



MODELOS TEÓRICO E EXPERIMENTAL DE AQUECIMENTO TECIDUAL  
PRODUZIDO POR IRRADIAÇÃO ULTRASSÔNICA EM NÍVEL TERAPÊUTICO

Rodrigo Leite Queiroga Basto

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Biomédica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Biomédica.

Orientadores: Marco Antônio von Kruger  
Wagner Coelho de Albuquerque  
Pereira

Rio de Janeiro  
Junho de 2012

MODELOS TEÓRICO E EXPERIMENTAL DE AQUECIMENTO TECIDUAL  
PRODUZIDO POR IRRADIAÇÃO ULTRASSÔNICA EM NÍVEL TERAPÊUTICO

Rodrigo Leite Queiroga Basto

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA BIOMÉDICA.

Examinada por:

---

Prof. Marco Antônio von Krüger, Ph.D.

---

Prof. João Carlos Machado, Ph.D.

---

Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

---

Prof. Eduardo Tavares Costa , Ph.D.

---

Prof. João Nazareno Nonato Quaresma, D.Sc..

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2012

Basto, Rodrigo Leite Queiroga

Modelos Teórico e Experimental de Aquecimento Tecidual produzido por Irradiação Ultrassônica em nível Terapêutico/ Rodrigo Leite Queiroga Basto.- Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2012.

X, 133 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Marco Antônio von Krüger

Wagner Coelho de Albuquerque Pereira

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Biomédica, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 114-124.

1. Irradiação por Ultrassom. 2. Modelagem Matemática. 3. Perfil de Aquecimento. I.von Kruger, Marco Antônio, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Biomédica. III. Título.

Resumo da Tese apresentada a COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELOS TEÓRICO E EXPERIMENTAL DE AQUECIMENTO TECIDUAL  
PRODUZIDO POR IRRADIAÇÃO ULTRASSÔNICA EM NÍVEL TERAPÊUTICO

Rodrigo Leite Queiroga Basto

Junho/2012

Orientadores: Marco Antônio von Krüger

Wagner Coelho de Albuquerque Pereira

Programa: Engenharia Biomédica

O ultrassom terapêutico é uma prática muito comum em fisioterapia. Contudo, apesar de seu alto índice de utilização por terapeutas a deficiência de informações a respeito da forma com que a energia acústica é depositada e distribuída nos tecidos e suas interfaces ainda persiste. O presente trabalho analisa o processo de transferência de calor na região muscular e também na região da interface músculo-osso durante a irradiação em modo contínuo, com intensidades variando de 0,1 a 2 W/cm<sup>2</sup> e frequências acústicas de 1 e 3MHz. Para a análise do perfil de aquecimento nos tecidos foram utilizados modelos baseados na versão não linear da equação de Pennes, A análise unidimensional aponta para a importância da geração de calor na interface músculo/osso, angulo de incidência, e perfusão sanguínea. Na análise bidimensional foi construído um modelo experimental com incidência normal em um *phantom* de músculo sem perfusão. Foi possível prever com erro de cerca de 1°C a temperatura alcançada experimentalmente em regiões dentro do campo distante. Na região próxima à face do transdutor são mostradas flutuações na temperatura atribuíveis à complexidade do campo próximo e que podem fazer com que a quantidade de calor gerado em determinados pontos superem os níveis de segurança tecidual aceitáveis.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL MODELS OF TEGIDUAL HEATING  
INDUCED BY ULTRASONIC THERAPEUTIC IRRADIATION

Rodrigo Leite Queiroga Basto

Junho/2012

Advisors: Marco Antônio von Krüger

Wagner Coelho de Albuquerque Pereira

Department: Biomedical Engineering

The therapeutic ultrasound is a very common practice. However despite its widespread employment, the deficiency of information on the distribution of the acoustic energy deposition in tissues and interfaces persists. The present work analyzes the heat transfer process in the muscular region and also in the muscle-bone interface during continuous ultrasound irradiation and intensity range from 0.1 to 2.0 W/ cm<sup>2</sup> and frequencies of 1 and 3 MHz. The heating profile analysis was performed using the non linear version of Pennes equation. The one-dimensional analysis point to the importance of heat generation in the muscle-bone interface, incident angle and perfusion. For the bi-dimensional analysis a model for the case of normal incidence in a *phantom* mimicking muscular tissue, where no perfusion was considered. It was possible predict, with error around 1°C, the temperature obtained experimentally in the far field region. Close to the transducer face the high fluctuations in temperature distribution can lead to heating above the safety level.

## **DEDICATÓRIA**

Á Deus, a minha esposa Gabriela e minhas duas filhas Amanda e Clara

## AGRADECIMENTOS

Sobretudo, a Deus, meu Pai, por minha vida e pela oportunidade de concretizar mais um de meus sonhos aqui na Terra.

À minha esposa que sem medir esforços sempre esteve ao meu lado não somente nas horas fáceis de alegria, mas principalmente nos momentos em que mais precisei sempre me apoiando com palavras sinceras, amigas e com muito amor.

Às minhas duas filhas Amanda e Clara que apenas com um sorriso ou um gesto de carinho puderam me trazer a alegria e força para continuar.

Aos meus pais, que de forma amorosa sempre me deram força para eu seguir trilhando novos caminhos e conquistando novas vitórias. Espero poder merecer seu orgulho.

Aos meus irmãos Carolina, Alessandra e Augusto, que sempre estiveram do meu lado, acreditando em meu potencial.

Aos meus dedicados orientadores, Markão e Wagner, meus companheiros de trabalho, colaboradores na solução de todos os meus problemas inerentes a um trabalho experimental, sempre presente me conduzindo, incentivando e orientando não só um aluno de doutorado, mas também o profissional e a pessoa, Rodrigo.

Aos professores, Renato Cotta, João Nazareno e Hércio Orlande, principalmente pela amizade construída ao longo desse tempo e também por permitirem que grande parte desse trabalho pudesse ser realizado nas dependências do LTTC.

Aos meus grandes amigos de laboratório de Ultrassom: Lorena, Kelly, Viviane, Isabela, Maggi, Thais, Rejane, Vinícuis, Felipe, Daniel Patterson, que sem medir esforços, se

dedicaram junto comigo inclusive abrindo mão de seus afazeres para de alguma forma contribuir para que se alcançasse a finalização deste trabalho.

Aos amigos do LTTC, Henrique, Nelson, Rafael, Ewaldiney, Kléber, Martin, Ivana, Diego, Knupic, Apoena, Ali, Bernard, Milena, Maycon, Aziliz, Simon, Thiago, João Vitor que cooperaram muito com este trabalho, não somente resolvendo as dúvidas dos problemas mas principalmente pela amizade e carinho que foi formado no decorrer desse tempo.

As instituições CAPES, CNPq e FAPERJ por terem apoiado e financiado este projeto.

## Sumário

<b>I - Introdução</b> .....	<b>1</b>
<b>II - Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>4</b>
II -1 Ultrassom Terapêutico.....	4
II-1.2 Propagação da Onda Acústica em meio Elástico .....	12
II.1.2.1. Equação dos coeficientes de reflexão e transmissão em interfaces .....	13
II.2 <i>Phantoms</i> utilizados para ultrassom.....	16
II-2.1 <i>Phantoms</i> Sintéticos Físicos .....	17
II-2.1.2 Velocidade de propagação.....	18
II-2.1.3 Atenuação: .....	18
II-2.1.4 Propriedades Termofísicas e Aplicações em Termo terapia .....	19
II-3 Efeito da Perfusão Sanguínea .....	22
II-3.1 - Anatomia Vascular .....	23
II.4- Modelagem Matemática do equilíbrio térmico tecidual .....	26
II.5 - Solução do Problema Direto.....	28
III - Problema Físico e Formulação Matemática .....	31
III.1– Análise Bidimensional do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom .....	31
III.1.2– Modelo Unidimensional do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom para Análise da Deposição da Energia Ultrassônica na interface músculo-osso. ....	32
III.1.2.1 - Problema de Biotransferência de Calor.....	35
III.4 – Formulação do Problema e Dados de Entrada – Análise Bidimensional da Deposição da Energia Ultrassônica em coordenadas cilíndrica para <i>Phantoms</i> Unicamadas. ....	37
III.6.4.1 - Grupos Adimensionais .....	39
III.6.4.2 - Problema de Autovalor.....	40
III.6.4.3.-Determinação do Par Transformada-Inversa.....	41
III.6.4.4 -Transformação Integral .....	42
<b>IV – Materiais e Métodos</b> .....	<b>48</b>
IV.1 - <i>Phantom</i> Sintético Muscular .....	48
IV.1.1 – Análise Acústica.....	48
IV.1.2 – Medição das Propriedades Termofísicas .....	52
IV.2 – Montagem Experimental .....	56
V.1 – Propriedades Acústicas e Termofísicas do <i>Phantom</i> .....	62
V.1.1 – Propriedades Acústicas do <i>Phantom</i> .....	62
V.1.2 – Propriedades Termofísicas e densidade do <i>Phantom</i> .....	67
V.2 –Análise Unidimensional do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom .....	69
V.3 – Análise Bidimensional em Coordenadas Cilíndricas do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom. ....	83
V.4 – Resultados Experimentais.....	93
V.4.1 – Influência de parâmetros Acústicos - Frequência e Intensidade .....	95

V.5 – Resultados Simulados em 2D versus Resultados Experimentais .....	102
<b>VI – Discussão e Conclusão.....</b>	<b>110</b>
<b>VII – Referência Bibliográfica .....</b>	<b>114</b>
<b>VIII - Anexos.....</b>	<b>125</b>
VIII.1)Anexo 1 .....	125
VIII.2)Anexo 2 .....	129

## PRINCIPAIS NOMENCLATURAS

$c_p$  – calor específico

$d(z,T)$  – operador de coeficiente de dissipação de calor;

$f$  – frequência acústica;

$I$  – intensidade irradiada;

$k$  – condutividade térmica;

$M_m$  – integral de normalização no problema de autofunções;

$q(z,t)$  – termo fonte (ultrassom);

$r$  – coordenada espacial

$R$  – energia refletida;

$S$  – energia refratada;

$t$  – variável tempo;

$T(z,r,t)$  *distribuição da temperatura*;

$T_a$  – temperatura ambiente;

$z$  – coordenada espacial;

$z$  – espessura do *Phantom* de camada muscular;

$\alpha$  – coeficiente de atenuação acústico;

$\rho$  – densidade;

$\psi$  – autofunções do problema auxiliar;

## I - Introdução

Ultrassom é amplamente utilizado na medicina tanto em diagnóstico quanto em terapia. O seu uso terapêutico mais conhecido baseia-se na sua capacidade de proporcionar a aquecimento localizado em diferentes profundidades. Este efeito é frequentemente buscado por profissionais que trabalham com medicina esportiva (GARCIA *et al.*,2004) que empregam-no nas faixas de frequência entre 0,75 a 3 MHz e com intensidades variando entre 0,5-3,0 W/cm<sup>2</sup>. A título de exemplo, o ultrassom é prescrito para lesões em profundidades de 3 a 5 cm, na frequência de 1 MHz, enquanto que em lesões a profundidades de 1 a 2 cm é utilizada frequência de 3MHz (GANN N., 1991; DRAPER e RICARD,1995; MERRICK *et al.*,2003; PRENTICE, 2004; HAYES *et al.*, 2004).. A partir de elevações de temperatura entre 40 e 45°C, com a duração de no mínimo 5 minutos, os efeitos fisiológicos observados no tecido biológico podem ser: aumento do fluxo sanguíneo, redução de espasmos musculares, aumento da extensibilidade das fibras colágenas e da resposta inflamatória, além da diminuição da rigidez articular (SPEED, 2001).

Contudo, para que se possa garantir a eficácia do tratamento é necessário o conhecimento da intensidade aplicada (GUIRRO e GUIRRO *et al.*,1996), pois apesar da literatura descrever os efeitos fisiológicos decorrentes do aumento da temperatura local, estudos de campo demonstram que a maioria dos aparelhos utilizados encontra-se descalibrada, não atendendo às normas da ABNT e sem condições de garantir aquela elevação de temperatura prescrita. Tal situação acarreta perigos para o pacientes e além disto, impede a correlação entre dose e efeito, impedindo um adequado planejamento do tratamento (GUIRRO, SERRÃO *et al.*, 1997, ISHIKAWA, ALVARENGA *et al.*, 2002 ).

Além disto, o próprio processo de geração de calor nos tecidos submetidos ao campo acústico gerado por transdutores ultrassônicos de fisioterapia é difícil de ser equacionado devido a fatores como a complexidade deste campo na região próxima à face do transdutor, as dimensões finitas do meio de propagação da onda que é constituído por camadas de tecido com geometria e propriedades acústicas/térmicas variadas, e a existência de perfusão sanguínea.

Para se calcular o campo térmico nos tecidos expostos ao ultrassom, é necessário determinar como o campo acústico gerado pelo transdutor é modificado ao interagir com seu meio de propagação caracterizado pelas dimensões, geometria e propriedades acústicas dos tecidos. Este campo modificado é que, em função do coeficiente de absorção, determina o aquecimento distribuído chamado de termofonte. O calor gerado pela termofonte se distribui pelos tecidos em função de suas propriedades térmicas, criando o campo térmico que se modifica com o tempo (regime transiente) até atingir um regime permanente caracterizado por uma distribuição de temperatura estável e constante.

Dentro desta orientação, são desenvolvidos recursos de dosimetria dentre as quais se destaca a confecção de mimetizadores de tecido biológico humano em composição e forma, denominados de *Phantoms*, que permitem reproduzir o padrão de aquecimento gerado em função da exposição ao ultrassom e levem a uma análise mais acurada da resposta do tecido humano à esta forma de radiação. Tais materiais podem ser confeccionados a partir de materiais biológicos de animais ex-vivo (BAMBER e HILL, 1978), ou construídos de forma sintética (MADSEN, ZAGZEBSKI *et al.*, 1978; MADSEN, ZAGZEBSKI *et al.*, 1982; CHIN, MADSEN. *et al.*, 1990; SATO, VIEIRA *et al.*, 2000).

Em *Phantoms*, pode-se estudar a distribuição do aquecimento (campo térmico) provocado pela irradiação ultrassônica e isto pode ser feito por meio de sensores pontuais

como termopares convenientemente posicionados (FURTADO *et al.*, 2005; Omena, 2009). Alternativamente, imagens do campo térmico captadas por câmaras infravermelhas ou obtidas a partir do padrão de cores gerado por materiais termocromáticos difusos dentro do phantom também permitem a visualização deste campo (MARTIN e FERNANDEZ, 1997; MACEDO, ALVARENGA *et al.*, 2002; GÓMEZ-FLORES, 2006).

Este trabalho tem como objetivo investigar a variação do perfil de temperatura nos tecidos biológicos humanos, quando irradiados por ultrassom em níveis de intensidade, frequência e modo de aplicação terapêutico e, assim, contribuir para a segurança e aperfeiçoamento dos protocolos de aplicação em sonidoterapia.

Para tal finalidade foi inicialmente desenvolvido um modelo numérico multicamadas (músculo e osso) onde se fez a avaliação do perfil de temperatura por simulação unidimensional em um meio finito ou semi-infinito em regime transiente ou permanente, para diferentes intensidades e frequências, e variando os ângulos de incidência da irradiação acústica na interface músculo-osso. Adicionalmente foi também observada a influência do efeito da perfusão sanguínea muscular no resfriamento tecidual.

Em um segundo estágio, foi desenvolvido um modelo numérico monocamada (músculo) onde se fez a avaliação do perfil de temperatura por simulação bidimensional em meio finito em regime transiente, para diferentes intensidades e frequência, com incidência normal. Neste modelo, entretanto, foi empregado o perfil do campo acústico resultante da interação entre campo acústico do transdutor e o meio de propagação representado o tecido muscular.

Em um terceiro estágio, foi construída uma montagem experimental onde se reproduziram as condições descritas no modelo numérico bidimensional. Em um *phantom* representando o tecido muscular, foram inseridos termopares em diferentes profundidades

com os quais foi possível medir a evolução da temperatura em resposta à irradiação ultrassônica. Essa temperatura foi confrontada com a temperatura prevista no modelo teórico bidimensional.

## **II - Revisão Bibliográfica**

### **II -1 Ultrassom Terapêutico**

O ultrassom terapêutico é uma modalidade *de terapia* física em que a onda mecânica se propaga nos diferentes tecidos do corpo, sendo parte de sua energia absorvida e transformada em calor (ZAPATA, 2004).

À medida que penetram no tecido, as ondas ultrassônicas geradas que nele se propagam são atenuadas. Esta progressiva perda de energia é função de parâmetros da irradiação como frequência, intensidade e também de parâmetros do meio, como coeficientes de absorção e espalhamento.

A atenuação da energia ultrassônica varia em função da frequência de tal forma que a medida que aumenta a frequência essa energia por sua vez é atenuada mais fortemente, provocando uma penetração mais superficial. Em contra partida, para frequências mais baixas, a energia acústica é atenuada mais lentamente alcançando regiões mais profundas. Por isso, a profundidade de penetração no tecido varia com a frequência da onda.

Na área de Fisioterapia utilizam-se, geralmente, equipamentos de ultrassom que operam nas frequências de 1 MHz e 3 MHz. O feixe ultrassônico a 1 MHz é transmitido nos tecidos superficiais e absorvido nos tecidos mais profundos, situados a 2-5 cm de profundidade. Por outro lado, o feixe ultrassônico a 3 MHz é absorvido nos tecidos mais superficiais, situados a 1-2 cm de profundidade, e uma pequena parte da intensidade do ultrassom é transmitida para os tecidos mais profundos.

Por isso, em fisioterapia, há o conceito de que o equipamento de ultrassom a 1 MHz serve para o tratamento de lesões mais profundas, como no tratamento dos músculos profundos da região glútea como o piriforme ou da panturrilha como o solear, e a 3 MHz é prescrito para tratamento de lesões mais superficiais, como fascite plantar, tendinite patelar e epicondilite (PRENTICE, 2004).

Na literatura há outro conceito relacionado com a distância de penetração da energia ultrassônica: a profundidade de meio-valor, definida como a profundidade na qual a intensidade é reduzida à sua metade. A 1 MHz a profundidade de meio-valor está em torno de 2-3 cm para Prentice (2004) e 1,1 cm para Kitchen (2003); enquanto que a 3 MHz a profundidade de meio-valor é de 0,8-1,6 cm para Prentice (2004), e 0,4 cm para Kitchen (2003) . Uma forma de especificar a radiação ultrassônica é a dosagem entregue ao tecido irradiado, que é função das dimensões do campo, da intensidade e do modo e tempo de aplicação.

O modo de aplicação pode ser contínuo ou pulsado. No modo pulsado são emitidas salvas de onda, intercaladas por períodos de silêncio, com amplitudes e períodos de repetição ajustáveis (o que implica intensidades médias diferentes). Estas doses são comumente indicadas para o que se chama de tratamento atérmico.

Já no modo contínuo, a onda é emitida continuamente e a amplitude é ajustável (conforme a escolha), sendo indicado para provocar o aumento da temperatura local, denominado tratamento térmico (FISH, 1990). Para ondas contínuas as mesmas podem ser classificadas como baixa, média e alta intensidade, sendo esses valores de intensidade respectivamente de  $<0,3$ ,  $0,3-1,2$  e  $1,2-3,0$  W/cm<sup>2</sup>. Durante o tratamento, portanto caso haja reações de fadiga, vertigem, dores de cabeça, e/ou outro tipo de reações autonômicas nervosas, subseqüentemente deve-se diminuir a intensidade para evitar possíveis danos teciduais. Outro fator preocupante e considerado pelos terapeutas está relacionado à

irradiação em campo próximo, onde sabendo que essa é uma região de não uniformidade do feixe é considerado que a técnica estacionária de aplicação do ultrassom não é recomendada devido à possibilidade de gerar “pontos quentes” ou “*hot-spots*” nos tecidos, que podem promover interrupção do fluxo sanguíneo, agregação plaquetária, coagulação das proteínas e danos ao sistema venoso (PRENTICE, 2004).

Por isso para minimizar tal efeito, é sugerida a técnica de movimentação do transdutor, a fim de distribuir a energia ultrassônica mais uniformemente na área de tratamento, onde o movimento do transdutor pode ser circular ou longitudinal, a uma velocidade de aproximadamente 4 cm/s e a área de tratamento de 2 a 3 vezes a área de radiação efetiva, por isso o aumento dessa velocidade de movimentação durante a aplicação ou até mesmo a escolha da aplicação em áreas de tratamento maiores do que a área de irradiação, podem fazer com que a faixa de temperatura esperada não seja atingida (PRENTICE, 2004).

Demink e Helders (2003) apontaram para o problema do cálculo da dose devido ao aumento da área pela movimentação do transdutor. Este estudo comparou o aquecimento nas técnicas, estática e em movimento, e foram observados picos de temperatura nas camadas mais superficiais dos tecidos (pele/gordura) de cadáveres de porco usando ambas as técnicas.

A diatermia por ultrassom consiste em manter uma região tecidual aquecida entre 38-42°C, durante cerca de 5 minutos e tem aplicações eminentemente em fisioterapia (GONZÁLEZ *et al.*, 2002). Os efeitos fisiológicos gerados pelo aquecimento do tecido biológico, a partir da elevação de temperatura de 40-45°C, aplicado por no mínimo 5 minutos, podem ser: aumento do fluxo sanguíneo, redução de espasmos musculares, aumento da extensibilidade das fibras colágenas e da resposta inflamatória e diminuição da rigidez articular (SPEED, 2001).

Alguns pesquisadores não consideram a temperatura absoluta importante, mas o aumento da temperatura. Os efeitos produzidos são: acima de 1°C há aumento do metabolismo e estímulo à cicatrização; de 2 a 3°C há redução da dor e do espasmo muscular; e de 4°C ou mais há aumento da extensibilidade do tecido colágeno e redução da rigidez articular (DRAPER e RICARD, 1995; MERRICK *et al.*, 2003; PRENTICE, 2004; HAYES *et al.*, 2004). Em terapia, deve-se buscar um nível de aquecimento de segurança, a fim de se promoverem os efeitos terapêuticos, sem ultrapassar a temperatura de 45°C, que pode danificar potencialmente o tecido (MERRICK *et al.*, 2003; PRENTICE, 2004).

Lehmann *et al.* (1967) relatou que a temperatura nos tecidos musculares aumenta 0,07°C por segundo ao ser utilizado um feixe contínuo de ultrassom em 1W/cm<sup>2</sup> de intensidade, embora nesse experimento não foi considerado o efeito da perfusão sanguínea. No seu estudo usando joelhos de porcos, Lehmann *et al.* (1959) mostrou que o aumento da temperatura em algumas partes de tecido moles é relativamente menor quando comparada com estruturas mais profundas. Usando um ultrassom em modo contínuo em 1,5 W/cm<sup>2</sup>, durante 5min, o aumento médio de temperatura na capsula articular foi de 6,3°C e nos tecidos moles de 3,3°C, a região meniscal obteve um aumento de 8,2°C e a junção óssea de 9,3°C. Sendo assim, foi constatado a influencia da reflexão no aumento de deposição de calor local, sendo mais pronunciadas em regiões de junções ósseas, cartilagens e tendões, o que pode ocasionar devido ao superaquecimento do periósteo um quadro doloroso ao paciente.

O aumento considerável da temperatura na interface biológica (tecido mole/osso) representa uma das maiores preocupações na utilização do ultrassom em terapia; pois pode provocar desconforto ou mesmo causar algum dano ao paciente (GONZÁLEZ *et al.*, 2002).

Na literatura podem ser encontrados modelos de processos de aquecimento em tecidos multicamadas e que, em sua maioria, consideram essas interfaces como planas e paralelas. Estes estudos revelaram que a onda ultrassônica, quando atravessa este tipo de interface, promove o aquecimento preferencial destas áreas (MAMIKO *et al.*, 1999). Entretanto, apenas para a interface músculo/osso, a energia transferida é fortemente dependente do ângulo de incidência; provocando a conversão de modo da onda longitudinal, surgindo a onda transversal que é atenuada mais fortemente logo nos primeiros milímetros após a interface, provocando maior elevação da temperatura nessa região (MOROS *et al.*, 2004; MYERS, 2004).

Cunha *et al.* (2001), observaram, em um grupo de 10 ratos que foram induzidos à lesão cirúrgica do músculo tibial anterior, que ao se aplicar ultrassom terapêutico de frequência de 1MHz e intensidade de  $0,2 \text{ W/cm}^2$  em modo contínuo, por um minuto por 28 dias, tiveram como resposta a este tratamento, o aumento do número de mioblastos, células satélites e miotubos, quando comparados a grupo que não recebeu nenhum tipo de tratamento.

Um estudo pioneiro de Bickford e Duff, (1953) mostrou que ao irradiarem quatro antebraços com ultrassom de 0,8 MHz e  $2,5 \text{ W/cm}^2$  de intensidade por 10 a 15 minutos observaram que houve um aumento de temperatura de  $1,8 \text{ }^\circ\text{C}$  na pele,  $0,6^\circ\text{C}$  no tecido subcutâneo,  $1,8 \text{ }^\circ\text{C}$  no tecido muscular a 1,5 cm de profundidade e  $2,1^\circ\text{C}$  no tecido muscular a 3 cm de profundidade.

