J., GOBLE, J. C. “A Phase Sensitive Voltmeter For A High-speed, High-precision Electrical Impedance Tomograph”. In:

Engineering in Medicine and Biology Society, 1991. Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE, v. 13, pp. 22–23, 1991.

- [97] SAULNIER, G. J., COOK, R. D., GISSER, D. G., et al. “A High-speed, High-precision Electrical Impedance Tomograph”. In: *Engineering in Medicine and Biology Society. Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE (EMBC)*, v. 13, pp. 5–6, 1991.
- [98] COOK, R. D., SAULNIER, G. J., GISSER, D. G., et al. “ACT3: a high-speed, high-precision electrical impedance tomograph”. In: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 41, pp. 713–722, 1994.
- [99] LIU, N., SAULNIER, G., NEWELL, J. C., et al. “ACT4: a high-precision, multi-frequency electrical impedance tomography”. In: *6th Conference on Biomedical Applications of Electrical Impedance Tomography*, London, United Kingdom, 2005.
- [100] BLUE, R. S., ISAACSON, D., NEWELL, J. C. “Real-time three-dimensional electrical impedance imaging”, *Physiological Measurement*, v. 21, pp. 15–23, 2000.
- [101] MUELLER, J. L., ISAACSON, D., NEWELL, J. C. “A Reconstruction Algorithm for Electrical Impedance Tomography Data Collected on Rectangular Electrode Arrays”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 46, n. 11, pp. 1379–1386, 1999.
- [102] SAULNIER, G. J., LIU, N., TAMMA, C., et al. “An Electrical Impedance Spectroscopy System for Breast Cancer Detection”. In: *Proceedings of the 29th Annual International Conference of the IEEE EMBS*, pp. 4154–4157, Lyon, France, August 2007.
- [103] SAULNIER, G. J., BLUE, R. S., NEWELL, J. C., et al. “Electrical impedance tomography”, *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 18, n. 6, pp. 31–43, 2001.
- [104] EYÜBOĞLU, B. M. “An interleaved drive electrical impedance tomography image reconstruction algorithm”, *Physiological Measurement*, v. 17, pp. A59–A71, 1996.
- [105] EYÜBOĞLU, B. M. “Encyclopedia of Biomedical Engineering”. cap. Electrical impedance imaging, injected current, pp. 1995–1205, New Jersey, Wiley and Sons, Inc., 2006.

- [106] SOUZA, M. N. *Localização Bidimensional em Plano Resistivo*. Tese de Mestrado, Programa de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 1988.
- [107] GENÇER, N. G., İDER, I. Z., WILLIAMSON, S. J. “Electrical impedance tomography: induced-current imaging achieved with a multiple coil system”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 43, n. 2, pp. 139–149, February 1996.
- [108] HOLDER, D. S., RAO, A., HANQUAN, Y. “Imaging of physiologically evoked responses by electrical impedance tomography with cortical electrodes in the anaesthetized rabbit”, *Physiological Measurement*, v. 17, pp. A179–A186, 1996.
- [109] BS5724. *Specification for safety of medical electrical equipment, Part 1. General requirements*. British Standards Institution, London, 1979.
- [110] GONZALEZ, R. C., WOODS, R. E. “Processamento de Imagens Digitais”. cap. Realce de Imagens, pp. 122–132, São Paulo, Edgard Blücher Ltda., 2000.
- [111] WEBERSZPIL, J., NEVES, M. R., CARDOSO, A. V., et al. “Figuras de mérito em um sistema multiterminal estático para tomografia por impedância elétrica”. In: *Anais do XX Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica*, pp. 1159–1162, São Pedro, SP, Outubro 2006.
- [112] ADLER, A., ARNOLD, J. H., BAYFORD, R., et al. “GREIT: a unified approach to 2D linear EIT reconstruction of lung images”, *Physiological Measurement*, v. 30, pp. S35–S55, 2009. doi: 10.1088/0967-3334/30/6/S0.
- [113] ADLER, A., GUARDO, R. “Electrical impedance tomography: regularized imaging and contrast detection”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 15, pp. 170–179, 1996.
- [114] WHEELER, J. L., WANG, W., TANG, M. “A comparison of methods for measurement of spatial resolution in two-dimensional circular EIT images”, *Physiological Measurements*, v. 23, pp. 169–176, 2002.
- [115] OH, S., TANG, T., SADLEIR, R. “Quantitative analysis of shape change in Electrical Impedance Tomography (EIT)”. In: *Proceedings of the 13th International Conference on Electrical Bioimpedance and the 8th Conference on Electrical Impedance Tomography*, v. 17, pp. 424–427, Graz, Austria, Aug 29 - Sep 2 2007. Springer.

- [116] HETCH, E. *Optics*. Addison Wesley, August 2001.
- [117] BORSIC, A., MCLEOD, C., LIONHEART, W., et al. “Realistic 2D human thorax modelling for EIT”, *Physiological Measurement*, v. 22, pp. 77–83, 2001.
- [118] BORCEA, L., DRUSKIN, V., MAMONOV, A. V. “Circular resistor networks for electrical impedance tomography with partial boundary measurements”, *Inverse Problems*, v. 26, pp. 1–30, 2010. doi: 10.1088/0266-5611/26/4/045010.
- [119] ADLER, A., LIONHEART, W. R. B. “Uses and abuses of EIDORS: an extensible software base for EIT”, *Physiological Measurement*, v. 27, pp. S25–S42, 2006. doi: 10.1088/0967-3334/27/5/S03.
- [120] BORCEA, L., DRUSKIN, V., VASQUEZ, F. G. “Electrical impedance tomography with resistor networks”, *Inverse Problems*, v. 24, pp. 1–31, 2008. doi: 10.1088/0266-5611/24/3/035013.
- [121] STEPHENSON, D. R., MANN, R., YORK, T. A. “The sensitivity of reconstructed images and process engineering metrics to key choices in practical electrical impedance tomography”, *Measurement Science and Technology*, v. 19, pp. 1–15, 2008. doi: 10.1088/0967-3334/27/5/S03.

Apêndice A

Simbologia para Pseudocódigos

A seguir é definido o significado dos símbolos utilizados nos pseudo-códigos deste trabalho:

- Símbolo “ \leftarrow ”: Atribuição ($a \leftarrow b$ – a variável a recebe o valor da variável b);
- $A(1 \times N)$: Declaração de um vetor de dimensões $1 \times N$;
- $A[i]$: Acesso ao i -ésimo elemento do vetor A ;
- $A[1..i]$: Todos os elementos de A cujos índices variam contiguamente de 1 a i ;
- $B(M \times N)$: Declaração de uma matriz bidimensional $M \times N$;
- $B[i, j]$: Acesso ao i -ésimo e j -ésimo elemento da primeira e da segunda dimensão de B , respectivamente;
- $B[1..i, 1..j]$: Todos os elementos de B de índices 1 a i e de 1 a j na primeira e segunda dimensão, respectivamente;
- $C(M \times N \times L)$: Declaração de uma matriz tridimensional $M \times N \times L$;
- $C[i, j, k]$: Acesso ao i -ésimo, j -ésimo e k -ésimo elemento da primeira, segunda e terceira dimensão de C , respectivamente;
- $C[1..i, 1..j, 1..k]$: Todos os elementos de C de índices 1 a i , 1 a j e 1 a k na primeira, segunda e terceira dimensão, respectivamente;
- $/* */$: Comentário.