Lehmann *et al.* (1968), mensurando a distribuição de temperatura em 20 indivíduos, sendo esses criteriosamente distribuídos em 2 grupos de acordo com a espessura do tecido mole abaixo do fêmur. Ambos os grupos tiveram essa região irradiada por uma onda de 1MHz em modo contínuo com área de radiação efetiva de  $12,5 \text{ cm}^2$ , e utilizando óleo

mineral para acoplamento do transdutor com o meio e intensidades de 1,0 e 1,5 W/cm<sup>2</sup>. Comparados ambos os grupos, tiveram para aquele que apresentava a espessura tecidual menor que 8cm, quando insonados com 1W/cm<sup>2</sup> para 9,22 minutos, a temperatura máxima alcançada de 41,73°C e quando insonados com 1,5W/cm<sup>2</sup> por 2,4 minutos de 40,61°C. Já para o outro grupo que apresentava espessura tecidual maior que 8cm, para as mesmas intensidades de 1 e 1,5W/cm<sup>2</sup> foram alcançados valores de temperatura similares comparativamente de 41,53 °C e 42,06 °C porém para tempos de irradiação maiores de 15 e 7,96 minutos respectivamente.

Lele e Parker (1982) investigaram a distribuição de temperatura em tecidos equivalentes, denominados *Phantoms*, usando uma camada de tecido muscular ex-vivo de cachorro e inserindo nesse de 4 a 6 termopares localizados em vários planos através do volume de interesse. Após a irradiação por ultrassom contínuo de 0,9 e 1,8MHz, os picos de temperaturas alcançados localizaram-se na região do feixe ultrassônico, mudando a localização do pico no eixo axial somente com a alteração da frequência do transdutor. Somente no caso onde inserido no músculo havia uma estrutura óssea que ocorreu o surgimento de um novo pico de temperatura profundo ao tecido.

Enwemeka *et al.* (1992), reportaram altas mudanças de temperatura em tecido humano em 1, 2 e 3 cm de profundidade abaixo da pele, sendo essas de 0,66, 0,82 e 0,91°C respectivamente. Essas mudanças de temperatura foram observadas em 10 minutos de irradiação usando uma frequência de 1MHz e intensidade de 1 W/cm<sup>2</sup>, em modo contínuo.

Dois fatores básicos deveriam ser levados em consideração a respeito do ultrassom: a não homogeneidade do feixe ultrassônico e as características/ peculiaridades do tecido em tratamento. Cada transdutor possui características próprias, como formato, posição do foco natural, distribuição espacial do campo próximo e do campo distante, picos locais de

intensidade acústica, área de radiação efetiva, potência do equipamento e intensidade do feixe e suas relações com o campo térmico gerado. Além das características do feixe em si, outros fatores relacionados à aplicação desta tecnologia são: o desempenho de cada equipamento e o treinamento profissional adequado.

Os tecidos biológicos irradiados, podem ser caracterizados por sua impedância, que é produto de sua densidade pela velocidade de propagação do ultrassom no meio irradiado. As características do tecido que devem ser consideradas são as relacionadas à variabilidade da anatomia e das enfermidades entre os indivíduos. No que se refere à anatomia, há diferentes espessuras das camadas de tecido (pele, gordura, músculo e osso) por onde ocorrerá a propagação do feixe ultrassônico, além disso tecidos moles que possuem um alto conteúdo de água apresentam um coeficiente de absorção de energia variável dependendo principalmente do seu conteúdo de proteínas (DYSON, 1987).

Embora seja aplicado em terapia há décadas, ainda há escassez de evidências científicas na literatura mundial que comprovem a sua eficácia (BAKER *et al.*, 2001). Portanto aplicar os protocolos de tratamento por irradiação em nível terapêutico considerando modo de aplicação, intensidade e frequência apropriada para cada tipo de tratamento tecidual, significa considerar também diferentes propriedades acústicas e termofísicas do tecido tais como reflexão, refração, impedância acústica, além do aporte sanguíneo da região.

Backer *et al.* (2001) revelam que ainda existem insuficientes evidências biofisiológicas para fundamentar com bases científicas o uso clínico do ultrassom terapêutico para tratamento de pacientes com quadros algícos e/ou de lesões osteomiotentíneas, sendo um dos principais fatores, o número reduzido de ensaios clínicos controlados. Ferrari (2008) aplicou um questionário aos fisioterapeutas com questões

relacionadas aos procedimentos empregados no serviço durante utilização do ultrassom terapêutico. As respostas dos questionários indicam que os profissionais não se preocupam com a calibração dos equipamentos e demonstram que os fisioterapeutas conhecem parcialmente ou desconhecem suas variáveis físicas.

Conseqüentemente, diversos estudos de revisão apresentam resultados não conclusivos sobre a atuação do ultrassom em terapia, havendo necessidade de estudos para adequar métodos e formas de tratamento eficazes a fim que se escolha a dose “ideal”, gerando aquecimento dos tecidos até a faixa de temperatura de 40-45°C, por, no mínimo 5 minutos, a fim de promover os efeitos fisiológicos desejados, sem superaquecer a região tratada (MERRICK *et al.*, 2003).

Para garantir todas essas respostas fisiológicas no tecido, e com o intuito de se reduzirem os riscos de lesão, se faz necessário a criação de parâmetros de desempenho e calibração dos equipamentos ultrassônicos de fisioterapia a fim de que se minimizem os riscos à saúde dos pacientes que os utilizam. Com este intuito foram criados Organismos responsáveis pela elaboração de normas e procedimentos para garantir a segurança e o desempenho desses equipamentos.

Os principais Organismos que podem ser citados são: *International Electrotechnical Commission* (IEC), *National Electrical Manufacturers Association* (NEMA), *American Institute of Ultrasound in Medicine* (AIUM), *Food and Drug Administration* (FDA) e *European Committee for Ultrasound Radiation Safety* (ECURS) e no Brasil a ANVISA e o INMETRO.

A primeira norma específica para transdutores de fisioterapia foi a IEC150 (*Testing and Calibration of Ultrasonic Therapeutic Equipment*), publicada em 1963. No Brasil, as prescrições de segurança são ditadas pela norma NBR IEC 1689 (1998). Os principais valores de tolerância aceitáveis são:  $\pm 20\%$  para potência de saída e intensidade efetiva;  $\pm 30\%$  para

Razão de não uniformidade do feixe (RNF),  $\pm 10\%$  para a frequência ultrassônica de trabalho. São recomendados, em nível de segurança, valores para  $RNF \leq 8$ , e para intensidade efetiva  $\leq 3,0 \text{ W/cm}^2$ . Esta norma foi atualizada para a IEC 61689 (2007). Os parâmetros continuaram com os mesmos valores de tolerância, com exceção da intensidade efetiva que aumentou para  $\pm 30\%$ . Porém, ainda existe no Brasil uma carência de pesquisas relacionadas com a calibração dos atuais equipamentos de ultrassom terapêutico, como mostra o estudo realizado no Rio de Janeiro por Ishikawa *et al.* (2002), que avaliou 33 equipamentos de ultrassom terapêutico de fabricação nacional e estrangeira, por meio de balança de radiação e mapeamento do feixe ultrassônico. Os resultados demonstraram que nenhum dos equipamentos analisados, novos e usados, atendeu completamente a norma NBR/IEC 1689, demonstrando uma incapacidade dos equipamentos do mercado nacional em fornecer o parâmetro prescrito.

## **II-1.2 Propagação da Onda Acústica em meio Elástico**

Quando uma onda acústica plana se propaga em um meio elástico, homogêneo, isotrópico e atinge uma interface plana que separa um segundo meio de características acústicas diferentes do primeiro, parte da onda é refletida e parte transmitida para o outro meio. Na reflexão ou na transmissão, a fase da onda pode mudar e a amplitude, tanto na reflexão como na transmissão são diferentes da onda incidente, porém para o caso do ângulo de incidência ser maior que o ângulo crítico, então a amplitude da onda refletida é igual a onda incidente.

Do ponto de vista acústico, os tecidos biológicos, como por exemplo o músculo, são considerados fluidos não viscosos e o tecido ósseo, sólido. A amplitude das pressões da onda refletida e da onda transmitida tem uma relação de dependência com as impedâncias

características dos dois meios, do ângulo de incidência e dos modos de propagação da onda incidente, isto é, longitudinal ou transversal. Em meios fluidos, só é possível a propagação de ondas longitudinais. Já em sólidos são possíveis dos dois tipos de ondas, longitudinal e/ou transversal.

### II.1.2.1. Equação dos coeficientes de reflexão e transmissão em interfaces

Os coeficientes de reflexão e transmissão longitudinal e transversal para a interface músculo/osso são dados pelas equações II.1-3, respectivamente. A Figura II.1, mostra o comportamento de uma frente de onda que atinge um meio de duas camadas contendo os meios dos tecidos muscular e ósseo.

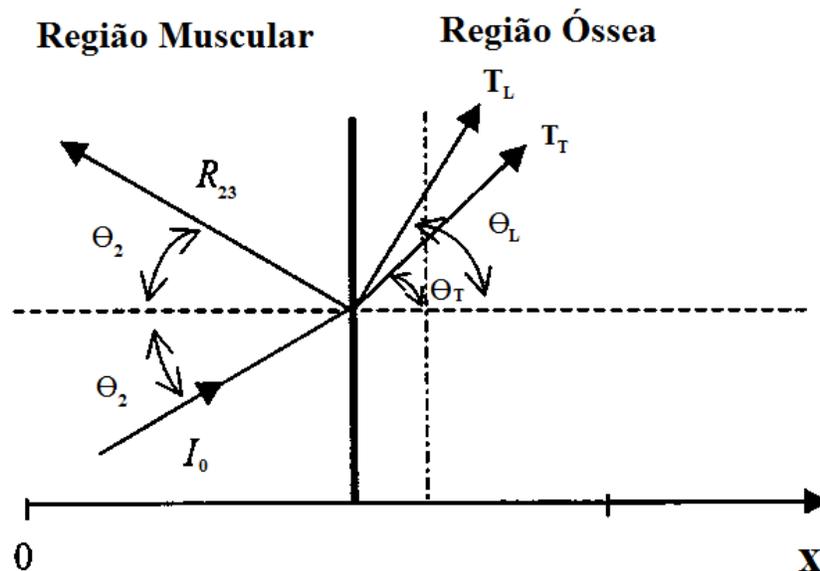


Figura II.1 - Diagrama esquemático da propagação da onda  $I_0$  incidindo na interface músculo/osso proveniente da região muscular segundo um ângulo de incidência  $\theta_2$  sendo refletida ( $\theta_2$ ), e refratada ( $\theta_T$  e  $\theta_L$ ). Onde os limites de cada camada são definidos pela linha transversal contínua, fronteira da região muscular e óssea. Figura adaptada de Lin *et al.* (2000).

$$R_1 = \frac{Z_L \cos^2 2\theta_T + Z_T \sin^2 2\theta_T - Z_1}{Z_L \cos^2 2\theta_T + Z_T \sin^2 2\theta_T + Z_1} \quad (\text{II.1})$$

$$T_L = \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \frac{2Z_L \cos 2\theta_T}{Z_L \cos^2 2\theta_T + Z_T \sin^2 2\theta_T + Z_1} \quad (\text{II.2})$$

$$T_T = - \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \frac{2Z_T \sin 2\theta_T}{Z_L \cos^2 2\theta_T + Z_T \sin^2 2\theta_T + Z_1} \quad (\text{II.3})$$

onde,

$R_1$ ,  $T_L$  e  $T_T$  correspondem respectivamente as ondas refletidas, transmitidas longitudinal e transversal, e  $\rho_1$  é a massa específica do músculo e  $\rho_2$  a massa específica do osso.

$$Z_1 = \frac{\rho_1 V_1}{\cos \theta_2}; Z_L = \frac{\rho_3 V_L}{\cos \theta_L}; Z_T = \frac{\rho_3 V_T}{\cos \theta_T} \quad (\text{II.4})$$

$Z_1$  é o valor de impedâncias acústicas do músculo e  $Z_L$  e  $Z_T$  as impedâncias, longitudinal e transversal do osso, respectivamente;  $\theta_i$  é o ângulo de incidência na  $i$ -ésima camada e  $\rho$  a densidade do músculo ( $\rho_1$ ) e no osso ( $\rho_2$ ).

O ângulo de transmissão e de reflexão podem ser obtido da Lei de Snell (FISH, 1990), para uma determinada velocidade de propagação acústica  $V$ :

$$\frac{\sin \theta_2}{V_1} = \frac{\sin \theta_L}{V_L} = \frac{\sin \theta_T}{V_T} \quad (\text{II.5})$$

Das as equações (II.1-5), obtêm-se os coeficientes de intensidade de reflexão (R) e transmissão (T) nas interfaces:

$$(R_2)_I = |R_2|^2 \quad \text{(II.6)}$$

$$(T_L)_I = \frac{Z_2}{Z_L} |T_L|^2 \quad (T_T)_I = \frac{Z_2}{Z_T} |T_T|^2 \quad \text{(II.7-8)}$$

A propagação da onda ultrassônica em uma estrutura biológica é muito complexa, tanto pelas características de atenuação e absorção do ultrassom, como pelos fenômenos de conversão de modos de propagação (geração de ondas transversais na interface músculo/osso, por exemplo). A onda ultrassônica parte do transdutor onde se considera que a intensidade é igual a 100%. A energia da onda que é absorvida, provém da: (a) energia que foi transmitida na camada muscular, (b) mais a energia que foi refletida uma única vez na interface músculo/osso.

A quantidade de energia responsável pelo aquecimento está relacionada à intensidade ultrassônica  $I(x) = I_0 e^{-2\alpha x}$  fornecida ao tecido ao longo de sua profundidade. A porção de intensidade  $\Delta I(x)$  que fica armazenada numa espessura  $\Delta x$  do tecido após a passagem do ultrassom é dada pela equação (III.1.9) (PIERCE *et al.*, 1981).

$$\Delta I(x) = I_0 [e^{-2\alpha(x+\Delta x)} - e^{-2\alpha x}] \quad \text{(II.9)}$$

Onde,  $I_0$ ,  $\alpha$ ,  $x$ , são a intensidade incidente no ponto  $x$ , o coeficiente de atenuação do meio e a espessura da camada biológica, respectivamente (Maggi, 2008).

Os principais mecanismos de atenuação são: a absorção e o espalhamento. O aquecimento dos tecidos se deve, principalmente, à absorção, na qual a energia acústica é convertida em calor. A intensidade sofre variações em decorrência do meio de propagação,

de acordo o coeficiente de atenuação ( $\alpha$ ) e profundidade ( $x$ ) do tecido, dada pela equação II.10.

O total de quantidade de energia depositada pelo ultrassom em um determinado volume,  $q(x)$  é diretamente proporcional a atenuação, obedecendo à lei de absorção exponencial e a distribuição em cada profundidade considerada como uniforme, dada pela equação unidimensional (LIN *et al.*, 2000):

$$q(x) = 2\alpha \cdot I_0 \cdot [e^{-2\alpha x}] \quad (\text{II.10})$$

## II.2 *Phantoms* utilizados para ultrassom

Os *Phantoms* sintéticos são construídos para mimetizarem o comportamento de um tecido biológico humano. Originalmente estes *Phantoms* reproduzem as propriedades médias de atenuação e velocidade da onda ultrassônica e são basicamente para aplicação em diagnóstico. Já para a aplicação em terapia, é importante que o *Phantom* possua características termofísicas dos tecidos biológicos, para responder ao aquecimento gerado pelo ultrassom.

Os *Phantoms* podem ser constituídos por géis físicos (*Phantoms* físicos), confeccionados a partir de uma receita, constituída a base de ágar e glicerina e por géis químicos (*Phantoms* químicos) que são obtidos a partir de reações químicas com a polimerização, tendo como exemplo os géis de poliacrilamida.

Os *Phantoms* constituídos por géis físicos tem vantagens em relação aos géis químicos, pois são de fácil preparo, mais seguros e de menor custo (1 kg de ágar custa cerca de R\$400,00 e um litro de glicerina custa cerca de R\$30,00).

Os géis químicos apresentam uma maior estabilidade e podem ser facilmente ajustáveis em qualquer molde, entretanto alguns componentes para a polimerização da poliacrilamida são neurotóxicos, necessitando de um laboratório específico para a sua elaboração, e apresentam um custo mais elevado (1 kg de poliacrilamida custa cerca de US\$ 400 dólares e 1 kg de albumina bovina cerca de US\$1.300 dólares) (BUNN *et al.*, 2008).

## **II-2.1 *Phantoms* Sintéticos Físicos**

Para o desenvolvimento deste *Phantom* sintético de tecido mole, se faz necessária à presença de diversos materiais, primeiramente aqueles que garantam característica de um material elástico e depois aqueles que garantam suas características acústicas (velocidade de propagação e atenuação).

### **II-2.1.1 – Materiais Gelificadores**

Materiais geleificadores modificam o estado da mistura de ingredientes que compõe o *Phantom* da consistência líquida para o gel. Os materiais geleificadores mais utilizados são a gelatina e o Agar. Entretanto, visto que durante a utilização do *Phantom*, a temperatura deve atingir valores até próximos de 45°C, o Agar, torna-se mais usado por possuir temperatura de fusão (78°C) superior a da gelatina (38°C).

Um estudo de CHIN *et al.* (1990) mostrou um novo tipo de *Phantom* com características que permite a perfusão de líquidos em seu interior. Composto de esferas de ágar de 0,3 a 0,36 mm de diâmetro, sendo o espaço entre as esferas denominado espaço

intersticial, preenchido com solução de n-propanol a 10%, este *Phantom* apresentou (após ser atravessado por um líquido aquecido) a vantagem de retornar ao equilíbrio térmico de forma gradual, semelhante ao tecido biológico humano, além de possuir a capacidade de se moldar em recipientes de diferentes geometrias.

### **II-2.1.2 Velocidade de propagação**

A velocidade de propagação do ultrassom para ondas longitudinais é em média no tecido biológico humano de 1540 m/s, sendo esta propriedade normalmente conseguida adicionando concentrações de n-propanol ou glicerina (glicerol) na fabricação do *Phantom*. Apesar ambos apresentarem um ponto de ebulição alto, característica importante para a fabricação do *Phantom*, a glicerina, ao contrário do álcool n-propílico, possui volatilidade baixa, fazendo com que a concentração na mistura do *Phantom* não se altere, garantido uma maior consistência das propriedades (SATO *et al.*, 2000).

### **II-2.1.3 Atenuação:**

A atenuação é uma característica necessária do ponto de vista de mimetização de um tecido biológico. Ela consiste na combinação de absorção e espalhamento. A absorção é a característica que faz com que o *Phantom* apresente um padrão de aquecimento similar ao tecido que se quer mimetizar, e o espalhamento é o componente da atenuação correspondente ao desvio da direção de propagação da energia causado por pequenas (menores que o comprimento de onda) descontinuidades na impedância do meio.

Dentre os materiais conhecidos e utilizados para proporcionar as características de atenuação podem ser citados: grafite, giz, carbonato de silício, microesferas de vidro e de plástico e pó de PVC.

Madsen *et al.* (1982) adicionaram gotas de óleo na gelatina à base de água, com densidade de  $0,92 \text{ g/cm}^3$ , resultando em um coeficiente de atenuação em uma faixa de 0,1 até  $2,0 \text{ dB.cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$ , sendo que este coeficiente de atenuação poderia ter o seu coeficiente de retro-espalhamento aumentado através da adição de partículas de vidro na mistura.

Madsen *et al.* (1978) fizeram um estudo da influência da concentração do grafite em uma solução (5% de n-propanol, água e gelatina) na atenuação. Com a adição de grafite em diferentes concentrações, obteve-se uma faixa de coeficiente de atenuação de 0,2 a 1,5  $\text{dB.cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$  (para a mistura sem grafite obteve-se de 0,2 a 0,3  $\text{dB.cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$ ). Observou-se, também, que o grafite exerce pouca influência sobre a velocidade.

Sato *et al.* (2000) desenvolveram *Phantoms*, para ultrassom de diagnóstico por imagem, utilizando de pó de grafite em uma concentração de 63,8 g/l de solução, demonstrando este possuir proporcionalidade do coeficiente de atenuação com a frequência, mimetizando característica atenuadora causado pelo espalhamento dessas partículas de grafite no interior desse *Phantom*.

#### **II-2.1.4 Propriedades Termofísicas e Aplicações em Termo terapia**

*Phantoms* devem ser do ponto de vista acústico, um material ideal com os mesmos valores de velocidade e do coeficiente de atenuação que o tecido real; e do ponto de vista termofísico deve apresentar, as mesmas propriedades de condutividade térmica, calor específico e densidade. Os valores médios do tecido são apresentados na Tabela II.1.

**Tabela II.1 Propriedades acústicas e termofísicas medias do tecido humano(Bacon e Shawn, 1993)**

Calor específico (J/g.°C)	3,8 – 3,9
Difusividade térmica ( $\times 10^{-7}$ m <sup>2</sup> /s)	1,2 – 1,4
Condutividade térmica (W.°C <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup> )	0,47 – 0,56
Velocidade da onda longitudinal 21°C (m.s <sup>-1</sup> )	1560 – 1590
Atenuação típico a 5 MHz e 21°C (Np.cm <sup>-1</sup> )	0,25

Wilfred *et al.* (2000) manufaturaram um *Phantom* de duas camadas, sendo a de gordura, simulada por PVC, encontrando valores de velocidade de propagação de 1395 m/s e coeficiente de atenuação de 6 dB/cm em 4MHz e impedância acústica de 1,35 kg/m<sup>2</sup> e a muscular, simulada com 65% de água, 35% de glicerol, ágar e sílica, encontrando valores de velocidade de propagação de 1500 m/s, coeficiente de atenuação de 0,5 dB/cm em 4 MHz e impedância acústica de 1,72 kg/m<sup>2</sup>.

Hynyen *et al.* (2004), construíram um *Phantom* para um estudo de distribuição de temperatura o qual foi preparado com uma mistura de ágar e grafite, tendo uma atenuação de 10Np/m e misturado durante todo o processo de resfriamento para evitar a precipitação do pó durante a sua fabricação.

Além desses, outros *Phantoms* caracterizados como físicos, desenvolvidos por Madsen *et al.* (1978), Burlew *et al.* (1980), Chin *et al.* (1990) e Sato *et al.* (2000), apresentaram propriedades acústicas similares ao tecido humano, porém as propriedades termofísicas não foram mimetizadas.

Zerhouni e Rachedine (1993), publicaram uma patente onde descreveram a preparação de um *Phantom*, à base de poliacrilamida, onde para simular sua atenuação

acústica alteravam as porcentagens de compostos como alumina, nitrato de boro, grafite ou microesfera de vidro, assim como para alteração de sua velocidade utilizaram diferentes concentrações de etileno ou óleo de trementina, não descrevendo porém suas propriedades termofísicas.

O desenvolvimento de *Phantoms*, com o intuito de poder especificar experimentalmente o efeito do aquecimento gerado por ultrassom, pode ser observado por Kolios *et al.* (1999b), Crezze *et al.* (1990), que realizaram estudos comparando as influências desse aquecimento no gradiente de temperatura próximas aos vasos termicamente significativos (vasos de grande calibre) em rim de boi.

No estudo proposto por Kolios *et al.* (1999b), este aquecimento foi feito de forma localizada (induzido por um tubo plástico, com água a uma temperatura de 40-50°C), e de forma generalizada, utilizando um transdutor de ultrassom ( $1,45 \pm 0,23$  MHz, com 7cm de diâmetro), com perfis de temperaturas constantes e transitórias. Os resultados demonstraram que a influência destes grandes vasos pode gerar aquecimento ou resfriamento do tecido, e que estes efeitos são dependentes da localização do vaso em relação à fonte de calor e o tipo de aquecimento utilizado.

Estes gradientes, nas regiões próximas aos vasos termicamente significativos diminuiriam, tanto para perfis de temperaturas constantes quanto transientes em comparação a regiões não perfundidas. Além disso, alterações quanto à geometria da árvore vascular (levando o surgimento de mecanismos de contracorrente), elevação da microvascularização, e a disposição desses grandes vasos (que também podem atuar como aquecedores) diminuem a influência do resfriamento por parte dos mesmos.

Payne *et al.* (2001), afirmam que a utilização de *Phantoms* ex-vivos, apesar de apresentarem com uma maior realidade à rede vascular, podendo este ser comparados aos valores de fluxo sanguíneo do tecido humano, são considerados mais frágeis, não sendo facilmente reproduzíveis, e geralmente de difícil acesso. Realizando um estudo utilizando placa de ágar, desenvolveram um *Phantom* sintético que após ser aquecido por uma fonte focalizada induzida por ultrassom tinham um resfriamento provocado pela micro-circulação para diferentes fluxos. Comparando os resultados experimentais do perfil da variação da temperatura no *Phantom* com a equação teórica de biotransferência de calor proposta por Pennes, 1948, observou-se que este *Phantom* apresentou valores experimentais próximos aos valores teóricos, servindo portanto como um bom corpo de prova para respostas térmicas.

### **II-3 Efeito da Perfusão Sanguínea**

Processos de biotransferência de calor em tecidos vivos são, em geral, controlados pela perfusão de sangue através da rede vascular que, por sua vez, influenciam significativamente a distribuição de temperatura local. Quando há uma diferença significativa entre a temperatura do sangue e a do tecido ao redor do local através do qual este escoar, a transferência de calor por convecção irá ocorrer, alterando as temperaturas tanto do sangue quanto do tecido.

A transferência de calor promovida pela perfusão é essencial para uma gama de processos fisiológicos, tais como a termo regulação e o controle da inflamação. A interação térmica do sangue com tecidos é uma função de vários parâmetros, incluindo a taxa de perfusão e a anatomia vascular, que varia significativamente entre diferentes tecidos,

órgãos e doenças. A taxa de perfusão através de diferentes tecidos e órgãos, variam durante o passar de um dia de atividades normais, dependendo de fatores tais como atividade física, estímulos fisiológicos e condições ambientais. Além disso, muitos distúrbios são caracterizados por alterações na perfusão, e algumas intervenções terapêuticas resultam em um acréscimo ou decréscimo de escoamento de sangue em um tecido alvo.

### **II-3.1 - Anatomia Vascular**

A circulação sistêmica, também conhecida como grande circulação, distribuí, o fluxo sanguíneo a todos os tecidos do corpo (exceto aos pulmões), possui diferentes estruturas cada qual com funções específicas, sendo estas:

**Artérias elásticas:** principais artérias, recebem o fluxo principal do ventrículo esquerdo, necessitando suportar a pressão sistólica de 120-160 mmHg e manter a pressão adequada durante a diástole.

**Arteriolas:** menores ramos do sistema arterial, variando de 30– 400  $\mu\text{m}$  de diâmetro, funcionam como válvulas de controle através das quais o sangue é liberado para os capilares.

**Capilares:** menores vasos do sistema sanguíneo circulatório, tendo de 5-10  $\mu\text{m}$  de diâmetro, permitem a transferência de oxigênio do sangue para os tecidos e do dióxido de carbono no sentido contrário, além de carrear eletrólitos, hormônios e outras substâncias.

**Vênulas:** coletam o sangue dos capilares; e coalescem para estruturas progressivamente maiores, sendo divididas em:

- **Pós-capilares:** são menores que as vênulas, possuindo de 10-25  $\mu\text{m}$  de diâmetro tendo sua estrutura semelhante aos capilares

- Vênulas coletoras: drenam as vênulas pós-capilares e possuem diâmetro entre 20-50  $\mu\text{m}$ .
- Vênulas Musculares: possuem um diâmetro variando entre 50-100  $\mu\text{m}$ , funcionam como válvulas de controle, sendo drenadas para as veias de menores calibres.

Veias: variam de 1mm até 4cm de diâmetro. Comparadas às artérias, apresentam a luz maior e a parede relativamente mais delgada, funcionam como condutos para o transporte do sangue que retorna ao coração (GUYTON, 1997).

Cooper *et al.* (1955) mensuraram a quantidade de volume sanguíneo na pele, gordura, nos músculos e parte óssea da região do antebraço, de indivíduos de ambos os sexos saudáveis e com idades que variaram de 20-45 anos utilizando pletismografia. Os resultados mostraram que em 31 indivíduos, o fluxo sanguíneo por 100ml de antebraço variara entre 1,45-10,45 ml por minuto, por 100 ml de músculo entre 1,8-9,6 ml por minuto, por 100 ml de pele entre zero a 70,5 ml por minuto.

A equação da regressão linear para encontrar os valores aproximados do fluxo sanguíneo da pele e do músculo é descrita pelas equações II.11 e II.12.

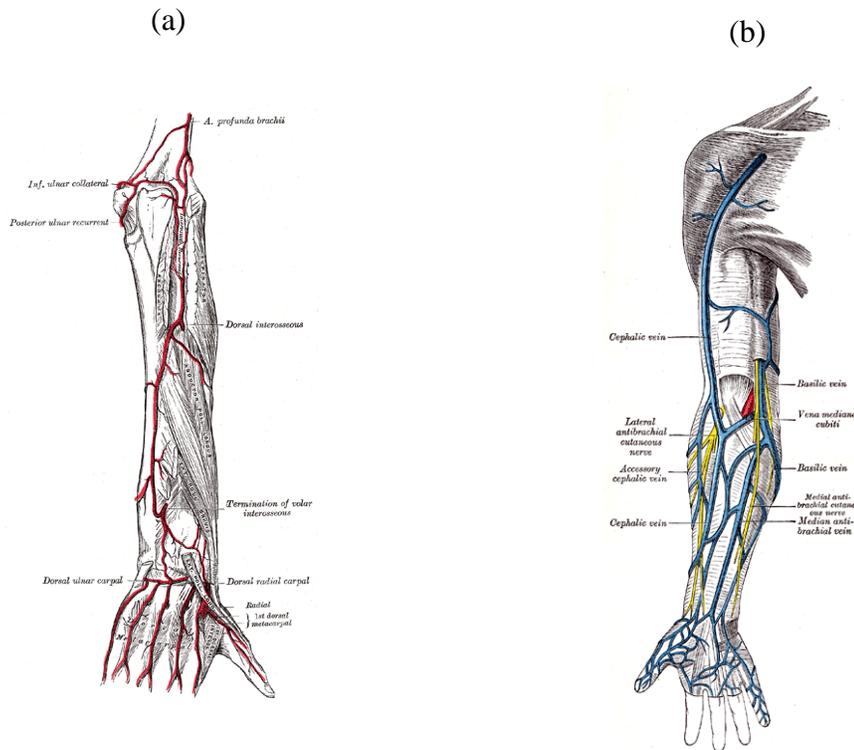
$$\text{Fluxo na pele} = 0,53 \times \text{fluxo total no antebraço} - 0,83 \quad (\text{II.11})$$

$$\text{Fluxo no Músculo} = 0,47 \times \text{fluxo total no antebraço} + 0,83 \quad (\text{III.12})$$

### **II.3.1.1 - Anatomia e fluxo sanguíneo vascular do Antebraço.**

A artéria braquial é a continuação da artéria axilar, possuindo sua parte superior localizada no úmero e sua parte inferior na região do cotovelo, no centro da fossa cubital. A partir deste ponto esta se divide em vários ramos sendo os mais importantes: artéria ulnar e artéria radial. A artéria ulnar, mais calibrosa acompanhando a face ulnar do antebraço, e possui como principais ramos às artérias ulnar recorrente anterior, recorrente posterior, interóssea comum e muscular. A artéria radial acompanha o sitio radial até a região do punho, possuindo como principais ramos, a artéria radial recorrente, muscular, carpal e superficial.

Por conseguinte a trama venosa por ser dividida em duas partes: as veias superficiais e profundas. As principais veias superficiais da extremidade superior são: as veias digitais, metacarpal, cefálica, basílica e mediana. Já as profundas, que tem como característica acompanhar a trama arterial sendo geralmente organizadas em pares, podem ser divididas basicamente em veias profundas da mão e do antebraço, apresentado na Figura II.2 (MOORE, 1997).



**Figura II.2: A - Mostra a direita à trama arterial da região do antebraço, destacando os ramos da artéria ulnar. B – Mostra a esquerda à trama venosa da região do antebraço, destacando os ramos das veias, radial e ulnar.**

#### **II.4- Modelagem Matemática do equilíbrio térmico tecidual.**

A predição da distribuição da temperatura durante uma terapia térmica é uma ferramenta teórica capaz de prever o campo térmico durante um tratamento que auxiliar no desenvolvimento de protocolos terapêuticos, onde desde do início, modelos teóricos foram usados para descrever a distribuição espacial do aquecimento no tecido e a evolução da temperatura.

Estudos tanto clínicos (LEVIN *et al* 1994) quanto experimentais (KOLIOS *et al*, 1999b) e numéricos (KOLIOS *et al*, 1999a) têm demonstrado a importância do fluxo sanguíneo na determinação desta distribuição de temperatura. O primeiro modelo matemático que propôs descrever este fenômeno de transferência de calor pelo tecido, levando a circulação em consideração foi realizado por Pennes (1948). Neste estudo foi

atribuída a diferença de cerca de 4°C entre a temperatura da superfície da pele e no interior do antebraço, sendo a transferência de calor entre os tecidos diretamente influenciados pela perfusão do sangue arterial nas micro-vasculaturas e também ao metabolismo. Assim a equação II.12 de transferência de calor proposta (*bio-heat transfer equation - BHTE*) :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla k \nabla T + (\rho c)_b \omega_b (T_a - T) + q_{met} \quad (\text{II.12})$$

Onde,  $T_a$  é a temperatura ambiente, os parâmetros de entrada relacionados a características do tecido são: densidade ( $\rho$ ), calor específico ( $c$ ), condutividade térmica ( $k$ ) e taxa de perfusão ( $\omega_b$ ) e relacionados ao metabolismo  $q_{met}$ .

Onde se assume:

- a) não haver nenhuma transferência de energia antes ou depois da passagem do sangue arterial,
- b) a temperatura do sangue venoso fosse igual a do tecido,
- c) o aquecimento promovido pelo metabolismo ( $q_{met}$ ) constante,

Pennes concluiu que este equilíbrio térmico acontecia principalmente nos leitos capilares. Estudos posteriores, de Chen e Holmes (1980), Chato (1980) e Crezee *et al.* (1990) demonstraram que este equilíbrio térmico ocorre principalmente em arteríolas pré-capilares e que se completa no leito capilar, sendo que a transferência de calor significativa ocorre na árvore vascular de vasos com calibres entre 50 – 500  $\mu\text{m}$ .

**Tabela II.2 Listagem dos parâmetros do sangue e do tecido (DUCK, 1990)**

<b>Calor específico do tecido, cp (<math>\text{J g}^{-1} \text{°C}^{-1}</math>)</b>	<b>4,18</b>
<b>Densidade do Tecido, (<math>\text{g cm}^{-3}</math>)</b>	<b>1,18</b>
<b>Condutividade térmica (<math>\text{W} \cdot \text{°C}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}</math>)</b>	<b>0,47 – 0,56</b>
<b>Calor específico do sangue, cb (<math>\text{J g}^{-1} \text{°C}^{-1}</math>)</b>	<b>4,18</b>
<b>Densidade do Sangue (<math>\text{g cm}^{-3}</math>)</b>	<b>1</b>
<b>Taxa de perfusão (<math>\text{g cm}^{-3} \text{ s}^{-1}</math>)</b>	<b>variável</b>

### **II.5 - Solução do Problema Direto**

Durante o período da corrida espacial, a Rússia e outros países do Leste Europeu proporcionaram um grande avanço no desenvolvimento e aplicação de métodos analíticos, tal como a transformada integral. Concomitantemente, Estados Unidos e Europa concentravam-se no desenvolvimento de métodos denominados puramente numéricos (diferenças finitas e elementos finitos). Posteriormente, os cálculos desenvolvidos no ocidente requisitavam um crescente esforço computacional, enquanto que as metodologias do Leste Europeu concentravam esforços em extensas manipulações analíticas. Isto permaneceu até meados da década de setenta.

Vários pesquisadores dedicaram-se ao estudo desta técnica, até que Mikhailov e Özisik (1984) apresentaram uma metodologia que sistematizava os conceitos da transformada integral para a solução de uma grande variedade de problemas lineares de difusão, divididos em sete grandes classes. A partir deste trabalho surgiam os formalismos da Técnica da Transformada Integral Clássica, a CITT.

Entretanto, antes da formalização da CITT, Özisik e Murray (1974) aplicaram pela primeira vez a teoria da transformada integral em problemas de difusão com condições de

contorno variáveis com a posição e com o tempo. O problema proposto se caracterizava pela presença de termos não transformáveis pela CITT, que mesmo assim foram inseridos na fórmula de inversão, o que resultou em um sistema infinito de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem para o potencial transformado. Para a recuperação do potencial original, foram obtidas soluções aproximadas deste sistema de equações diferenciais, nascendo aí a natureza híbrida analítico-numérica do procedimento adotado.

Outro trabalho que também iria contribuir para a evolução da teoria da transformada integral foi publicado por Mikhailov (1975). Tratava-se da solução de problemas difusivos com coeficientes dependentes do tempo. Estes termos também não eram transformáveis pela CITT.

O que vale ressaltar é que os trabalhos pioneiros de Özisik e Murray, (1974) e de Mikhailov (1975), criaram as condições necessárias para o desenvolvimento de uma nova metodologia capaz de solucionar problemas de difusão, até então, insolúveis pelas técnicas clássicas, estabelecendo assim os princípios da Técnica da Transformada Integral Generalizada - GITT.

Nas duas últimas décadas, o método clássico da transformada integral (MIKHAILOV e OZISIK, 1984) foi progressivamente generalizado sob um enfoque híbrido numérico-analítico (COTTA, 1990, 1993, 1994, COTTA e MIKHAILOV, 1997, COTTA, 1998, SANTOS *et al.* 2001, COTTA e ORLANDE, 2003, COTTA *et.al.*, 2005, COTTA e MIKHSILOV, 2006). Essa Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) oferece precisão controlada e implementação computacional eficiente para uma grande variedade de problemas não-transformáveis, incluindo as formulações não-lineares mais usuais em aplicações em mecânica dos fluidos e transferência de calor.

Além de ser ele próprio um método computacional alternativo, essa técnica híbrida é particularmente adequada para propósitos de *benchmark* (validação). Em face da possibilidade de controle automático do erro, o método retém as mesmas características de uma solução puramente analítica. Além do controle e estimativa de erro bem simples, outro aspecto notável desse método é a extensão direta para situações multidimensionais, com apenas um moderado aumento do esforço computacional. Outra vez, a natureza híbrida é responsável por esse comportamento, uma vez que a parte analítica do procedimento de solução é empregada sobre todas menos uma variável independente, e a tarefa numérica é sempre reduzida à integração de um sistema diferencial ordinário nessa única variável independente restante. Mais recentemente, entretanto, tendo em vista os desenvolvimentos também importantes no controle automático de erro em soluções numéricas de equações diferenciais parciais, em particular para formulações unidimensionais, a GITT foi empregada em combinação com algoritmos bem testados para equações parabólicas e parabólico-hiperbólicas (COTTA *et al.*, 2001; NAVEIRA *et al.*, 2009a). Essa possibilidade abriu novas perspectivas na fusão de ideias numéricas e analíticas, e em explorar o poder e flexibilidade de sub-rotinas progressivamente mais confiáveis para equações diferenciais parciais, disponíveis tanto comercialmente quanto em domínio público.

Outra vantagem do método consiste na eliminação das derivadas parciais de segunda ordem associadas aos potenciais originais. Assim, o esforço computacional predominante é despendido na solução do problema transformado, onde permanece apenas a dependência das derivadas de primeira ordem.

Recentemente, uma metodologia híbrido numérico-analítico, baseado na Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) (COTTA *et al.*, 1993, 1997, 2006) foi implementada dentro do código computacional simbólico-numérico misto chamada UNIT

("Unified transformadas integrais") (SPHAIER *et al.*, 2011), que já tenha sido aplicado com sucesso para a solução da equação de bio-transferência, proposta por Pennes (1948), em transferência de calor em tecidos humanos. (COTTA *et al.*, 2010).

### III - Problema Físico e Formulação Matemática

Neste capítulo é descrito o problema físico objeto deste estudo, bem como é apresentada a formulação matemática adotada para o mesmo. São também estabelecidos os critérios e as hipóteses assumidas na definição das condições de contorno e da condição inicial apropriadas ao problema em estudo. O problema físico estudado refere-se ao comportamento do padrão de aquecimento gerado no tecido biológico humano a partir da irradiação ultrassônica em modo contínuo. O problema físico foi modelado de maneira generalizada para um domínio tridimensional, nas direções x e y e z, e após a definição da equação de difusão baseada no modelo de Pennes, foram aplicados casos particulares de estudos em modelos uni e bidimensional.

#### III.1– Análise Bidimensional do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom

Inicialmente nesse capítulo é apresentada a equação geral que descreve o processo de biotransferência de calor por ultrassom considerando: sistema bidimensional em coordenadas cilíndricas; a variação das propriedades acústicas e termofísicas das múltiplas camadas de tecido humano; perfusão sanguínea e o termo fonte de geração externa de calor.

$$\rho c_p(z) \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = \frac{k(z)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\delta}{\delta r} \left( k(z) \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \rho_b c_b \omega(z) (T_{(r,z,t)} - T_a) + g(r, z)$$

$$0 < r < R, 0 < z < L, t > 0 \quad \text{(III.1)}$$

$$T_{(r,z,0)} = T_\infty ; \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 ; k(z) \frac{\partial T}{\partial r} + h_r T_{(r,z,t)} = h_r T_\infty, r = R \quad \text{(III.2)}$$

$$k(0) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_0(T_\infty - T_{(r,0,t)}, z = 0; k(z) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L} + h_L T_{(r,L,t)} = h_L T_\infty, z = L \quad (\text{III.3})$$

Definida a equação geral (III.1), sendo  $g(r,z)$  o termo fonte externo, com suas respectivas condições inicial (III.2) e de contorno (III.3) que podem ser adaptadas para casos de convecção livre, condução, temperatura prescrita e de isolamento, dependendo do problema físico que deve ser aplicado.

Definida a equação geral, podemos definir casos específicos que são apresentados abaixo onde a equação geral pode ser simplificada e aplicada para diferentes problemas físicos.

### **III.1.2– Modelo Unidimensional do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom para Análise da Deposição da Energia Ultrassônica na interface músculo-osso.**

Baseado no estudo realizado por Lin *et al.*(2000), o problema físico é definido como a propagação da onda ultrassônica proveniente da região muscular ( 0 a  $z_b$ ) incidindo na interface músculo/osso onde ocorrem vários processos como conversão de modo, reflexão e refração que penetra na região de osso cortical ( $z_b$  a  $z_c$ ) e depois no interior da região óssea medular ( $z_c$  a  $z_e$ ). A deposição da energia ultrassônica é considerada como um processo unidimensional que tem os valores de entrada, R e S, nas equações que se alteram de acordo com os diferentes ângulos de incidência ( $\Theta_2$ ) como vemos na Figura III.1. A quantidade total de energia transportada pela onda ultrassônica é atenuada obedecendo à lei exponencial assumindo-se que a sua distribuição ao longo da profundidade seja uniforme e efeitos não lineares não são levados em consideração. Nesse estudo os valores assumidos para  $z_b$ ,  $z_c$  e  $z_e$  são de 5, 5.35, e 10 cm, respectivamente, pois considerou-se os mesmos valores aplicados no estudo de Lin *et al.* (2000).

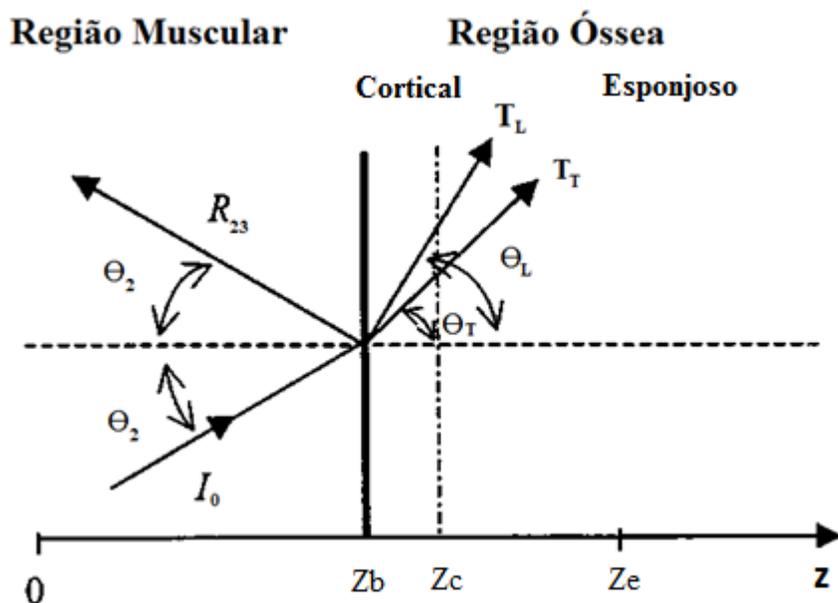


Figura III.1 Diagrama esquemático da propagação da onda  $I_0$  incidindo na interface músculo/osso proveniente da região muscular segundo um ângulo  $\Theta_2$  sendo refletida ( $\Theta_2$ ), e refratada ( $\Theta_T$  e  $\Theta_L$ ). Onde  $z_b$ ,  $z_c$  e  $z_e$  são os limites de cada camada. Figura adaptada do artigo de Lin *et al.* 2000.

A interface músculo/osso foi considerada como uma região líquido-sólido. A região muscular é assumida como líquida e neste caso a contribuição da onda de cisalhamento e a variação da geometria na interface são negligenciáveis. Não foram levados em consideração efeitos não lineares ou ondas estacionárias e reverberações múltiplas.

O termo fonte gerado pela radiação acústica nas duas regiões pode ser expresso pelas equações III.4 para a região muscular ( $0 \leq z < z_b$ ) e III.5 para a região óssea ( $z_b \leq z \leq z_e$ ) (Lin *et al.*, 2000):

$$q(z) = 2\mu_m I(0) \cdot \left[ e^{-2\mu_m z} + R \cdot e^{-2\mu_m (2z_b - z)} \right] \quad \text{(III.4)}$$

onde,  $I(0)$  é a intensidade ultrassônica total em  $z=0$ ;  $q(z)$  a densidade de energia acústica e absorvida ao longo de  $z$ ,  $\mu_m$  o coeficiente de atenuação acústica do músculo,  $z_b$  é o comprimento da camada muscular até a interface músculo-osso e  $R$  representa a razão entre as energias da onda refletida pela onda longitudinal incidente na interface.

$$q(z) = I(0) \cdot e^{-2\mu_m z_b} \cdot [2S(1-R)\mu_{bs} \cdot e^{-2\mu_{bs}(z-z_b)} + 2(1-S)(1-R)\mu_b \cdot e^{-2\mu_b(z-z_b)}], \quad (\text{III.5})$$

onde,  $\mu_{bs}$  e  $\mu_b$  são os coeficientes de atenuação ultrassônica da onda transversal refratada e da onda longitudinal no osso, enquanto  $(1-S)(1-R)$  e  $S(1-R)$  são, respectivamente, a razão da energia da onda longitudinal refratada e da onda transversal refratada pela onda longitudinal incidente.

Nas simulações os parâmetros acústicos foram variados, sendo a intensidade ultrassônica variando de: 0,1, 1,0 e 2,0  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$  e frequências de 0,5, 1,0 e 3,0 MHz. Da mesma forma o foram os termofísicos, a taxa de perfusão sanguínea variando de 0,5, 2,0, 5,0 e 20  $\text{Kg}\cdot\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$ , em todos os casos, o período de aquecimento foi de 300 segundos.

O comportamento do coeficiente de transmissão das ondas refletida, longitudinal e transversal são mostrados na tabela III.1, onde  $\Theta$  é o ângulo de incidência da onda longitudinal na interface músculo osso,  $R$  é a razão entre energia da onda longitudinal refletida e a onda longitudinal incidente e  $S$  é a razão entre a energia da onda transversal refratada e o total da energia transmitida no interior do osso. As velocidades, da onda longitudinal incidente ( $v_{bl}$ ) e da onda transversal ( $v_{bs}$ ) adotadas nesse estudo foram de 1500 e 3600 m/s, respectivamente (Lin *et al.* 2000).

**Tabela III.1: Parâmetros acústicos  $\Theta$ , R e S usados na simulação teórica (Lin *et al.* 2000).**

Caso	$\Theta$	R	S
1 (ideal)	$0^\circ$	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>
2	$0^\circ$	<b>0,35</b>	<b>0,00</b>
3	$20^\circ$	<b>0,35</b>	<b>0,27</b>
4	$40^\circ$	<b>0,20</b>	<b>1,00</b>
5	$60^\circ$	<b>1,00</b>	<b>0,00</b>

### III.1.2.1 - Problema de Biotransferência de Calor

O equacionamento do perfil de temperatura foi formulado como unidimensional com difusão transiente não-linear. Essa equação diferencial parcial foi resolvida pela *Generalized Integral Transform Technique* (GITT), como em Cotta *et al.* (2001), para o campo de temperaturas  $T(z,t)$ , na região  $z \in [0,L]$ , onde L é o comprimento total das estruturas de multicamada. Nessa formulação, a informação sobre a heterogeneidade do meio é representada pelos coeficientes  $w(z), d(z,T)$  e  $k(z)$ , onde

$$w(z) = \rho(z)c_p(z); \quad d(z,T) = \omega(z,T)\rho_b c_b; \quad P(z,t,T) = q(z) + \omega(z,T)\rho_b c_b T_a \quad \text{(III.6)}$$

Assim, a equação de biotransferência com suas correspondentes condições inicial e de contorno é dada por:

$$w(x) \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k(z) \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right) - d(z,T)T(z,t) + P(z,t,T), \quad 0 < z < L, \quad t > 0 \quad \text{(III.7)}$$

$$T(z,0) = T_a(z), \quad 0 < z < L$$

$$(a) \begin{cases} T(z,t) = T_a, z = 0 \\ \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} = 0, z = L \end{cases}, t > 0 \quad (b) \begin{cases} T(z,t) = T_a, z = 0 \\ T(z,t) = T_a, z = L \end{cases}, t > 0$$

(III.8(a-b))

O problema de biotransferência de calor unidimensional em regime transiente é solucionado pela III.6.7, onde as propriedades termofísicas e de perfusão sanguínea são característicos de cada região (muscular ou óssea). Como mencionado anteriormente o termo fonte é a onda ultrassônica responsável por promover a variação de temperatura nessas regiões.

As propriedades anato-fisiológicas foram consideradas praticamente uniformes em cada região, com variações abruptas nas interfaces. O metabolismo não foi levado em conta, devido a sua pequena contribuição na distribuição de temperatura.

Além disso, a análise das temperaturas no músculo e osso, foi feita assumindo-se duas possíveis condições de contorno na região  $z = L$ . Estas condições representam respectivamente a condição de contorno para de isolamento (III.8(a)) ou de temperatura prescrita na parede (III.8(b)).

Assumiu-se também que a condição inicial da temperatura é  $T_a(z)$ , onde o sistema encontra-se em equilíbrio com a temperatura arterial. A metodologia de solução foi baseada num código *opensource*, construído na plataforma do *Mathematica 7.0* (UNIT) e engloba todas as derivações simbólicas necessárias para a solução formal da GITT acima e também cálculos numéricos para a solução do problema de autovalor e do sistema escolhido ODE transformado, apresentado nos anexos.

Os parâmetros usados nesse estudo estão mostrados na Tabela III.2 abaixo, onde  $k$  é a condutividade térmica,  $\rho$  a densidade,  $\omega$  a taxa de perfusão sanguínea,  $v$  a velocidade de propagação longitudinal acústica e  $\mu$  o coeficiente de atenuação.

**Tabela III.2 - Parâmetros Acústicos e Termofísicos (Lin *et al.*, 2000).**

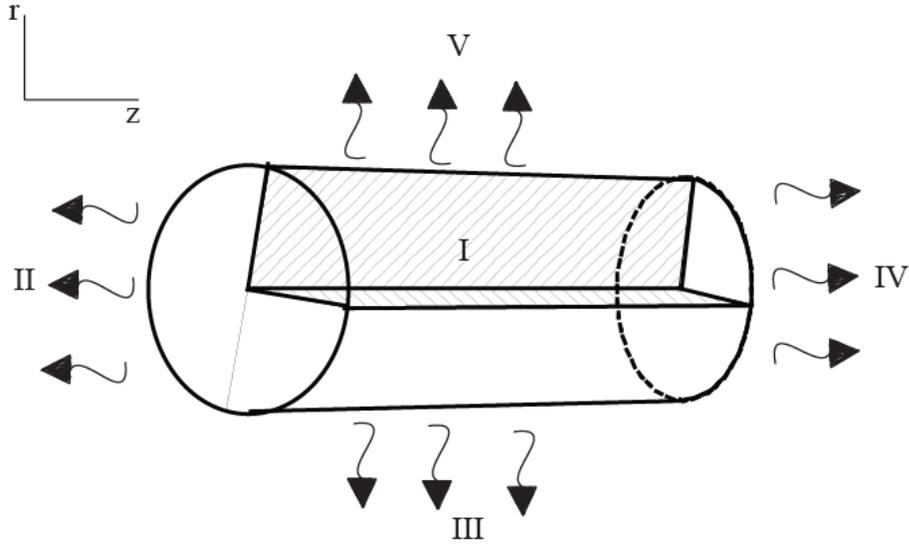
Tecido	Condutividade Térmica (k) (W.m <sup>-1</sup> .°C <sup>-1</sup> )	Densidade ( $\rho_m, \rho_b$ ) (kg.m <sup>-3</sup> )	Taxa de Perfusão ( $\omega$ ) (kg.m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Velocidade Acústica ( $v_m, v_{bl}, v_{bs}$ ) (m.s <sup>-1</sup> )	Coefficiente de Atenuação ( $\mu_m, \mu_{bl}, \mu_{bs}$ ) (Np.m <sup>-1</sup> .MHz <sup>-1</sup> )
Músculo	<b>0,55</b>	<b>1050</b>	<b>2</b>	<b><math>v_m = 1500</math></b>	<b><math>\mu_m = 5</math></b>
Osso Cortical	<b>2,3</b>	<b>1700</b>	<b>0</b>	<b><math>v_{bl} = 3600</math></b>	<b><math>\mu_{bl} = 86,3</math></b>
Osso Esponjoso e Medula	<b>0,58</b>	<b>1300</b>	<b>0,1</b>	<b><math>v_{bs} = 1800</math></b>	<b><math>\mu_{bs} = 126,6</math></b>

O calor específico do sangue foi assumido como de 3770 J Kg<sup>-1</sup> °C<sup>-1</sup> e a temperatura arterial ( $T_a$ ) de 37°C.

#### **III.4 – Formulação do Problema e Dados de Entrada – Análise Bidimensional da Deposição da Energia Ultrassônica em coordenadas cilíndrica para *Phantoms* Unicamadas.**

A metodologia de solução da equação foi obtida através da CITT – Técnica da Transformada Integral Clássica.

A configuração geométrica do problema a ser analisado é mostrada na Figura III.2, onde o *Phantom*, representado pelo cilindro com raio ( $b$ ) e comprimento ( $L$ ), permanece em repouso, onde alinhada á superfície do *Phantom* é colocada a fonte de energia externa, representada pelo transdutor ultrassônico de Fisioterapia em modo contínuo de radiação.



**Figura III.2- Geometria do problema, onde I, representa a condição de simetria para o eixo R e II,III e IV a perda de calor por convecção nas regiões de contorno do *Phantom*.**

O processo de biotransferência de calor por ultrassom na região cilíndrica é representado pela equação da condução de calor em um sistema de coordenadas cilíndricas, que na forma bidimensional, é dada por:

Equação da Condução de Calor:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{g(r,z)}{k} \quad \text{(III.9.a)}$$

As seguintes condições de contorno foram utilizadas na solução do problema:

$$\text{em } r = 0; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{(III.9.b)}$$

$$\text{em } r = b; \quad -k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=b} = h_1 [T(r,t) - T_a] \quad \text{(III.6.4.c)}$$

$$\text{em } z = 0; \quad k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = h_1 [T(r,z,t) - T_a] \quad \text{(III.9.d)}$$

$$\text{em } z = L; \quad -k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=L} = h_2 [T(r,z,t) - T_a] \quad \text{(Eq.III.6.4.e)}$$

$$\text{onde: } g(z) = 2\beta I_0 e^{-\beta z} \quad (\text{III.9.f})$$

$$g(r) = 1,0036 + 0,0492r - 3,1666r^2 + 3,2361r^3 - 0,815r^4 \quad (\text{III.9.g})$$

### III.6.4.1 - Grupos Adimensionais

As equações (III.9.a-e) foram adimensionalizadas, a partir dos seguintes grupos adimensionais, com o objetivo de minimizar o número de parâmetros e simplificar o sistema de equações:

$$\tau = \frac{\alpha t}{b^2}; \theta = \frac{T - T_a}{T_a}; R = \frac{r}{b}; Bi_1 = \frac{h_1 b}{k}; Bi_2 = \frac{h_2 L}{k}; R_1 = \frac{r_1}{b}; \beta^* = 2\beta L \quad (\text{III.10.a-g})$$

$$Z = \frac{z}{L}; \gamma = \frac{L}{b}; G = \frac{I_0 b^2 e^{-(2\beta L)z}}{k T_a} = I_0^* e^{-\beta^* Z}; I_0^* = \frac{I_0 b^2}{k T_a} \quad (\text{III.11. h-l})$$

Onde,  $\alpha$  e  $k$  são a difusividade e condutividade térmica do tecido,  $b$  o raio do cilindro,  $h$  o valor da convexão livre na região do contorno,  $\beta$  o coeficiente de atenuação do tecido,  $L$  o comprimento do cilindro e  $t$  o tempo.

Após a aplicação dos grupos adimensionais, as equações são reescritas da seguinte forma:

Equação da Condução de Calor

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + G \quad (\text{III.12.a})$$

As condições de contorno adimensionalizadas são:

$$\text{em } R = 0; \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad (\text{III.12.b})$$

$$\text{em } R = 1; \frac{\partial \theta}{\partial R} + Bi_1 \theta = 0 \quad (\text{III.12.c})$$

$$\text{em } Z = 0; \quad -\frac{\partial \theta}{\partial Z} + \gamma \text{Bi}_1 \theta = 0 \quad (\text{III.12. d})$$

$$\text{em } Z = 1; \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} + \text{Bi}_2 \theta = 0 \quad (\text{III.12.e})$$

### III.6.4.2 - Problema de Autovalor

- Para a direção R:

$$\frac{d}{dR} \left[ R \frac{d\psi_i}{dR} \right] + \mu_i^2 R \psi_i = 0, \quad \text{para} \quad 0 < R < 1 \quad (\text{III.13.a})$$

$$\left. \frac{d\psi_i}{dR} \right|_{R=0} = 0 \quad (\text{III.13.b})$$

$$\left. \frac{d\psi_i}{dR} \right|_{R=1} + \text{Bi}_1 \psi_i(1) = 0 \quad (\text{III.13.c})$$

A equação (III.13) fornece a seguinte autofunção:

$$\psi_i(R) = J_0(\mu_i R) \quad (\text{III.14.a})$$

onde os autovalores  $\mu_i$ 's são calculados da seguinte equação transcendental:

$$-\mu_i J_1(\mu_i) + \text{Bi}_1 J_0(\mu_i) = 0 \quad (\text{III.14.b})$$

As autofunções satisfazem a seguinte propriedade de ortogonalidade:

$$\int_0^1 R \psi_i \psi_j dR = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ N_i, & i=j \end{cases} \quad (\text{III.14.c})$$

A sua integral de normalização  $N_i$  é definida por:

$$N_i = \frac{1}{2} \frac{J_0^2(\mu_i) [\text{Bi}_1^2 + \mu_i^2]}{\mu_i^2} \quad (\text{III.14.d})$$

- Para a direção Z:

$$\frac{d^2\Gamma_m}{dZ^2} + \gamma^2\beta_m^2\Gamma_m = 0, \quad \text{para} \quad 0 < Z < 1 \quad (\text{III.15.a})$$

$$-\left. \frac{d\Gamma_m}{dZ} \right|_{Z=0} + \gamma\text{Bi}_1\Gamma_m(0) = 0 \quad (\text{III.15.b})$$

$$\left. \frac{d\Gamma_m}{dz} \right|_{Z=1} + \text{Bi}_2\Gamma_m(1) = 0 \quad (\text{III.15.c})$$

A equação (III.15) fornecem a seguinte autofunção:

$$\Gamma_m(Z) = \beta_m\gamma\text{Cos}(\gamma\beta_m Z) + \gamma\text{Bi}_1\text{Sen}(\gamma\beta_m Z) \quad (\text{III.16.a})$$

onde os autovalores  $\beta_m$ 's são calculados da seguinte equação transcendental:

$$\text{Tg}(\gamma\beta_m) = \frac{\beta_m(\gamma\text{Bi}_1 + \text{Bi}_2)}{\gamma\beta_m^2 - \text{Bi}_1\text{Bi}_2} \quad (\text{III.16.b})$$

As autofunções satisfazem a seguinte propriedade de ortogonalidade:

$$\int_0^1 R\psi_i\psi_j dR = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ N_i, & i=j \end{cases} \quad (\text{III.16.c})$$

A sua integral de normalização  $M_m$  é definida por:

$$M_m = \frac{1}{2} \left[ (\gamma^2\beta_m^2 + \gamma^2\text{Bi}_1^2) \left( 1 + \frac{\text{Bi}_2}{\gamma^2\beta_m^2 + \text{Bi}_2^2} \right) + \gamma\text{Bi}_1 \right] \quad (\text{III.16.d})$$

### III.6.4.3.-Determinação do Par Transformada-Inversa

$$\tilde{\theta}_{im}(\tau) = \int_0^1 \int_0^1 R\psi_i(R)\Gamma_m(Z)\theta(R,Z,\tau) dRdZ \quad (\text{Transformada}) \quad (\text{III.17.a})$$

$$\theta(R,Z,\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_i(R)\Gamma_m(Z)}{N_i M_m} \tilde{\theta}_{im}(\tau) \quad (\text{Inversa}) \quad (\text{III.17.b})$$

### III.6.4.4 -Transformação Integral

Nesta etapa, o par (Transformada-Inversa) é utilizado na transformação integral da equação diferencial parcial resultante. Assim é obtida a seguinte equação diferencial ordinária:

$$\frac{d\tilde{\theta}_{im}}{d\tau} + (\mu_i^2 + \beta_m^2)\tilde{\theta}_{im} = \tilde{g}_{im} \quad (\text{III.18.a})$$

Com a seguinte condição inicial:

$$\tilde{\theta}_{im}(0) = 0 \quad (\text{III.18.b})$$

A solução da equação III.6.12.a é dada por:

$$\tilde{\theta}_{im}(\tau) = \frac{\tilde{g}_{im}}{\mu_i^2 + \beta_m^2} \left[ 1 - e^{-(\mu_i^2 + \beta_m^2)\tau} \right] \quad (\text{III.18.c})$$

Aplicando a fórmula de inversão III.18.b, obtém-se a seguinte solução para o potencial transformado:

$$\theta(R, Z, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_i(R)\Gamma_m(Z)}{N_i M_m} \frac{\tilde{g}_{im}}{\mu_i^2 + \beta_m^2} \left[ 1 - e^{-(\mu_i^2 + \beta_m^2)\tau} \right] \quad (\text{III.19.a})$$

$$\text{onde: } \tilde{g}_{im} = \int_0^1 \int_0^1 R \psi_i \Gamma_m G(R, Z) dR dZ .$$

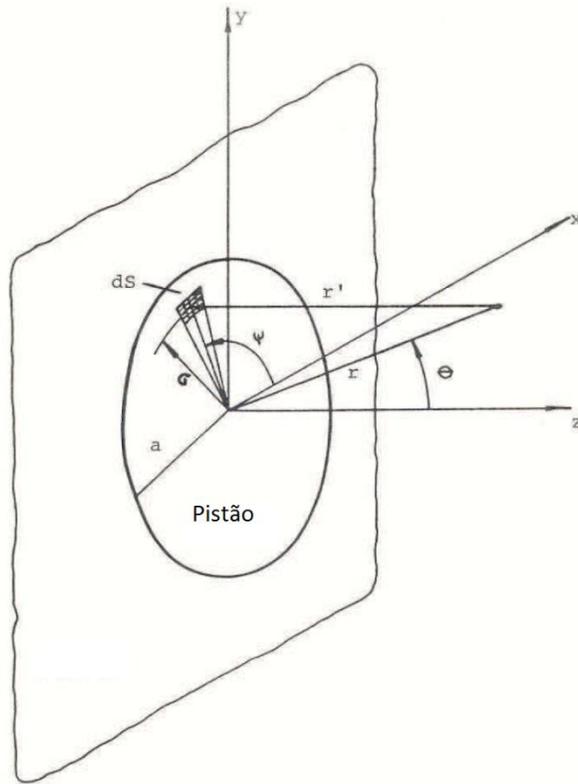
Foi assumida que toda a região em estudo estava, inicialmente, a uma temperatura ambiente  $T$ . Para tempos  $t > 0$ , um termo-fonte  $g(x,y,z,t)$  gera energia no meio. Supõe-se que a transferência de calor no meio se dá apenas por condução e que as propriedades do meio não são constantes.

### III.6.4.5 Definição sobre o termo de geração acústico

Para os transdutores que trabalham em uma única frequência se consideram que estão sob uma excitação de onda contínua. A excitação contínua tem sido extensivamente tratada na literatura. Sendo que o campo acústico de pistão planos têm sido estudados com grande detalhe (ZEMANEK, 1971; HUTCHINS, 1970). Zemanek (1971) mostrou que os campos podem ser descritos em termos de duas regiões: Fresnel (campo próximo) e Fraunhofer (campo distante), na qual a distribuição caracteriza-se por uma função de diretividade simples.

A seguir apresenta-se de maneira resumida a teoria de campo irradiado por um transdutor em forma de disco plano, vibrando em modo pistão e circundado por um refletor acústico plano e rígido de extensão infinita assim como os métodos de predizer o potencial de velocidade e o campo de pressão em um ponto do meio onde se propaga o feixe acústico.

O modelo de pistão é utilizado quando o modo de vibração radial do transdutor pode ser considerado como desprezível frente à vibração do modo espessura. Com o sistema de coordenadas da figura III.3, consideraremos um pistão de raio  $a$  e sua superfície que vibra com um movimento harmônico simples e normal á sua superfície (ZEMANEK,1971).



**Figura III.3- Geometria do pistão circular**

A onda acústica gerada através do movimento do pistão é considerada ao longo do eixo z. O ponto de observação é função de  $r$ : distância radial desde o centro do transdutor e de ângulo  $\theta$ : ângulo entre o eixo do transdutor e o vetor radial.

A pressão no ponto de observação obtém-se dividindo a superfície do pistão em elementos de área infinitesimais, cada um dos quais atua como uma fonte simples e finalmente adicionando as contribuições de cada elemento de área. Como se trata de uma excitação de onda contínua, o campo acústico do transdutor é obtido por:

$$p(R, \theta) = \frac{i\rho c k_n}{2\pi} U_0 \int_0^a \sigma d\sigma \int_0^{2\pi} \frac{e^{i(\omega t - kr')}}{r'} d\psi \quad \text{(III.20)}$$

onde:

$$k_n = \frac{\omega}{c}: \text{número de onda } \left( = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$$

$\lambda$ : comprimento da onda do som

$\sigma$ : distância entre o centro do transdutor e o elemento de área infinitesimal

$$\omega t: 2\pi f t$$

$U_0$ : amplitude da velocidade do transdutor

$r'$ : distância desde o ponto de observação até um elemento de área sobre a superfície ( $\Delta S$ )

do transdutor. Sendo que  $r' = (r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \cos\psi)^{1/2}$

$\rho$ : densidade do meio

$c$ : velocidade do som no meio

Zemanek (1971) obteve a solução da equação (III.20) por integração numérica. A magnitude da pressão relativa foi calculada nos planos xz, onde se assume uma rotação simétrica ao longo do eixo z. As variáveis Z e X estão relacionadas ao comprimento de onda e ao raio do transdutor e são definidas para que o campo de pressão, para qualquer posição, possa ser calculado considerando qualquer pistão circular, dado pela equação III.21.

Sendo assim, a amplitude de pressão relativa pode ser expressa por:

$$P(Z, X) = \left| \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n \frac{\Delta S_q}{R_{pq}} \exp(2\pi i (a/\lambda)^2 R_{pq}) \right| \quad \text{(III.21)}$$

onde:

$$\Delta S_q = \sigma_q \Delta \sigma \Delta \psi$$

$$\sigma_q = \Delta \sigma \left( q - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta \sigma = \frac{1}{na/\lambda}$$

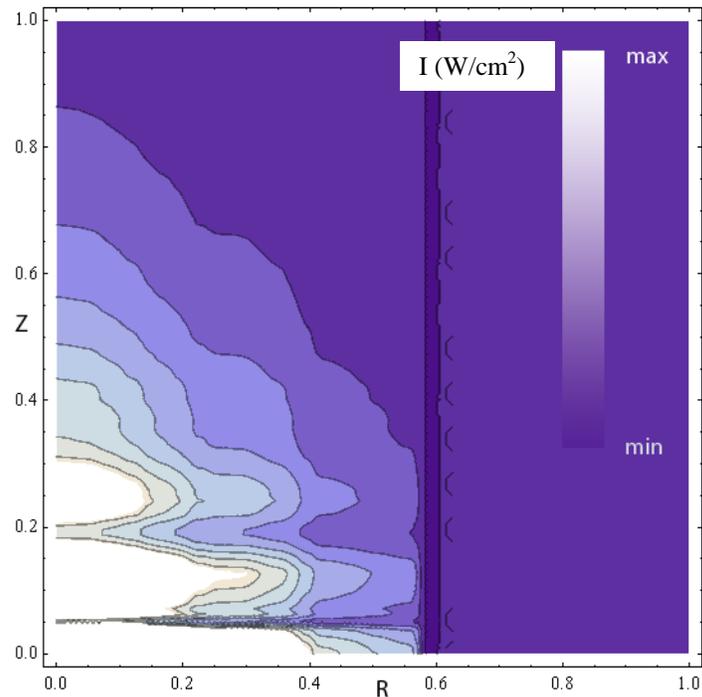
$$\Delta\psi = \frac{\pi}{m}$$

$$n = 4a/\lambda \quad \text{e} \quad m = n\pi$$

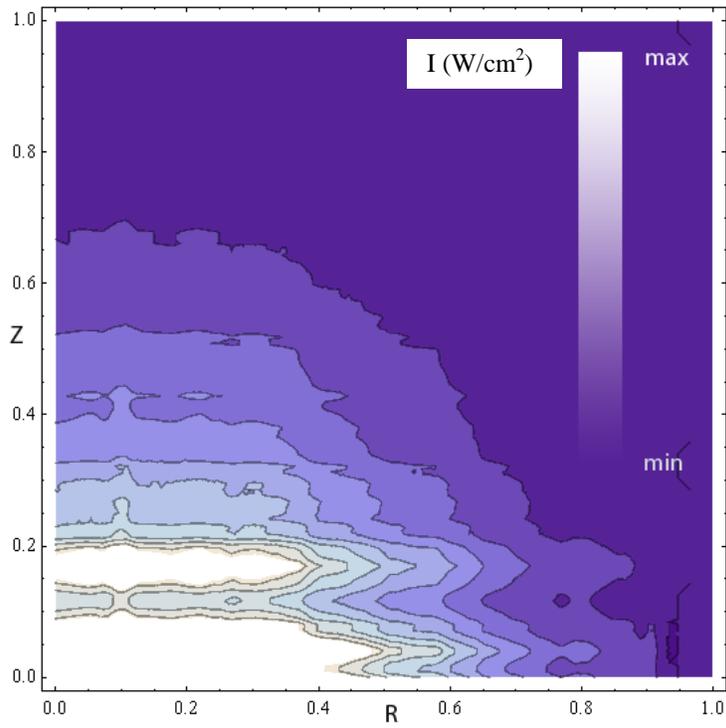
$$R_{pq} = (R^2 + \sigma_q^2 - 2R\text{sen}\theta\text{cos}\psi)^{1/2}$$

Considerando, portanto os termos de geração de energia acústica, sendo o primeiro a modelagem do campo foi representado como tendo um perfil exponencial segundo o eixo longitudinal do transdutor (o mesmo que o assumido no modelo 1D) e uma função polinomial de quarta ordem segundo o eixo radial. O segundo considerou a modelagem baseada no mapeamento do campo acústico do transdutor empregado (Omena,2009). Neste caso foi utilizado o campo no plano transversal ao eixo longitudinal do campo a exatamente 20mm de distância da face do transdutor correspondendo ao campo acústico na face anterior do *Phantom*. A partir da face foi assumido apenas um decaimento exponencial.

(a)



(b)



**Figura III.4 a e b - Perfil do Campo Acústico do Transdutor marca KLD modelo Avatar, para frequências de (a) 1 e (b) 3 MHz e intensidade de  $2\text{W/cm}^2$  (Omena,2009).**

## **IV – Materiais e Métodos**

### **IV.1 - *Phantom* Sintético Muscular**

Para o desenvolvimento deste *Phantom* sintético de tecido mole muscular, se faz necessária à presença de diversos materiais, que garantam características acústicas (velocidade de propagação e atenuação) e termofísicas (condutividade térmica, calor específico e densidade) a amostra.

#### **IV.1.1 – Análise Acústica**

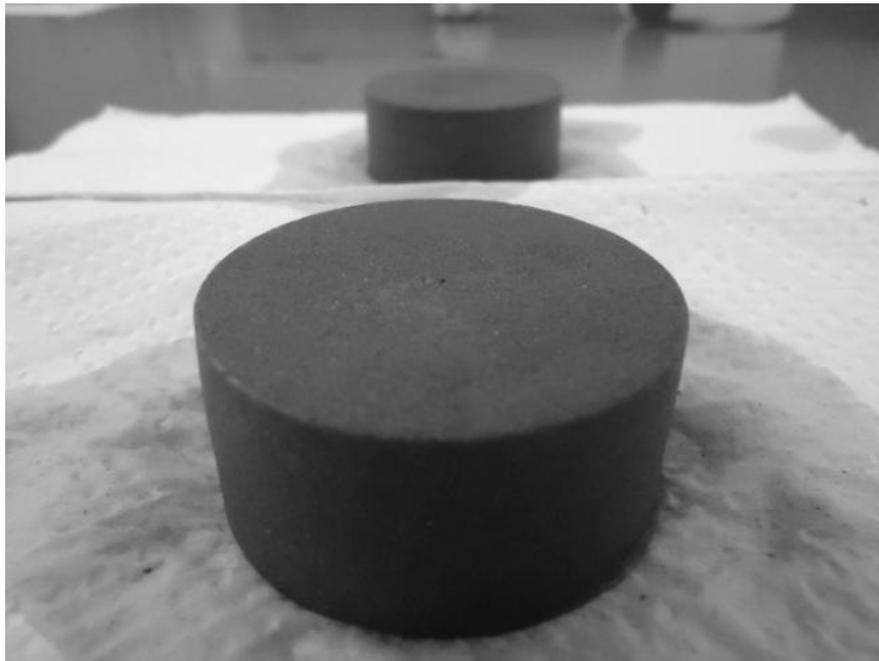
A velocidade de propagação do ultrassom média no tecido biológico muscular humano é de 1560 m/s (FISH, 1990), sendo esta propriedade normalmente conseguida adicionando concentrações de n-propanol ou glicerina (glicerol) na fabricação do *Phantom*.

Outra propriedade acústica a ser considerada do ponto de vista de mimetização acústica de um tecido biológico muscular, é a atenuação, que consiste na combinação de absorção e espalhamento do meio irradiado. A absorção é a característica que faz com que o *Phantom* apresente um padrão de aquecimento (que será similar ao tecido, se as propriedades termofísicas forem adequadas) e o espalhamento é o componente da atenuação correspondente ao desvio da direção de propagação da energia causado por pequenas (menores que o comprimento de onda incidente) descontinuidades na impedância do meio. Dentre os materiais conhecidos e utilizados para proporcionar as características de atenuação podem ser citados: grafite, giz, carbonato de silício, microesferas de vidro e de plástico e pó de PVC (BASTO *et al.*, 2007).

#### IV-1.1.1 Montagem Experimental

Os *Phantoms* desenvolvidos tiveram como base o *Phantom* de Basto *et al.* (2007), onde os materiais utilizados em sua composição são: água, glicerina, gel polissacarídeo (Agar) e pó de grafite e PVC. As concentrações propostas por Basto *et al.* (2007) tiveram por objetivo mimetizar as propriedades acústicas e termofísicas médias do tecido biológico humano, não tendo como preocupação mimetizar propriedades específicas de cada tipo de tecido.

Para tanto, desenvolveu-se um *Phantom* com propriedades acústicas e termofísicas similares ao tecido muscular humano, utilizando-se de uma receita à base de água, glicerina, pós de PVC, grafite, Agar, cola branca e detergente.



**Figura IV.1 – Vista em perspectiva de uma amostra do *Phantom* de tecido muscular, de 1,5cm de altura e 4,5cm de diâmetro, usado para a medição das propriedades acústicas de atenuação e velocidade de propagação. O aspecto de rugosidade do *Phantom* pode ser atribuído a presença de partículas de grafite na composição da amostra.**

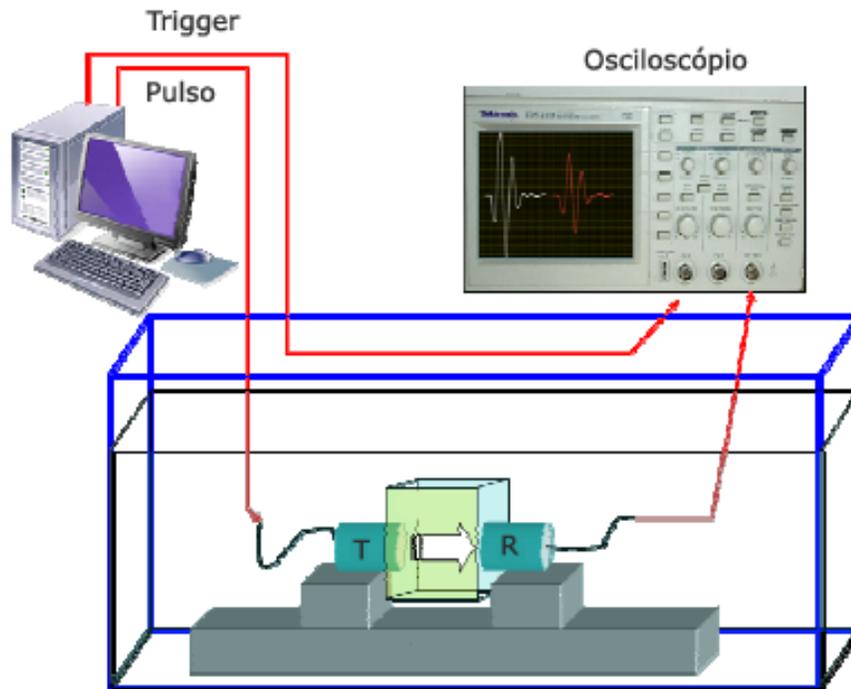
Os materiais, *softwares* e equipamentos utilizados para a análise acústica de todas as amostras dos *Phantoms* estão listados abaixo:

- **Computador PC**
- **Gerador de Pulso AFG3101B ( Tektronix )**
- **Osciloscópio TDS 2024B ( Tektronix )**
- **Tanque retangular (18x18x25 cm) com água destilada á 25 °C**
- **Transdutor KLD de 1 MHz e 2,25MHz**
- **Algoritmo desenvolvido em *LabView 7*® para calcular a velocidade de propagação e atenuação.**

A mensuração foi baseada no método de transmissão e recepção, onde dois percursos da onda ultrassônica são analisados (WELLS, 1977).

O percurso de referência consiste em alinhar os transdutores imersos em água destilada (transmissores e receptores) na distância equivalente a espessura da amostra do *Phantom*. O transmissor, após ser excitado pelo gerador de funções, emite um pulso ou um trem de pulsos, senoidal ultrassônico que se propaga pela água destilada e chega ao transdutor receptor. Já o sinal atenuado pela amostra do *Phantom* é obtido colocando-se uma amostra cilíndrica previamente desenvolvida entre os dois transdutores, devidamente acoplados em ambas as faces da mesma amostra, onde é realizado o mesmo procedimento descrito acima. Os sinais captados pelo osciloscópio permitem a mensuração da amplitude

e do intervalo de tempo entre eles. Após isto, estes sinais são transferidos para um PC onde as informações de amplitude e tempo são extraídas e comparadas.



**Figura IV.2** Arranjo experimental para medição das propriedades acústicas do *Phantom* pelo método transmissão-recepção. O sinal de referência  $S_r$  aparece à esquerda (em branco) e o Sinal do *Phantom*  $S_p$  à direita (em vermelho) no osciloscópio (Maggi *et al.*, 2008).

#### IV.1.1.2 Análises dos Sinais

Com a obtenção de ambos os sinais no domínio do tempo foi desenvolvido um programa em LabView 7, onde o processamento deste sinal se realizou no domínio da frequência (aplicando o módulo da transformadas de Fourier de ambos os sinais), a fim de que se fosse calculada atenuação acústica destas amostras de *Phantom* para diferentes frequências de irradiação.

A análise do sinal tem como primeira etapa, a determinação da banda útil de frequência (- 6dB do valor de pico do sinal referência) e, dentro dessa faixa, dividindo os valores de amplitude do sinal referência pelo sinal atenuado (MAGGI *et al.* 2008).

O cálculo da atenuação segue a equação IV.1 onde ocorre a divisão do valor de pico dos espectros de amplitudes, do sinal não atenuado A, pelo sinal atenuado Ao. O valor da atenuação  $\alpha$  é dado em dB/cm e sendo x o valor da espessura do *Phantom*.

$$\alpha = \frac{20 \cdot \log \frac{A}{A_o}}{x} \quad (\text{IV.1})$$

A velocidade de propagação do *Phantom* (c) foi mensurada a uma temperatura ambiente de 25°C e calculada a partir do mesmo sinal no domínio do tempo, onde após encontrar o pico dos sinais de referencia e da amostra, tem-se a diferença temporal ( $\Delta t$ ) entre estes picos, dada pela equação IV.2 (Wells, 1977).

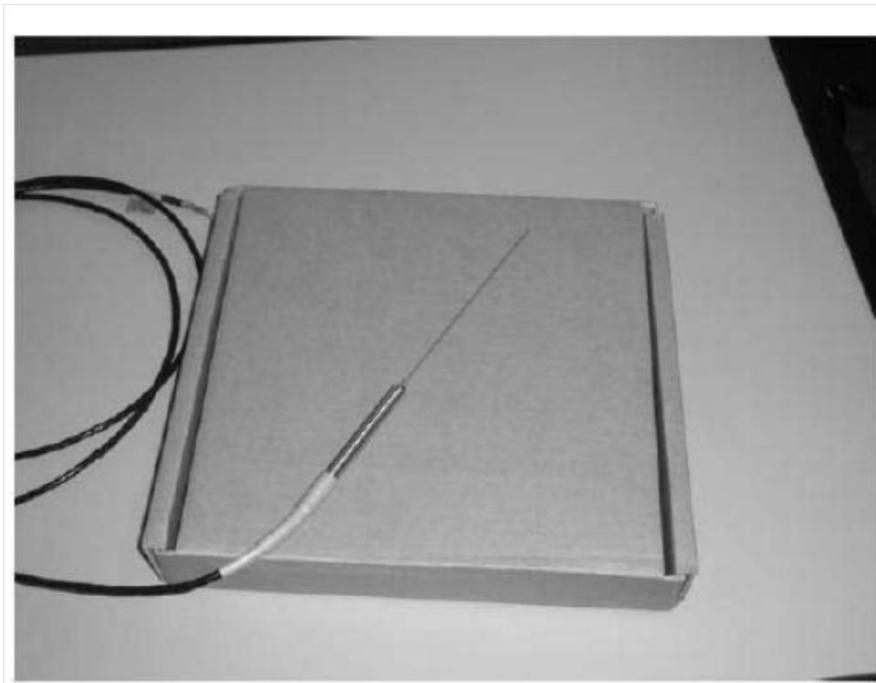
$$c = c_{H20} \cdot \left( \frac{\Delta_{tH20}}{\Delta_{tamostra}} \right) \quad (\text{IV.2})$$

onde,  $\Delta_{tamostra}$  é o tempo que o pulso leva para percorrer a espessura da amostra,  $\Delta_{tH20}$  é o tempo que o pulso leva para percorrer a mesma distância sem a amostra, e  $c_{H20}$  é a velocidade de propagação do som na água (1496 m/s) a 25°C (Fish, 1990).

## IV.1.2 – Medição das Propriedades Termofísicas

### IV.1.2.1 – Sonda Hukseflux TP-02

A sonda TP-02 do Laboratório de Tecnologia e Transmissão de Calor consiste de um tubo (agulha) de aço-inoxidável com 150 mm de comprimento e 1,5 mm de diâmetro externo, conectado a uma base também de aço-inoxidável, com 50 mm de comprimento e 10 mm de diâmetro externo, sendo apresentada na Figura IV.3.



**Figura IV.3 Sonda do LTTC utilizada para a medição da condutividade térmica do *Phantom*.**

O método clássico desenvolvido por Blackwell, (1954) supõe uma fonte linear, imersa em um meio infinito, isotrópico e homogêneo com temperatura inicial igual a  $T_o$ , cujas propriedades não variam com a temperatura. A transferência de calor por condução no meio é então formulada por:

$$\left( r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad r > 0 \text{ e } t > 0 \quad \text{(IV.1)}$$

com as seguintes condições de contorno e inicial:

$$T = T_o \quad \text{para } r \rightarrow \infty \text{ e } t = 0 \quad \text{(IV.2)}$$

$$2\pi r \frac{\partial T}{\partial r} = Q = cte \quad \text{para } r \rightarrow 0, t > 0 \quad \text{(IV.3)}$$

$$T = T_o \quad \text{para } r \geq 0, t > 0 \quad \text{(IV.4)}$$

onde  $\alpha$  e  $k$  são a difusividade térmica e a condutividade térmica do meio, respectivamente,  $Q$  é a potência dissipada por unidade de comprimento da fonte linear, a qual foi suposta constante. A solução do problema (IV.1), sujeita às condições de contorno (IV.1) e (IV.2) e a condição inicial (IV.4) é dada por:

$$T - T_0 = \frac{Q}{4\pi k} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} \partial u \quad (\text{IV.5})$$

onde,  $u = \frac{r^2}{4\alpha t}$  (IV.6)

Fazendo o uso da função integral exponencial (OZISIK,1993).

$$E_1(\xi) = -\gamma - \ln \xi - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (\xi)^n}{n \cdot n!} \quad (\text{IV.7})$$

Onde  $\gamma$  é a constante de Euler,  $\gamma=0,5772156649$  e  $\xi = \frac{r^2}{4\alpha t}$ , substituindo-se as equações têm:

$$T - T_0 \simeq \frac{Q}{4\pi k} \left[ -\gamma - \ln \frac{r^2}{4\alpha t} + \frac{r^2}{4\alpha t} - \frac{1}{4} \left( \frac{r^2}{4\alpha t} \right)^2 + 0 \left( \frac{r^2}{4\alpha t} \right)^3 - \dots \right] \quad (\text{IV.8})$$

Utilizando-se a hipótese de tempos longos, isto é  $T \gg \frac{r^2}{4\alpha t}$ , são desprezados os termos de ordem  $t^{-1}$  em diante, dessa forma a equação torna-se:

$$T - T_0 \simeq \frac{Q}{4\pi k} \left[ -\gamma - \ln \frac{r^2}{4\alpha t} \right] \quad (\text{IV.9})$$

Para a superfície  $r=a$ , pode-se escrever a equação como:

$$\Delta T(a, t) = T(a, t) - T_0 \simeq \frac{Q}{4\pi k} \left[ -\gamma - \ln \frac{r^2}{4\alpha t} \right] \quad (\text{IV.10})$$

Assim, em um gráfico de  $\Delta T(a, t)$  em função de  $\ln(t)$ , tem-se uma porção linear cujo coeficiente angular  $m=Q/4\pi k$ , para tempos longo.

Na agulha encontra-se o fio de resistência de aquecimento, assim como dois termopares tipo K ligados de modo a prover a diferença de temperatura entre a sonda e o

meio. Tal diferença de temperaturas é usada no cálculo da condutividade térmica com as equações (IV.11) e (IV.12).

$$k = \frac{Q}{4\pi m} \quad (\text{IV.11})$$

onde,  $m$  é o coeficiente angular, e  $Q$  a potência dissipada por unidade de comprimento da sonda, sendo considerada constante e dada por:

$$Q = I^2 \cdot R_{em} \quad (\text{IV.12})$$

onde,  $I$  é a corrente elétrica na sonda e  $R_{em}$ , a resistência elétrica por comprimento de sonda.

Na base encontra-se um sensor de temperatura PT-1000 para a medição da temperatura da junta dos termopares e que pode ser usado para a medição da temperatura real da sonda e do meio. Da base da sonda sai o cabo de conexão dos sensores de temperatura e da resistência elétrica.

A sonda TP02 é indicada para a identificação da condutividade térmica de materiais granulares, solos, pastas, fluidos viscosos, etc, com condutividade térmica entre  $0,1$  e  $6 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Para a medição da condutividade térmica do *Phantom*, a sonda foi totalmente inserida no meio de modo que a amostra do *Phantom* envolveu completamente sua região aquecida. Para tal fim, o raio deve ser de pelo menos  $40 \text{ mm}$ , a tensão aplicada deve ser de no máximo  $3 \text{ V}$  e a incerteza esperada nas medições é de  $\pm (3\%+0.02) \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ . No caso da sonda do laboratório, a resistência elétrica por unidade de comprimento da sonda é de  $75,72 \text{ Ohm/m}$ .

#### **IV.1.2.2 – Calorimetria Diferencial Exploratória - DSC**

Calorimetria diferencial exploratória (DSC) é uma técnica para medir a energia necessária para estabelecer uma diferença de temperatura de quase zero entre uma substância e um material de referência inerte que é uma técnica derivada da análise térmica diferencial (DTA). Consiste na medição da diferença de temperatura entre a amostra e uma substância inerte de modo térmico (referência), quando ambas são submetidas ao aquecimento ou ao resfriamento (PICCOLI *et al.*, 2006).

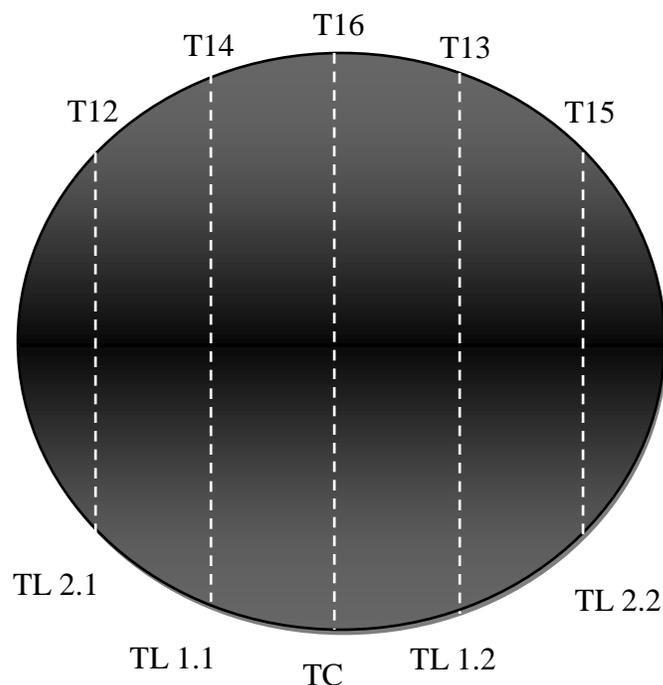
A DSC pode ser definida como uma técnica que mede as temperaturas e o fluxo de calor associado com as transições dos materiais em função da temperatura e do tempo. Tais medidas fornecem informações qualitativas e quantitativas sobre mudanças físicas e químicas que envolvem processos endotérmicos (absorção de calor), exotérmicos (sede calor) ou mudanças na capacidade calorífica. A DSC pode proporcionar informações sobre caracterização e medidas tais como: transição vítrea, temperatura e tempo de cristalização, ponto de fusão, calor específico, oxidação, pureza, estabilidade térmica, ponto de ebulição, grau de velocidade de cura, cinética de reação (PICCOLI *et al.*, 2006).

Neste trabalho, o experimento foi realizado no laboratório da Engenharia Química, onde foram extraídos os valores de calor específico da amostra do *Phantom* de tecido muscular.

#### **IV.2 – Montagem Experimental**

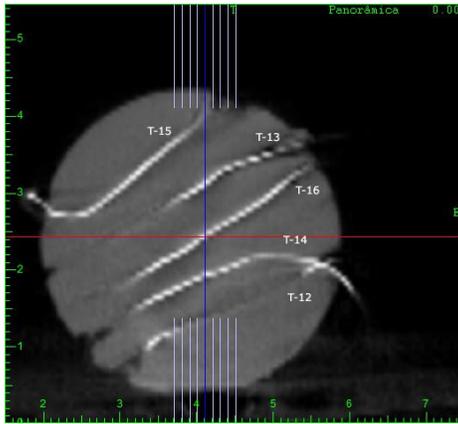
Um molde cilíndrico de raio 2,1 cm e altura de 8 cm foi desenvolvido, com o intuito de receber o *Phantom* mimetizador do tecido muscular. No interior desse *Phantom* foi introduzido uma matriz de termopar a 6 cm de profundidade, contendo 5 termopares tipo E (cromel-constantan), cujos certificados de calibração são apresentados no Anexo IX.2. O

esquema de seus posicionamentos no interior do *Phantom* para um corte frontal paralela a sua superfície é apresentado na figura IV.4, onde a distância entre o termopar central (TC) e os laterais (TL 1.1,1.2 e 2.1,2.2) foi de aproximadamente 5mm.

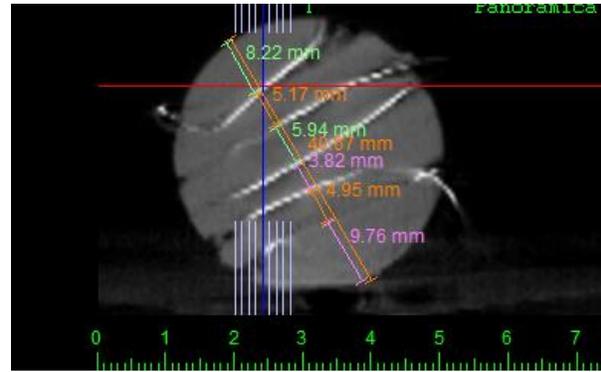


**Figura IV.4 – Representação esquemática da matriz de termopares mostrando os posicionamentos relativos dos mesmos em corte frontal. Onde a nomenclatura de cada termopar foi representada por T16 (TC), T12 (TL.1.1), T13(TL1.2), T14(TL 2.1) e T15 (TL.2.2).**

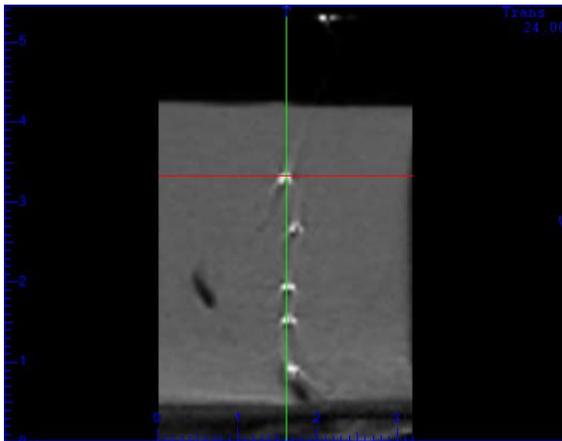
Após sua confecção, o *Phantom* foi submetido a uma tomografia 3D, realizado por um profissional experiente e capacitado na Clínica de Tomografia CEDT. Desta forma foram obtidas as posições exatas de cada um dos termopares, como mostra a figura IV.5.



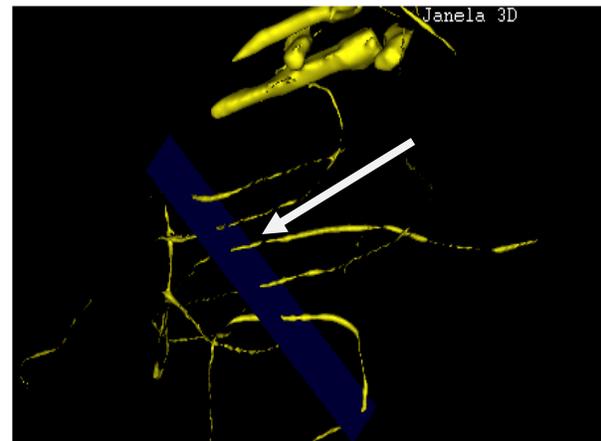
(a)



(b)



(c)



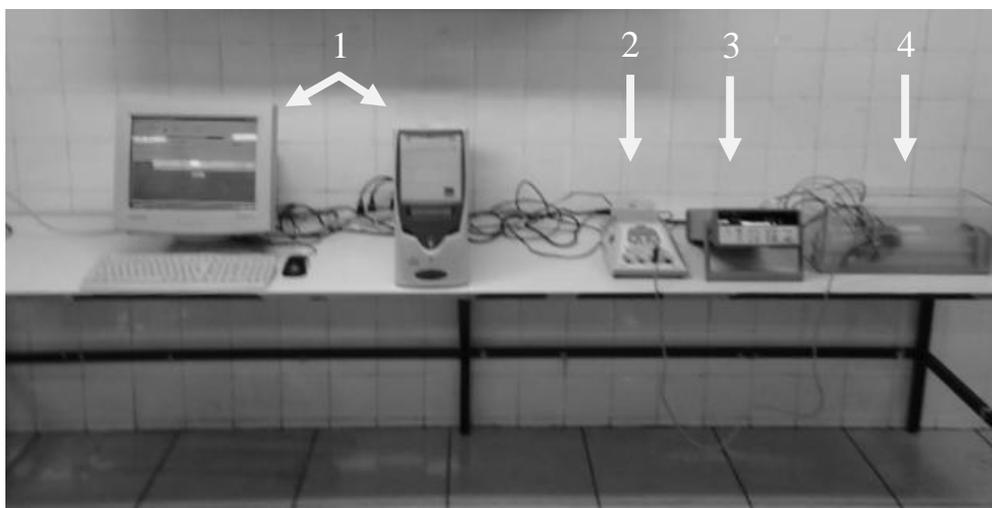
(d)

**Figura IV.5 a-d - Imagem tomográfica do *Phantom* em corte frontal (a e b), Panorâmico (c) mostrando apenas uma janela centrada nos termopares e 3D (d), onde são apresentadas as posições dos termopares no interior do *Phantom* cilíndrico.**

O equipamento ultrassônico utilizado foi da marca KLD, sendo o mesmo previamente calibrado por Omenna *et al.*(2009), operando em modo contínuo e com o transdutor alinhado de forma a seu eixo longitudinal ser perpendicular à face do *Phantom*, foram empregados dois transdutores com as frequências de 1 e 3 MHz respectivamente e intensidades de 1,0, 1,5 e 2,0 W/cm<sup>2</sup> para cada um. A duração total de cada experimento foi

de 30 minutos, sendo divididos em 1min sem irradiação, 5min de irradiação ultrassônica e 24min de resfriamento. Esse protocolo foi repetido por três vezes e os seguintes equipamentos foram utilizados para aquisição e processamento dos dados:

- **Computador PC**
- **Equipamento de Ultrassom para Fisioterapia (Avatar III – KLD)**
- **Transdutor de 1 MHz e 3 MHz (KLD)**
- **Agilent 34972A (Sistema de Aquisição de Dados)**
- **Placa Acústica Absorvedora Precision Acoustics APT-FLEX**

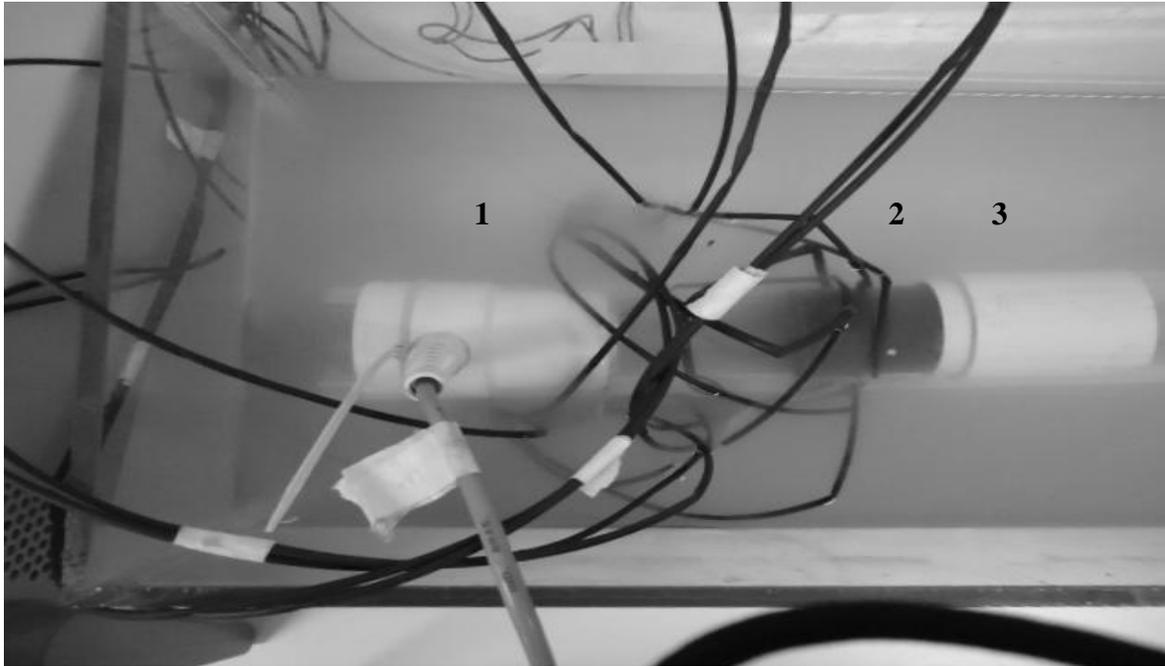


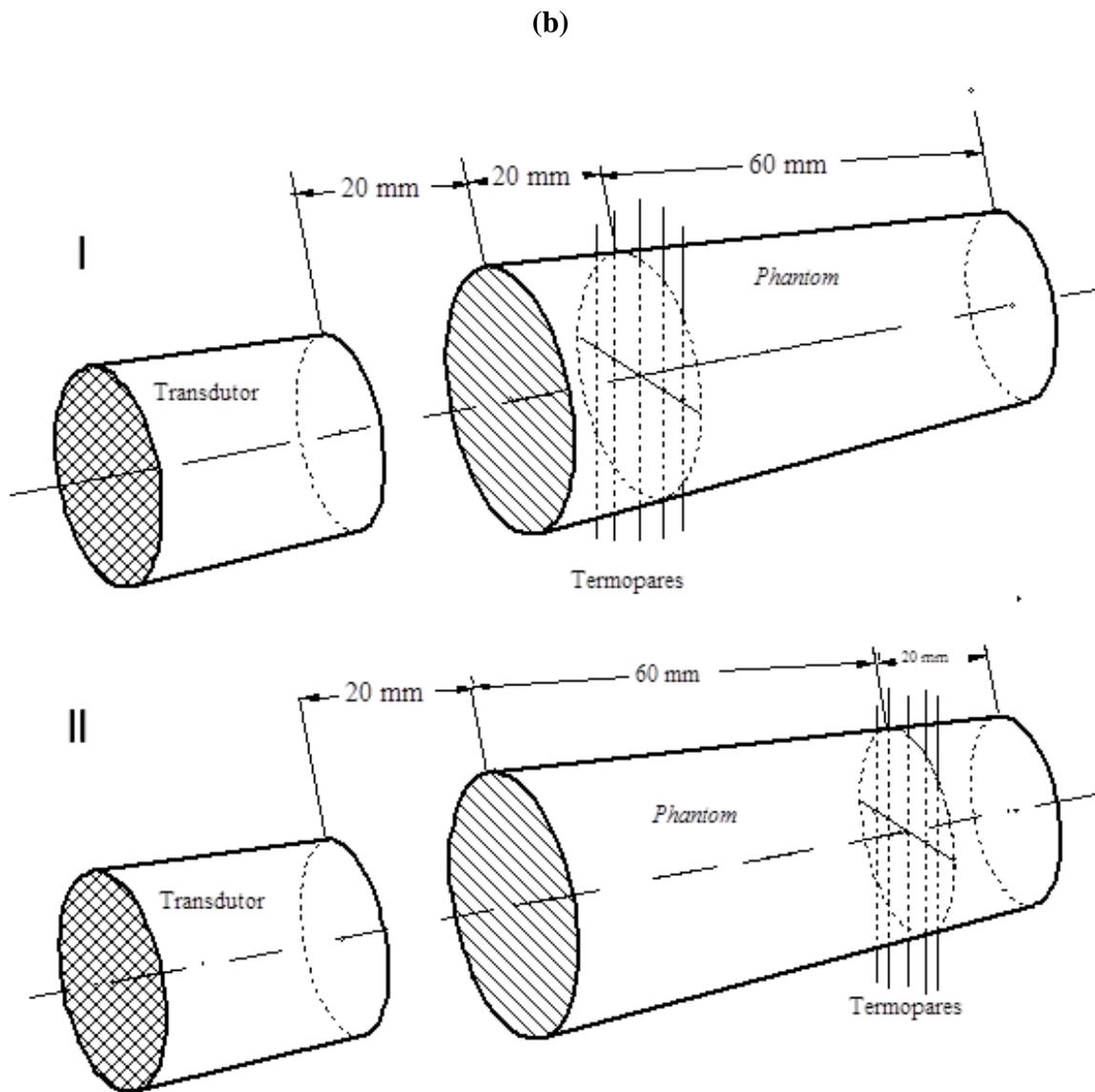
**Figura IV.6** Foto da montagem experimental onde da esquerda para direita temos o Microcomputador (1), equipamento de ultrassom de fisioterapia (2), Sistema de aquisição marca Agilent (3) e o tanque acústico (4); contendo o transdutor, *Phantom* e a placa acústica absorvedora em seu interior.

Nos ensaios o *Phantom* foi posicionado a 5 cm da face do transdutor. Uma vez que os termopares foram inseridos em um plano situado a 6 cm de profundidade em relação a uma face e a 2 cm em relação a outra foi possível medir o aquecimento a duas profundidades invertendo-se o *Phantom* em relação ao transdutor. Isto proporcionou o

estudo do aquecimento a profundidades distintas e em diferentes regiões do campo acústico.

(a)





**Figura IV.7 a e b - (a) Vista superior mostrando o interior do tanque acústico contendo (1) o transdutor alinhado com (2) o *Phantom* cilíndrico no interior do (3) posicionador de PVC e (b) com um diagrama esquemático mostrando a posição relativa entre o transdutor e phantom, assim como a localização dos termopares nas duas profundidades 20(b.I) e 60(b.II)mm.**

Os parâmetros experimentais de profundidade, intensidade e frequência ultrassônica são apresentados na tabela IV.1

**Tabela IV. 1 Protocolos experimentais realizados para mensurar o efeito do aquecimento gerado pelo ultrassom.**

Parâmetros utilizados nos Protocolo Experimentais			
Intensidade (W/cm <sup>2</sup> )	1,0	1,5	2,0
Frequência do Transdutor (MHz)	1,0	3,0	
Profundidade (cm)	2	6	

## V– Resultados

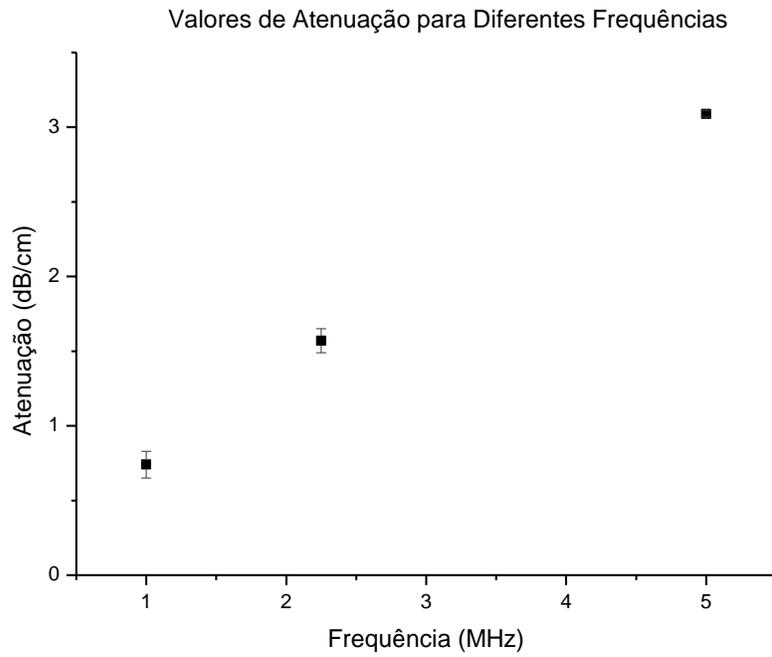
No presente capítulo são apresentadas as propriedades acústicas e termofísicas obtidas do material mimetizador de tecido muscular humano (*Phantom*), a solução direta dos problemas formulados no item III.4, as verificações e validações dos modelos e os resultados experimentais encontrados.

### V.1 – Propriedades Acústicas e Termofísicas do *Phantom*

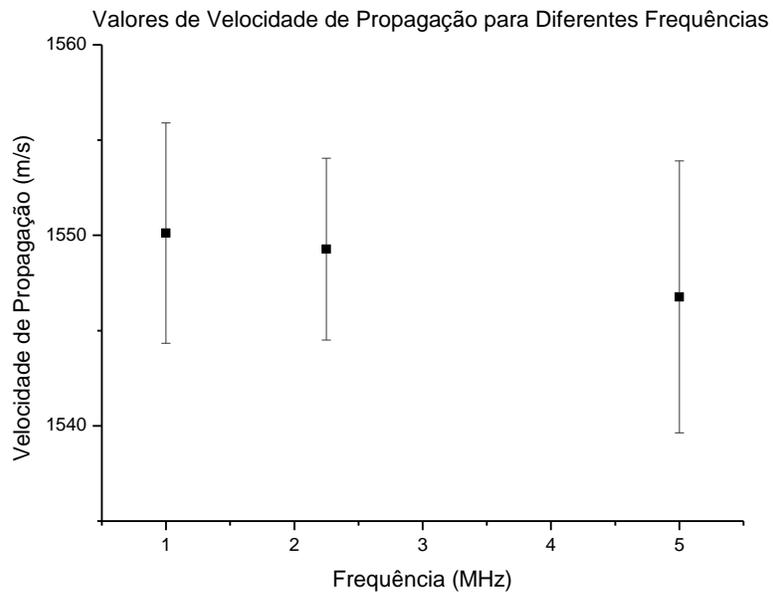
#### V.1.1 – Propriedades Acústicas do *Phantom*

Na Figura V.1.a e b, são apresentadas as propriedades acústicas (atenuação e velocidade de propagação) das 5 amostras cilíndricas de *Phantoms* de 3cm de diâmetro e 1cm de altura. O transdutores utilizados possuíam frequências nominais de 1, 2,25 e 5MHz respectivamente, a temperatura ambiente foi controlada em 25<sup>0</sup>C. O valor do coeficiente de atenuação foi estimado em  $y = 0,71x$  em dB.cm<sup>-1</sup>.MHz<sup>-1</sup> calculado a partir de uma interpolação obtida utilizando as médias dos valores de atenuação para cada uma das frequências e com um valor de R-quadrado de 0,983.

(a)



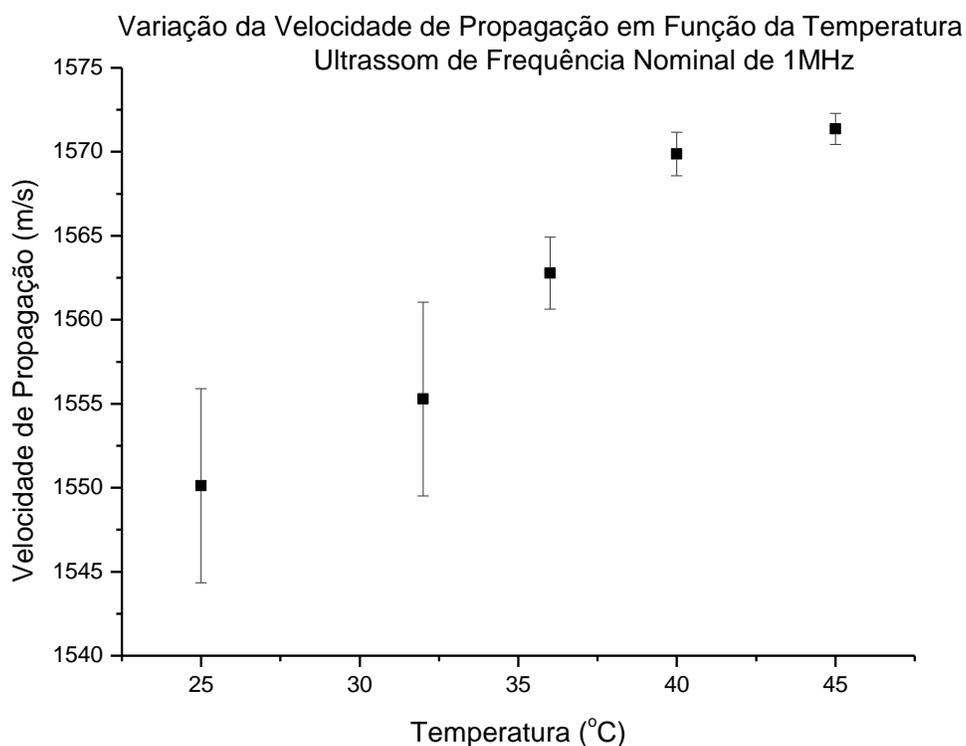
(b)



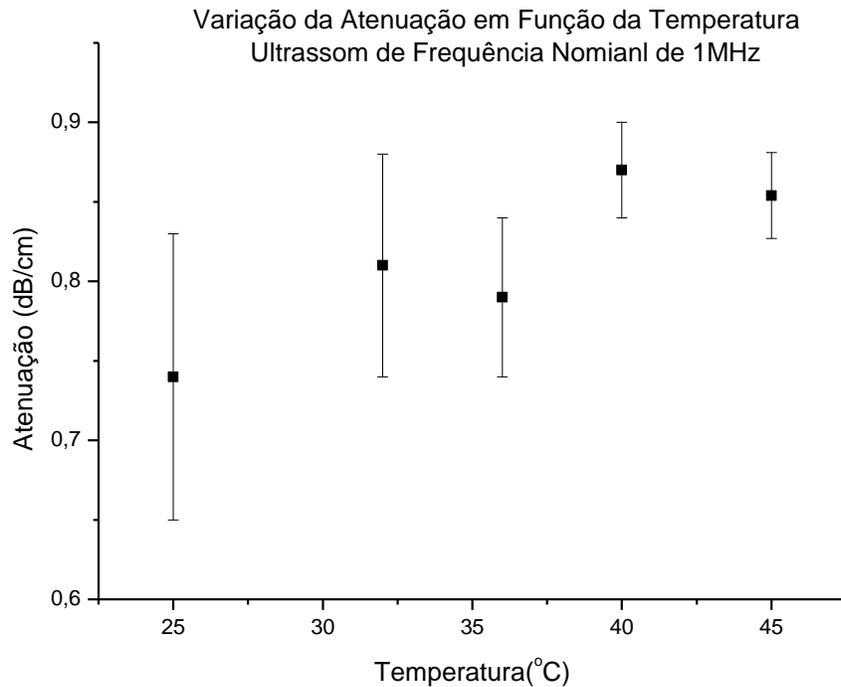
**Figuras V.1.a e b: Coeficiente de atenuação e velocidade de propagação, do ultrassom nos *Phantoms* para diferentes valores de frequência acústica.**

Os mesmos cinco corpos de prova foram submetidos a um aumento progressivo de temperatura de 25 °C até 45°C (o máximo permitido para tratamentos em tecidos humanos). Os valores do coeficiente de atenuação e velocidade de propagação são apresentados na Figura V.2.a e b. Foi observada uma tendência de aumento tanto na velocidade de propagação quanto no coeficiente de atenuação em função da temperatura. Pode-se atribuir diminuição da densidade como o fator determinante do aumento da velocidade. No que diz respeito a atenuação este poderia ser atribuído ao aumento do espalhamento gerado pelo aumento da agitação molecular em função da temperatura (Alvarenga *et al.* 2010).

(a)



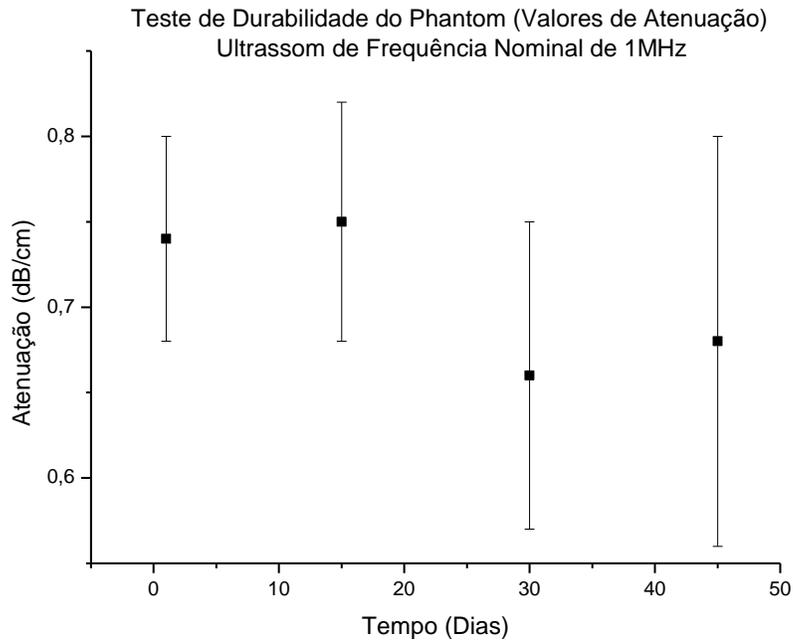
(b)



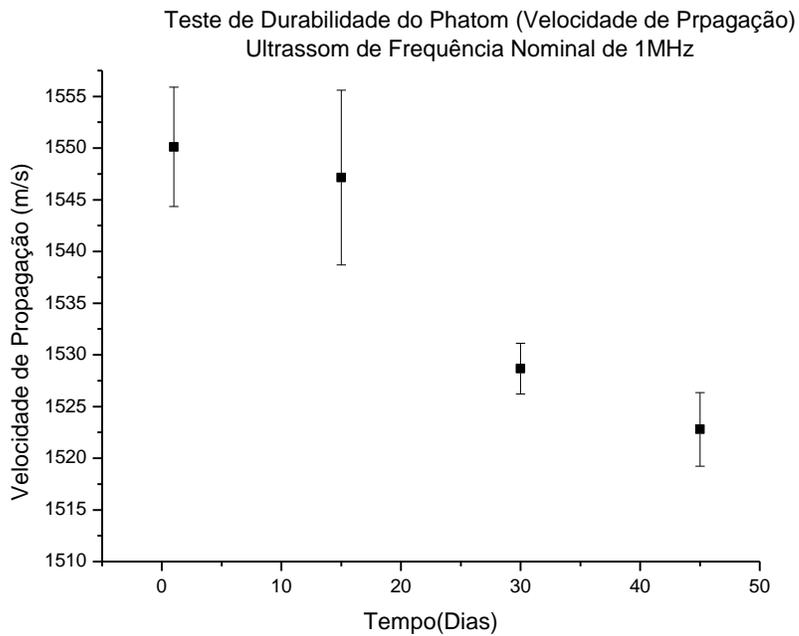
**Figuras V.2.a e b: Propriedades acústicas, velocidade de propagação(a) e coeficiente de atenuação(b), média e desvio padrão, dos *Phantoms* submetidos a um incremento de temperatura progressivo, nota-se que ambos apresentam tendência a aumentar em função da temperatura.**

Os mesmos corpos de provas utilizados para caracterização das propriedades acústicas foram guardados imersos em água destilada com glicerol e acetato de polivinila na mesma concentração empregada na confecção do *Phantom*. Conservados desta forma puderam ser reutilizados por um período de 45 dias a partir da data de fabricação. A estabilidade das propriedades acústicas foi verificada periodicamente utilizando-se uma montagem experimental onde foi empregado um transdutor de frequência nominal de 1MHz. Os resultados são apresentados na Figura V.3.a e b. Apesar dos cuidados empregados, houve uma deterioração progressiva das propriedades originais que pode ser atribuída a alteração das concentrações de água e glicerina, além disto foi também observado o crescimento de fungos no *Phantom* o que pode ter influenciado a atenuação.

(a)



(b)



**Figuras V.3.a e b: Coeficiente de atenuação e velocidade de propagação do ultrassom, média e desvio padrão, dos *Phantoms* ao longo de 45 dias. Pode-se observar o processo de deterioração das propriedades originais principalmente a partir dos primeiros 20 dias.**

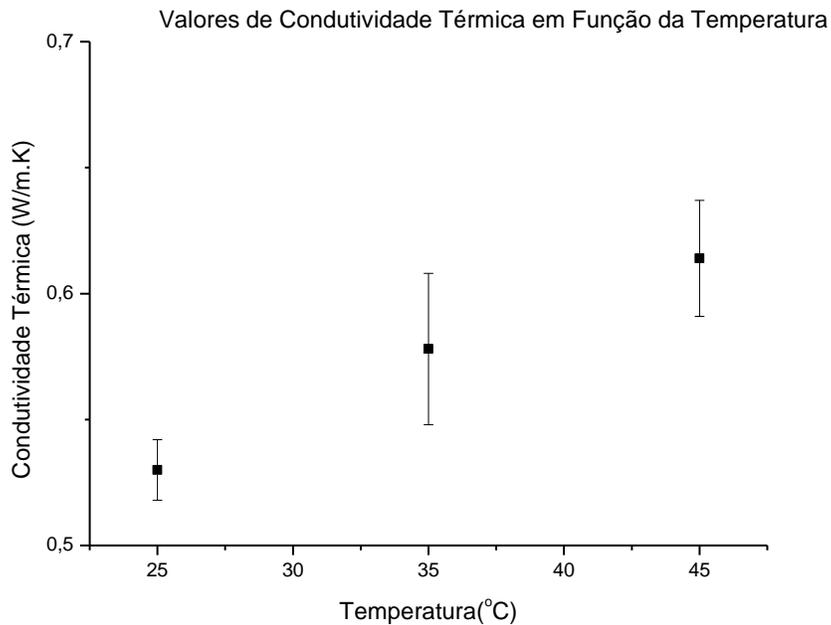
As propriedades acústicas (atenuação e velocidade de propagação) do tecido muscular e de corpos de prova confeccionados com o mesmo material do *Phantom* mimetizador de tecido muscular são sumarizadas na tabela V.1.

**Tabela V. 1 Propriedades acústicas do Tecido Muscular e do *Phantom*.**

	Propriedades Acústicas	
	Atenuação (dB/cm)	Velocidade de Propagação (m/s)
Músculo	0,6 - 1,6	1.542 - 1626
<i>Phantom</i>	1MHz 0,74±0,09	1MHz 1.550,12±5,78
	2,25MHz 1,57±0,08	2,25MHz 1.549,28±4,77
	5MHz 3,09±0,02	5MHz 1.546,77±7,14

### V.1.2 – Propriedades Termofísicas e densidade do *Phantom*

Na Figura V. 4, é apresentada os valores de média e desvio padrão das propriedade de condutividade térmica no Phantom em função da temperatura.



**Figuras V.4: Valores de condutividade térmica, média e desvio padrão, das amostras de *Phantoms* em função da temperatura, nota-se que ambos apresentam tendência a aumentar em função da temperatura.**

As propriedades de densidade e térmicas (condutividade e difusividade térmica) do tecido muscular e de corpos de prova confeccionados com o mesmo material do *Phantom* mimetizador de tecido muscular são sumarizadas na tabela V.2

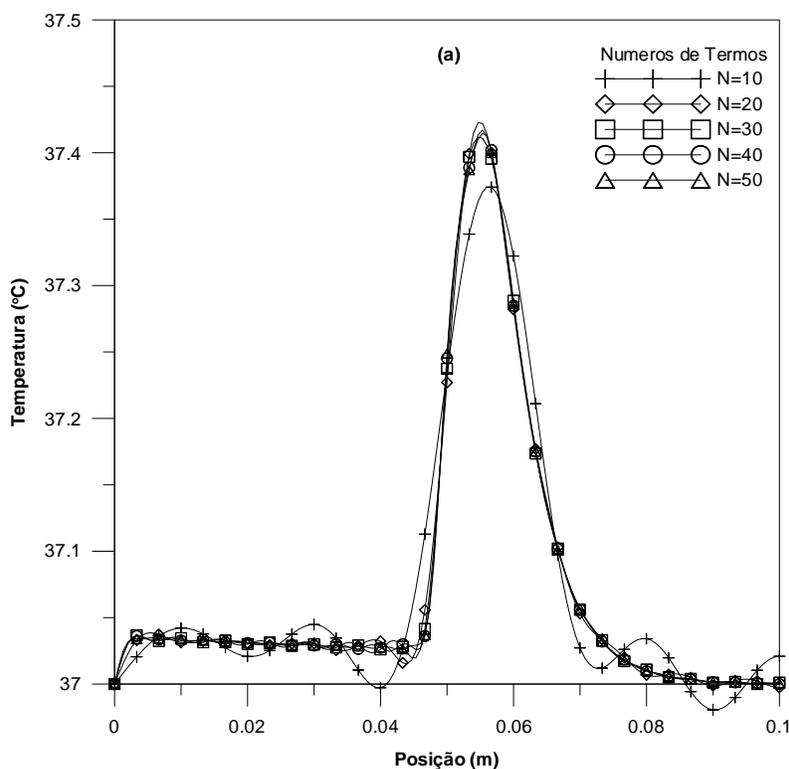
**Tabela V.2 Propriedades termofísicas do Tecido Muscular e do *Phantom* (Lin *et al.* 2000).**

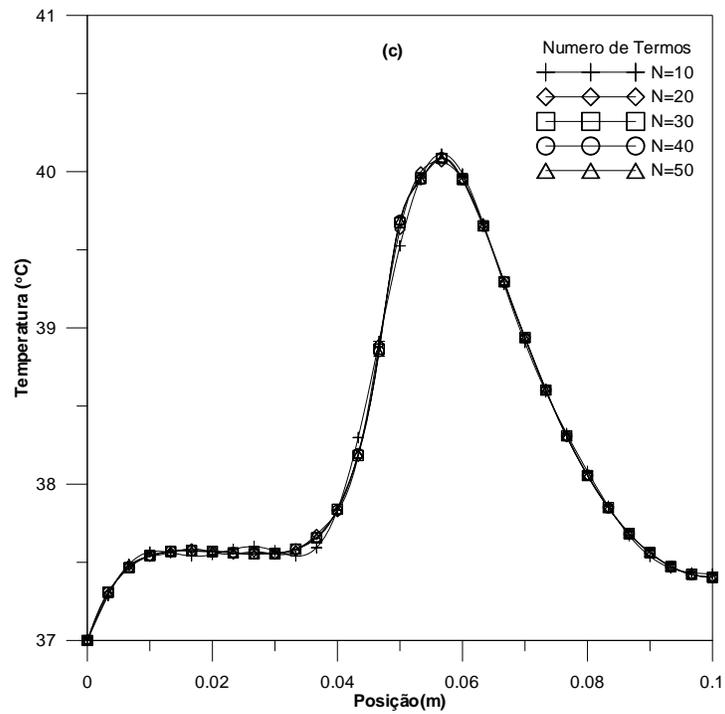
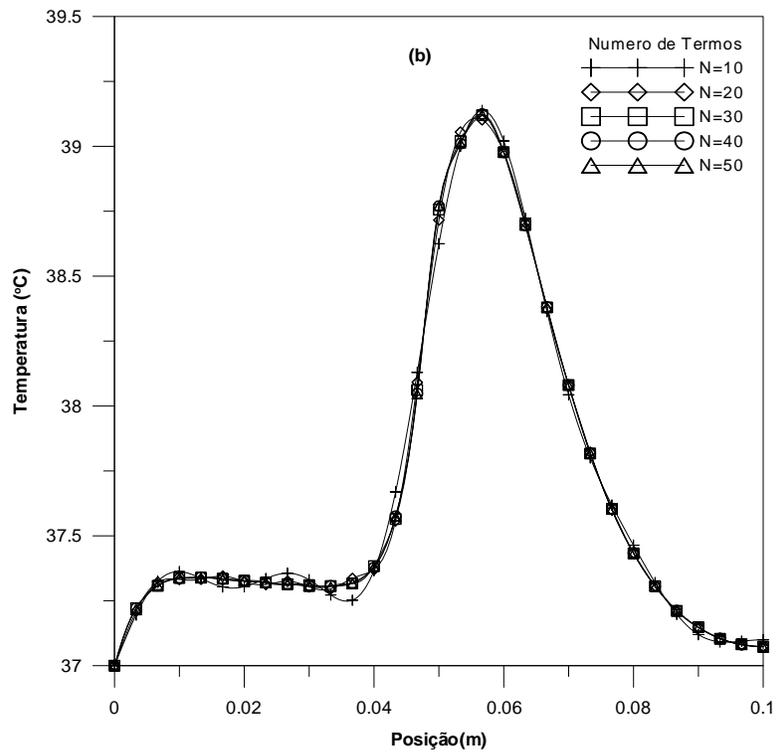
	Propriedades Termofísicas e Densidade		
	Condutividade $\text{W.m}^{-1}\text{.}^{\circ}\text{C}^{-1}$	Calor Específico $\text{J/Kg.}^{\circ}\text{C}$	Densidade $\text{Kg.m}^{-3}$
Músculo	<b>0,55</b>	<b>3.700</b>	<b>1.050</b>
<i>Phantom</i>	<b>0,58±0,2</b>	<b>3.200±200</b>	<b>1.070±15</b>

## V.2 –Análise Unidimensional do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom

Para ilustrar a influencia do número de termos na expansão representativa da temperatura foi empregada a condição de contorno (a – de isolamento) e o ângulo de incidência da onda na interface de  $0^\circ$  (caso 2 da Tabela III.1) para frequência de 1MHz. Nas Figuras V.5.a,b e c, são apresentadas as distribuições de temperatura em função do aumento do número de termos da expansão das autofunções, variando de  $N=10$  até  $N=50$ , para tempos de exposição ultrassônica de 12,5, 150 e 300s.

Os resultados obtidos pela GITT evidenciam o fato de que baixos tempos de exposição requerem um número maior de termos ( $N$ ) para se obter a convergência (Figura V.5.a). Além disso, observa-se o surgimento do pico de temperatura na região da interface músculo que pode ser atribuído a absorção da onda transversal.

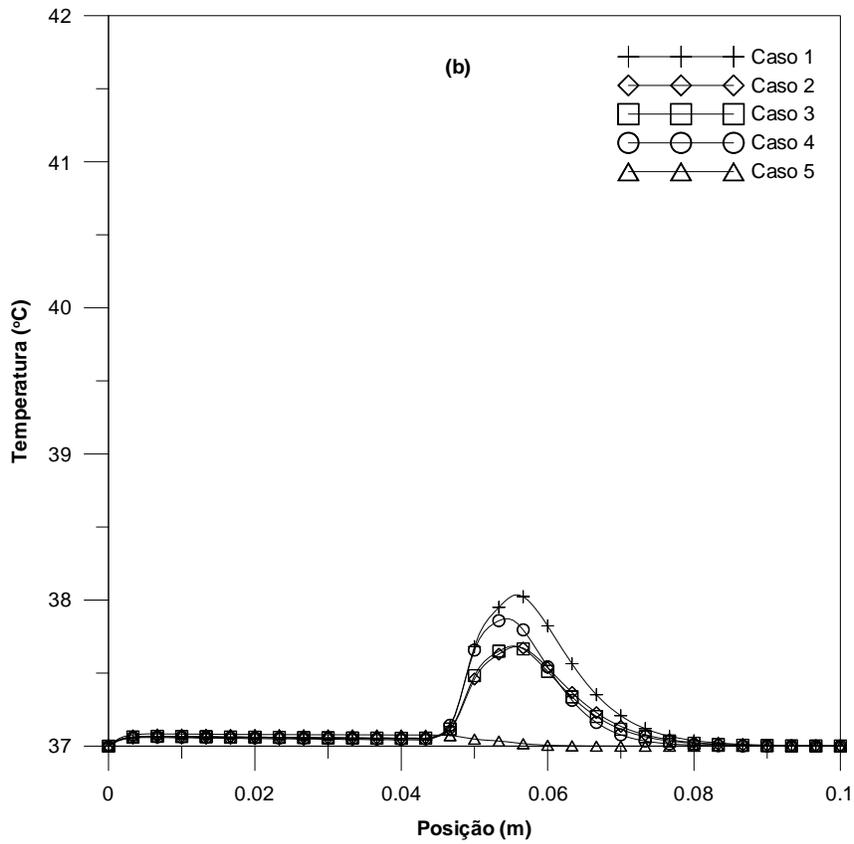
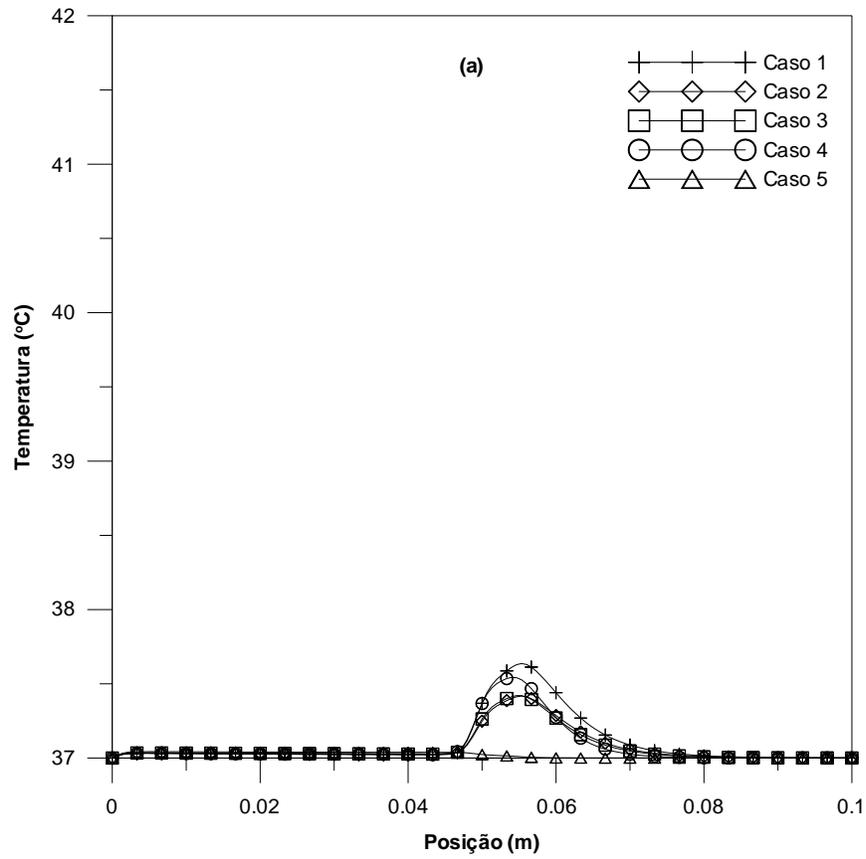


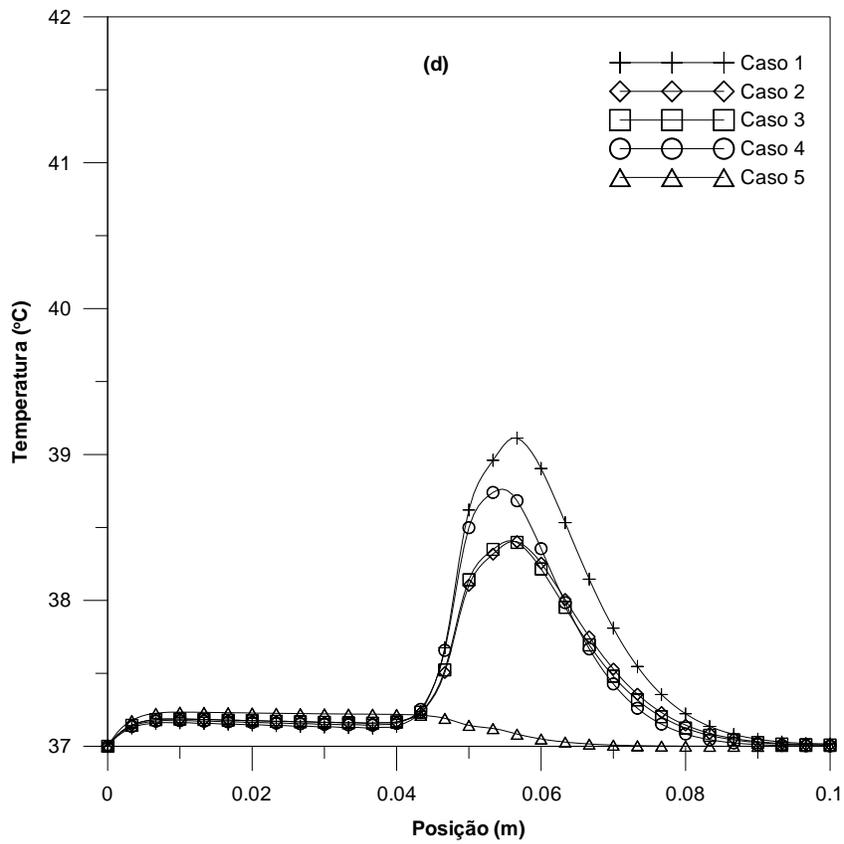
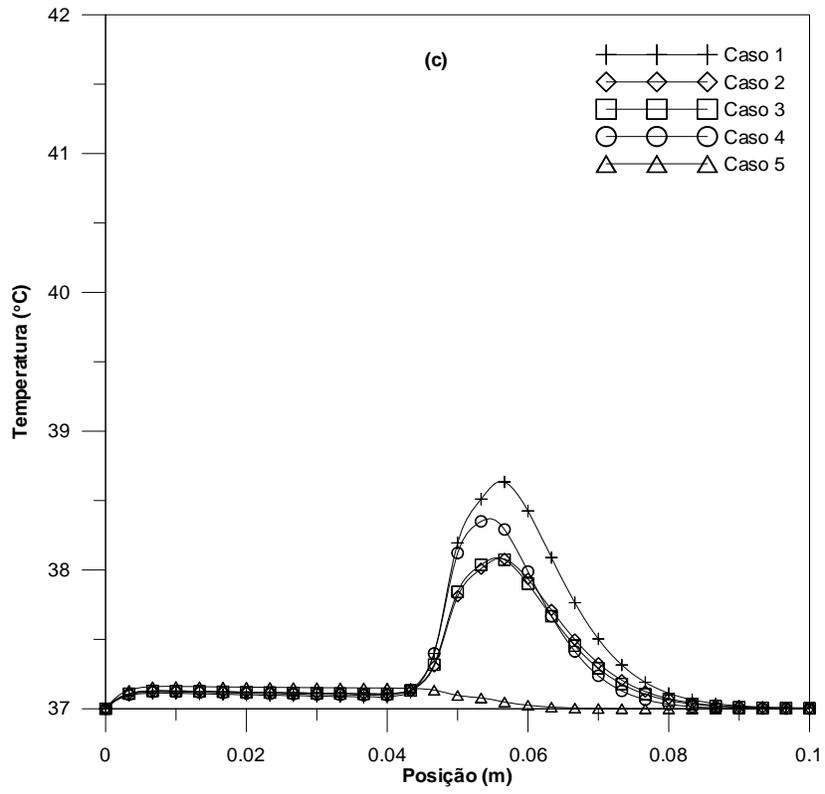


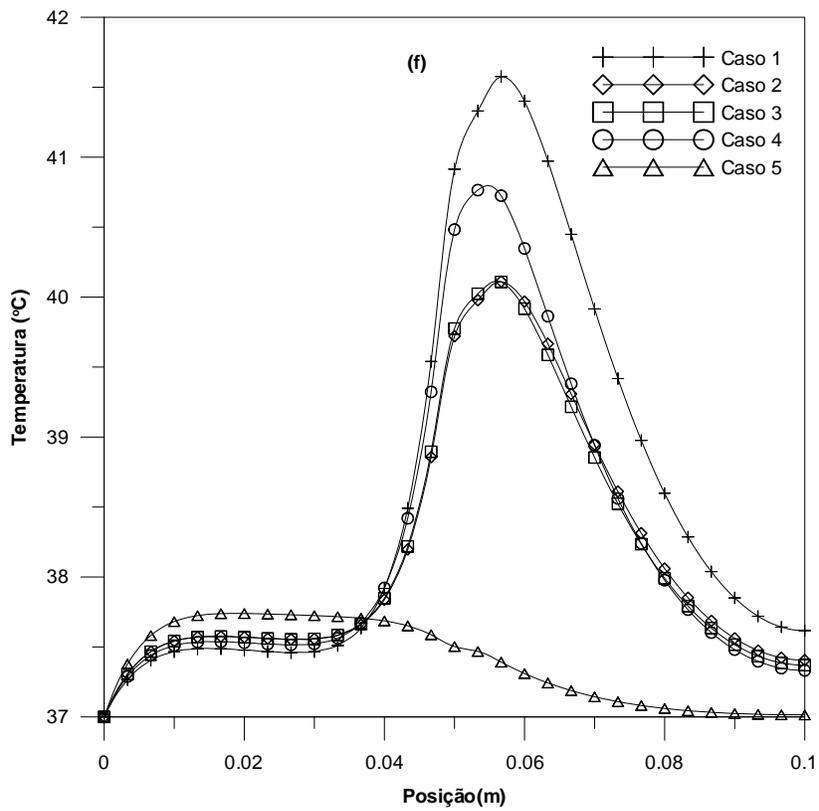
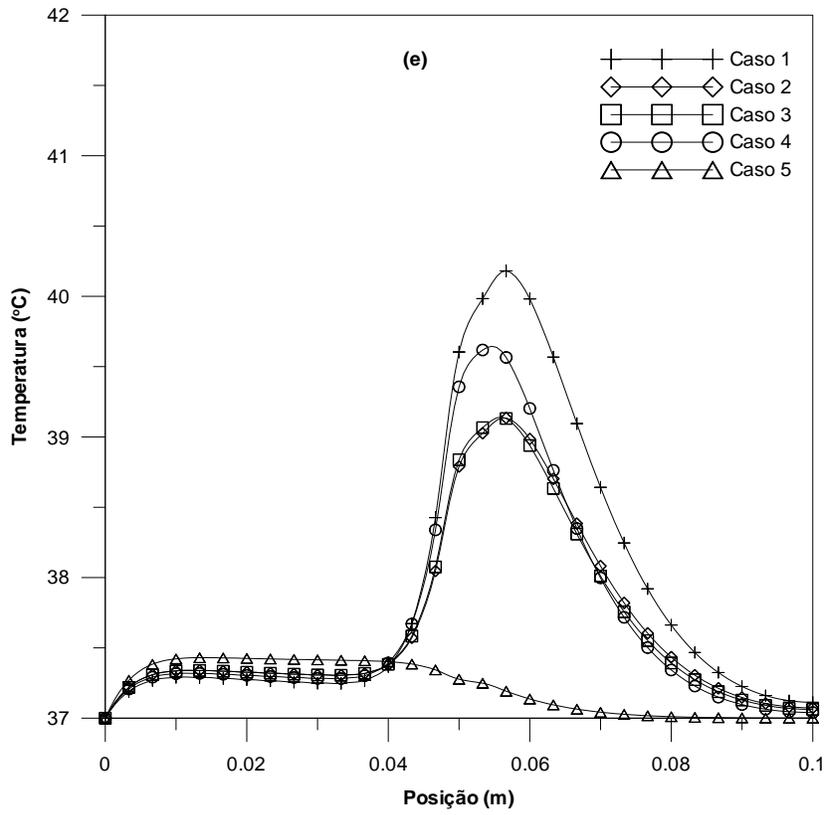
Figures V.5.a-c: Análise de convergência do campo de temperatura, variando os números de termos das autofunções para os tempos  $t=12,5, 150$  e  $300s$ , respectivamente, considerando o caso 2 da Tabela III.1.

O ângulo de incidência da onda na interface músculo/osso é um fator relevante no aquecimento próximo a esta interface, uma vez que a geração de ondas transversais (que são absorvidas mais rapidamente) é dependente deste ângulo. Foram simulados 5 casos nos quais o ângulo de incidência variou de acordo com a Tabela III.1. Na simulação, foram empregados tempos de exposição de 12,5, 25, 75, 150 e 300s (regime transiente) e para altos tempos de exposição (regime permanente), e intensidade de  $0,1 \text{ W/cm}^2$  a 1MHz.

Tendo-se em conta que o caso 1 é apenas teórico (ideal), pode-se considerar que o caso 4, onde 20% da energia é refletida e o restante da energia refratada forma a onda transversal no interior do osso, apresenta o pico máximo de temperatura próximo a esta interface em relação aos demais casos, também pode-se verificar que, para os casos 2 e 3, os picos de temperatura localizam-se praticamente na mesma região e seus valores muito próximos. Para o caso 5, onde não há energia depositada na interface, devido a energia ser totalmente refletida nessa região, o aquecimento gerado está localizado no músculo (Figura V.6.a-f).

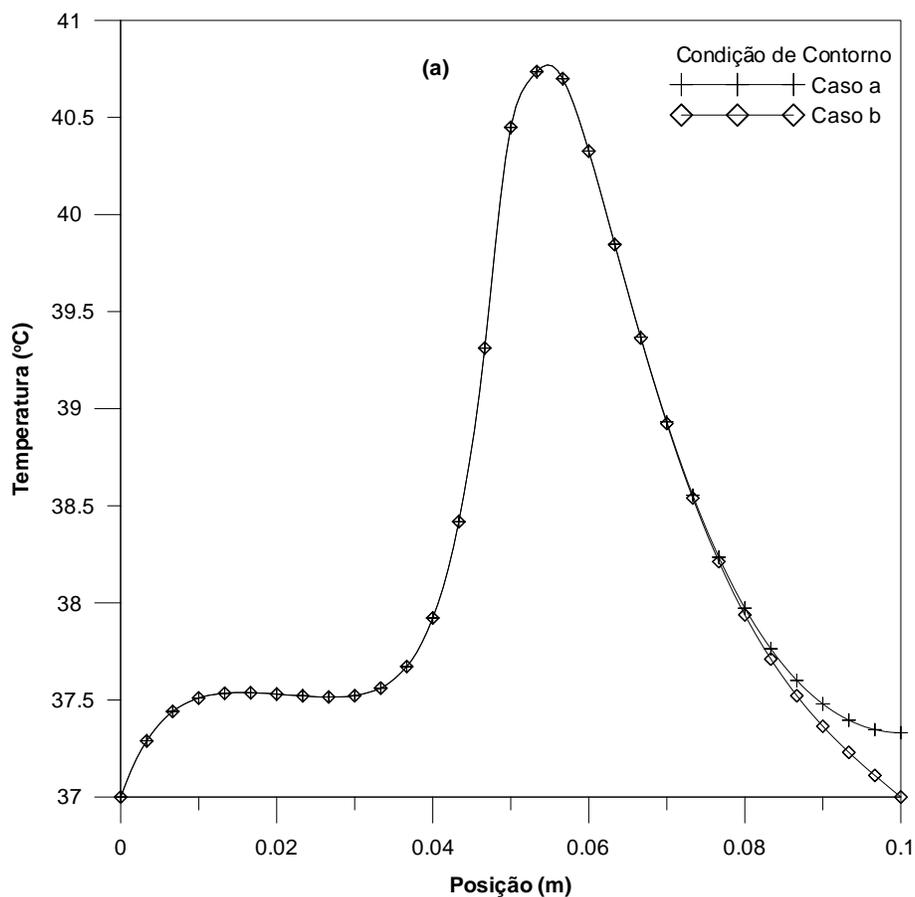


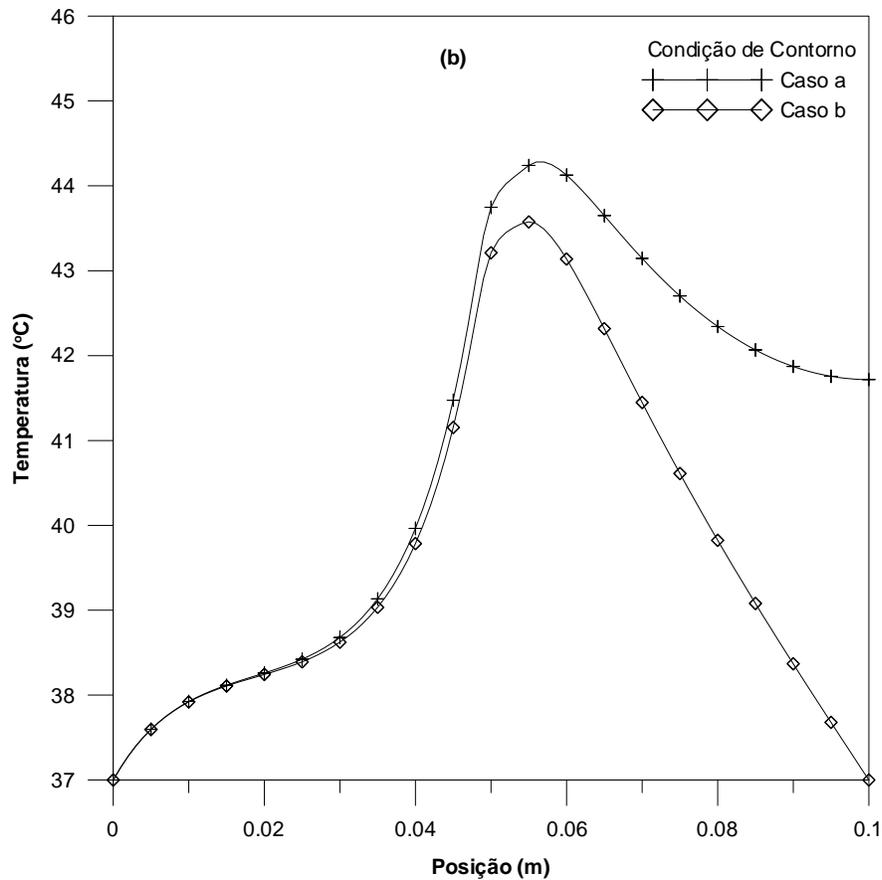




**Figuras V.6.a-f** Distribuição da temperatura ao longo do tecido para os 5 casos da Tabela III.6.1, usando a frequência de 1MHz e os tempos de: a) 12,5 s, b) 25 s, c) 50 s, d) 75 s, e) 150 s, e f) 300 s.

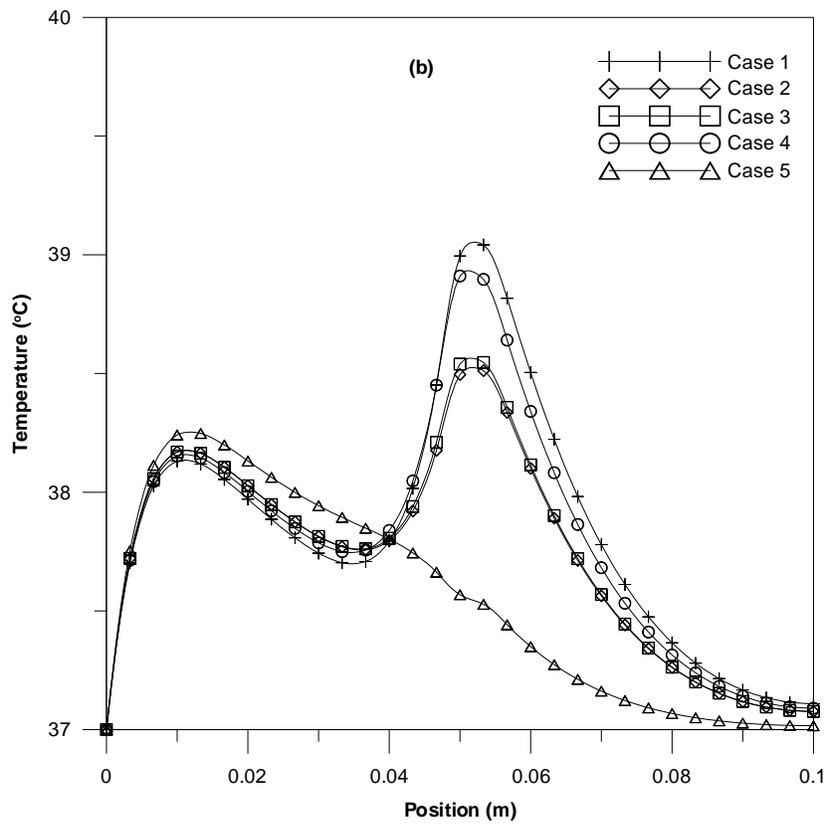
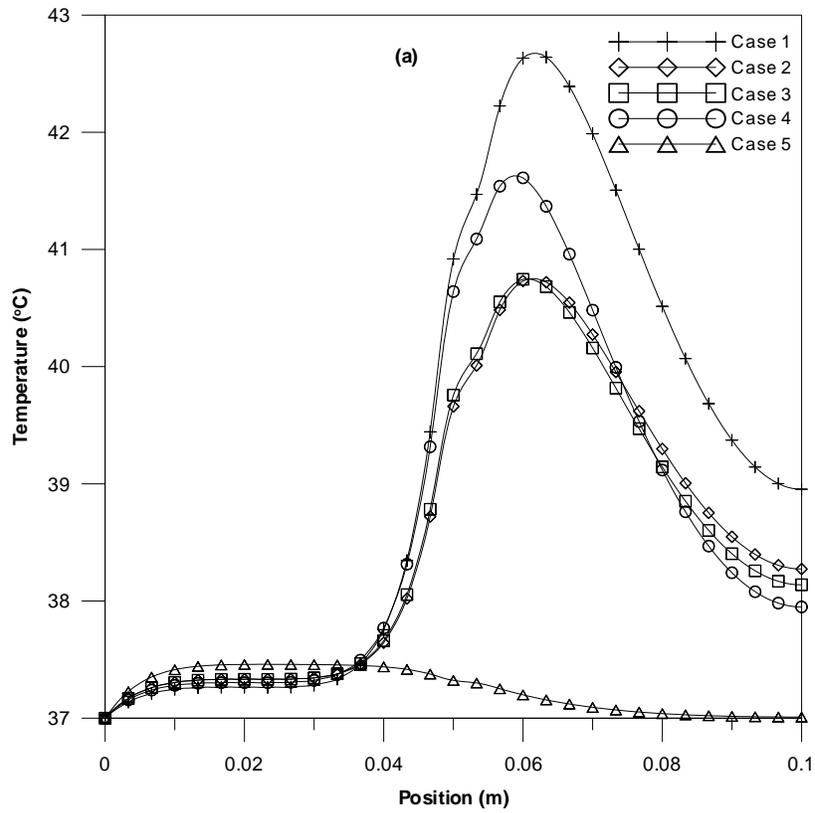
Para observar a influencia das condições de contorno (isolamento, caso a, e temperatura prescrita na parede, caso b) empregou-se o caso 4, mantendo-se os mesmos parâmetros acústicos e termofísicos do tecido em regime tanto transiente (Figura V.7.a) quanto permanente (Figura V.7.b). Na Figura V.7.a, observa-se, que, em 300s de irradiação, ocorre uma pequena diferença de temperatura próximo ao contorno ( $z=L$ ), já para o regime permanente, uma significativa variação já é observada a partir da região da interface (Figura V.7.b).





**Figuras V.7.a-b** Efeito da condição de contorno em  $z=L$ , para (a) estado transiente em  $t=300s$  e (b) estado estacionário, usando uma frequência igual a 1,0 MHz.

Para estudar a influencia da frequência foram empregados em regime transiente ( $t=300s$ ) os mesmos parâmetros termofísicos e acústicos variando-se apenas a frequência ultrassônica (0,5 MHz e 3 MHz), utilizando a condição de contorno (a) e comparando o comportamento para os diferentes ângulos de incidência da tabela III.1. É possível notar que para a frequência de 0,5MHz, o maior aumento de temperatura ocorre na região da interface. Para 3MHz o pico de temperatura da interface diminuí e surge um pico secundário de temperatura na região muscular que poderia ser atribuído à maior absorção próxima da superfície de irradiação.



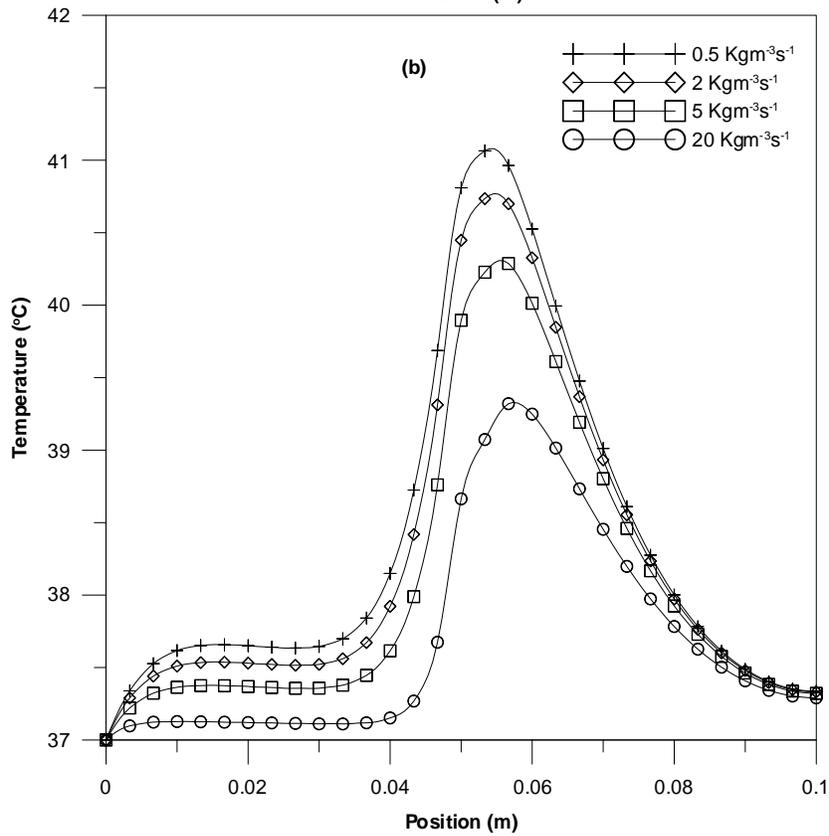
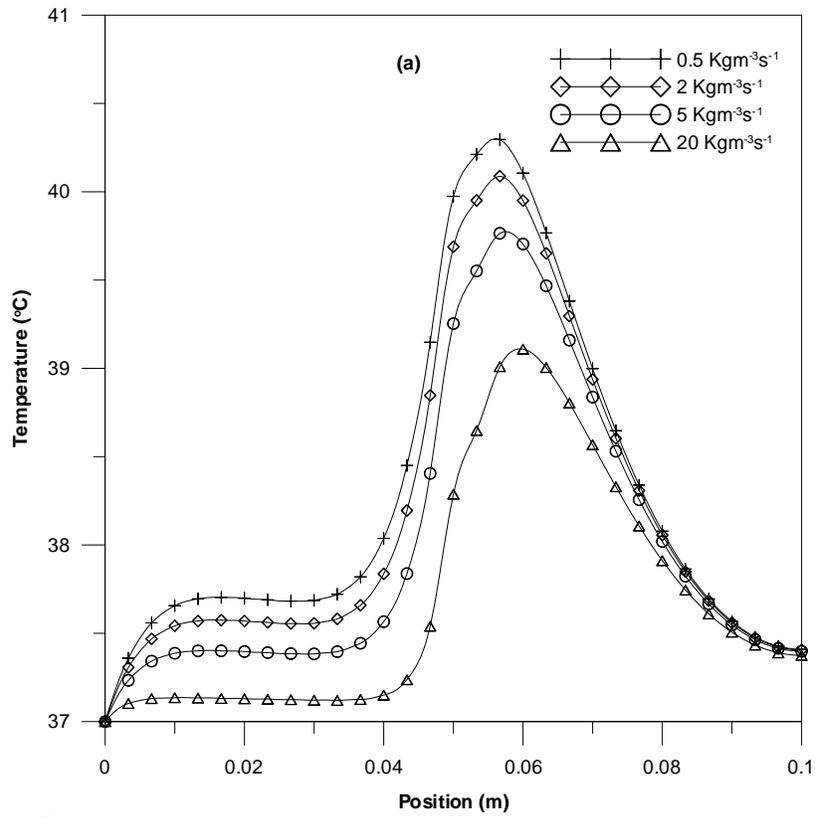
Figuras V.8.a e b. Distribuição da temperatura ao longo do eixo de propagação em regime transiente ( $t=300s$ ), para frequências de irradiação de (a) 0,5 MHz e (b) 3 MHz.

Para comparar os aquecimentos gerados por ultrassom em regime permanente e diferentes frequências, ângulos de incidência e condições de contorno foram sumarizados na Tabela V.3. Deve-se assinalar que independente do angulo de incidência os maiores aumentos de temperatura, próximas a interface, ocorreram em frequências mais baixas com exceção do caso 5 onde não ocorre a geração de onda transversal, tendo sido observado incremento maior que 8°C, quando observado o caso 1, e que a condição de contorno pode levar a diferenças maiores que 3°C.

**Tabela V.3. Valores de Temperatura máxima em regime permanente para diferentes condições de contorno e frequências.**

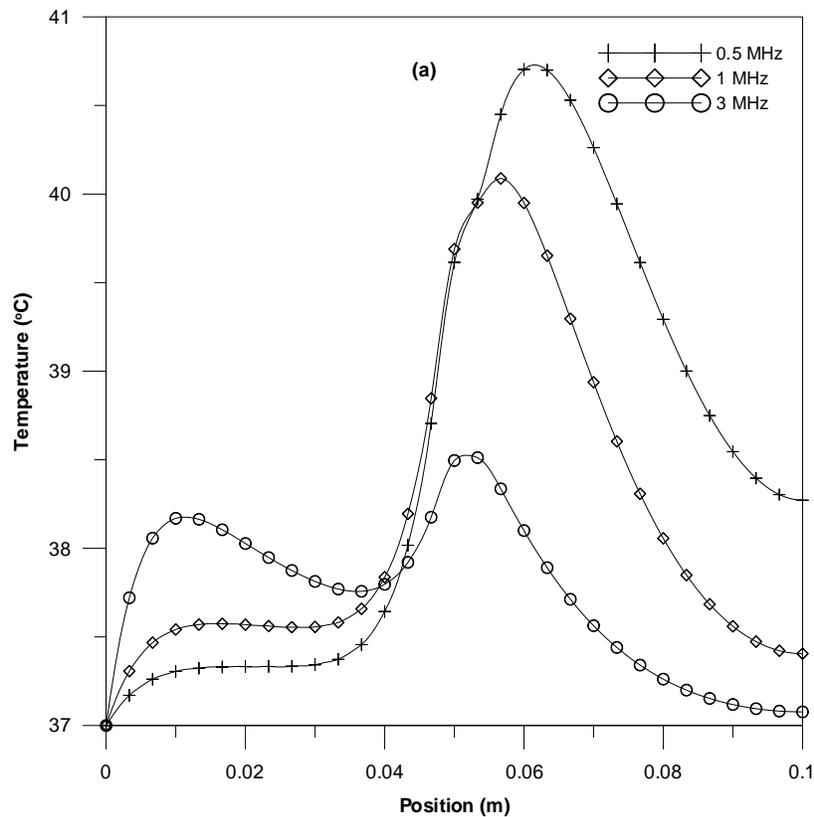
Condição de Contorno	Regime Permanente														
	0,5MHz					1MHz					3MHz				
	Casos da Tabela III.6.1														
	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V
A	<b>49,69</b>	45,47	45,28	<b>46,54</b>	37,99	<b>46,05</b>	43,30	43,24	<b>44,28</b>	38,57	<b>41,09</b>	40,21	40,27	<b>40,90</b>	39,29
B	<b>46,50</b>	43,39	43,41	<b>44,85</b>	37,99	<b>44,84</b>	42,50	42,50	<b>43,58</b>	38,56	<b>40,80</b>	39,98	40,05	<b>40,63</b>	39,29

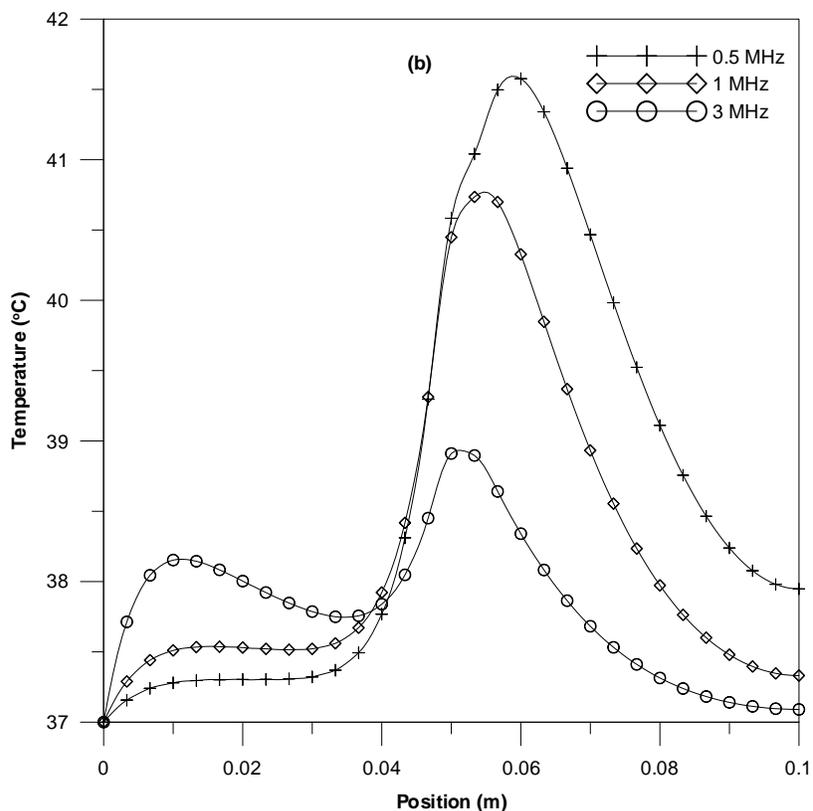
A perfusão sanguínea pode ser considerada como um importante fator na distribuição de temperatura nos tecidos vivos, como mostrado nas Figuras V.9.a e b onde foram consideradas diferentes taxas de perfusão muscular de 0,5 a 20 kg m<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup> para os casos 2 e 4 e a condição de contorno (a). Pode ser notado que, para baixa perfusão, existe um aumento de temperatura não somente na região muscular, mas principalmente na região da interface, isto reforça que o aumento da perfusão oferece uma maior dificuldade de superaquecimento ósseo. Além disso, à medida que a perfusão é aumentada, há uma mudança no pico de temperatura da região de interface músculo/osso para a região esponjosa/medular.



Figuras V.9.a e b. Distribuição de temperatura através das camadas teciduais em  $t=300\text{s}$  para os casos 2(a) e 4(b), respectivamente, usando 1MHz e taxa de perfusão muscular variando de 0,5 a 20  $\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$ .

Para ilustrar o fato de que frequências menores tem maior poder de penetração nos tecidos utilizou-se em regime transiente e condição de contorno do tipo a (isolado) para os casos 2 (Figura V.10.a). e caso 4 (Figura V.10. b) frequências de 0.5, 1 e 3 MHz. Este resultado é sumarizado na tabela V.4 onde são apresentadas a posições dos picos de temperatura correspondentes a cada frequência que mostram um percentual de variação de posição, entre a maior e a menor frequência, maior que 10%, este efeito é mais evidente para altas frequências, quando surge um segundo pico de temperatura na região muscular acompanhado pela diminuição do aquecimento na região de interface (Fig. V.2.6).



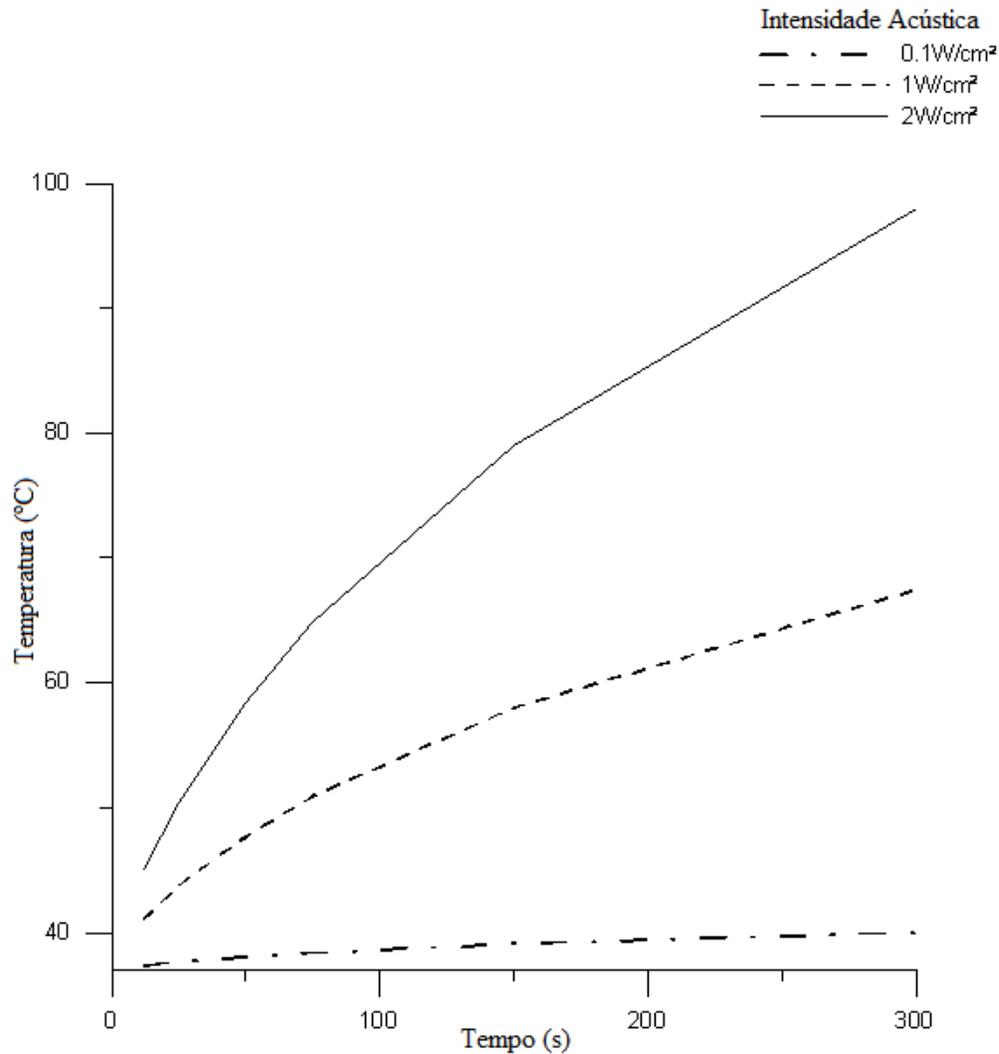


**Figuras V.10.a e b. Distribuição da temperatura através das camadas teciduais para os casos 2 e 4 da tabela III.6.1, respectivamente, para frequência ultrassônica de 0,5, 1 e 3MHz com taxa de perfusão muscular de  $2 \text{ Kg m}^{-3}\text{s}^{-1}$ .**

**Tabela V.4. Valores dos Picos de Temperatura e suas respectivas posições para frequência ultrassônica de 0,5, 1 e 3MHz para o caso 2 da tabela III.1.**

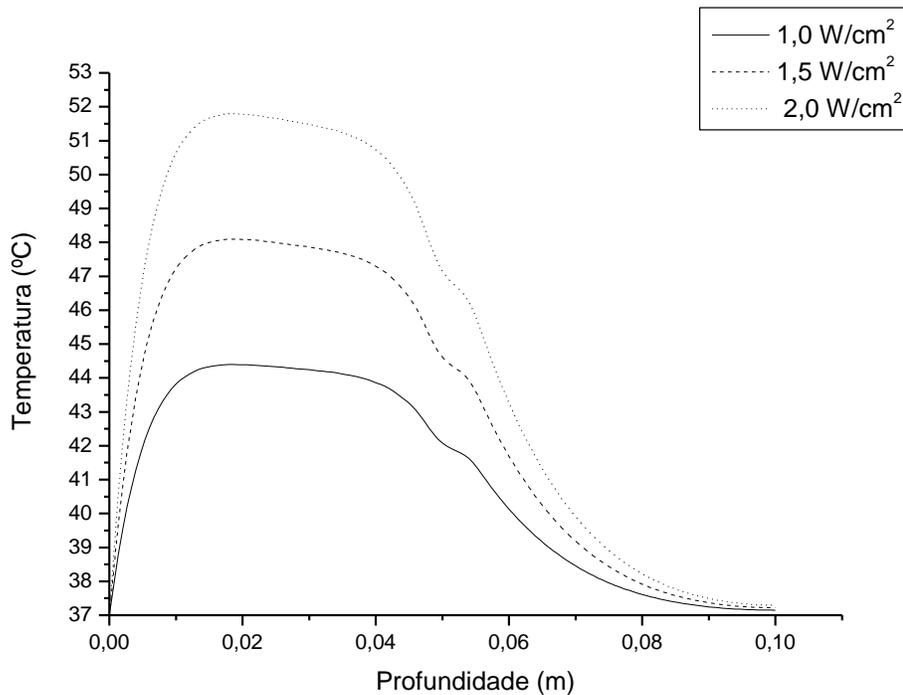
	Frequência Ultrassônica		
	0.5 MHz	1 MHz	3 MHz
Picos de Temperaturas (°C)	<b>41,58</b>	<b>40,64</b>	<b>38,79</b>
Posição (m)	<b>0,059</b>	<b>0,055</b>	<b>0,051</b>

O comportamento do perfil de temperatura através da interface músculo-osso, irradiada em modo contínuo, frequência de 1MHz e para três diferentes intensidades, é apresentado na figura V.11. Observa-se que mesmo para tempos de irradiação menores que 60 segundos os níveis de segurança são superados para as intensidades de 1 e 2  $\text{W/cm}^2$ .



**Figura V.11** Distribuição da temperatura na região da interface músculo osso, para o caso 4 da tabela III.6.1 em um tempo máximo de irradiação de 300s. Foram simulados diferentes intensidades terapêuticas em modo contínuo e usando frequência de irradiação de 1MHz.

Contudo, ao ser considerada a incidência ultrassônica oblíqua à superfície muscular (onde o ângulo crítico de incidência de 60), nota-se que se utilizando 300s de irradiação, o perfil de temperatura através da região muscular mantém níveis próximos aos de tratamento, onde a cerca de 2 cm de profundidade a temperatura no músculo atinge respectivamente 44,4 48,1 e 51,8 °C para intensidades de 1,0 1,5 e 2,0 W/m<sup>2</sup> após 300 s de exposição. Esta observação indica ser possível planejar protocolos terapêuticos de aplicação para lesões musculares.



**Figura V.12** Distribuição da temperatura em função da profundidade, para o caso 5 da tabela III.6.1 em um tempo máximo de irradiação de 300s. Foram simuladas diferentes intensidades terapêuticas em modo contínuo e usando frequência de irradiação de 1MHz.

### **V.3 – Análise Bidimensional em Coordenadas Cilíndricas do Padrão de Aquecimento Gerado pelo Ultrassom.**

A análise bidimensional seria uma evolução natural da unidimensional, uma vez que nesta não é assumida uma onda plana e que existe uma distribuição radial da energia acústica além de difusão radial de calor, o que a aproxima do caso real quando se investiga a influencia do padrão de aquecimento gerado pelo ultrassom, durante a prática terapêutica.

Partindo-se da análise unidimensional, pode-se tomar a equação V.1 (repetida abaixo para facilitar a leitura) que relaciona a onda incidente às ondas refletida e refratada

na interface músculo e osso e a potencia ultrassônica depositada na região muscular e óssea ao longo do eixo z.

$$q(z) = 2\mu_m I(0) \cdot [e^{-2\mu_m z} + R \cdot e^{-2\mu_m (2z_b - z)}] \quad (\text{V.1})$$

Onde,  $q(z)$  é a função da fonte de calor sendo,  $I(0)$ , a intensidade ultrassônica na região muscular,  $\mu_m$ , o coeficiente de atenuação muscular e  $z_b$ , a espessura da camada muscular até a interface óssea e  $R$  o coeficiente de reflexão, relacionado ao ângulo de incidência ultrassônica para as ondas refletidas.

No intuito de simplificar a análise, não foi considerado o efeito da perfusão e do anteparo ósseo, levando-se em conta apenas variações de frequência, intensidade e o posicionamento do transdutor apenas no eixo normal em relação à superfície do *Phantom*, para  $R$  e  $S$  iguais a 0, assim a equação V.3.1 na região Muscular ( $0 \leq z < Z$ ) torna-se:

$$q(z) = 2\mu_m I(0) \cdot [e^{-2\mu_m z}] \quad (\text{V.2})$$

A partir do mapeamento do campo acústico do mesmo transdutor realizado por Omena *et al.* (2009) foi possível encontrar, através de uma interpolação, uma função polinomial (V.3) que descreve a distribuição radial do mesmo transdutor utilizado experimentalmente, a 8 cm da face do transdutor.

$$q(r) = 1,0036 + 0,0492r - 3,1666r^2 + 3,2361r^3 - 0,815r^4 \quad (\text{V.3})$$

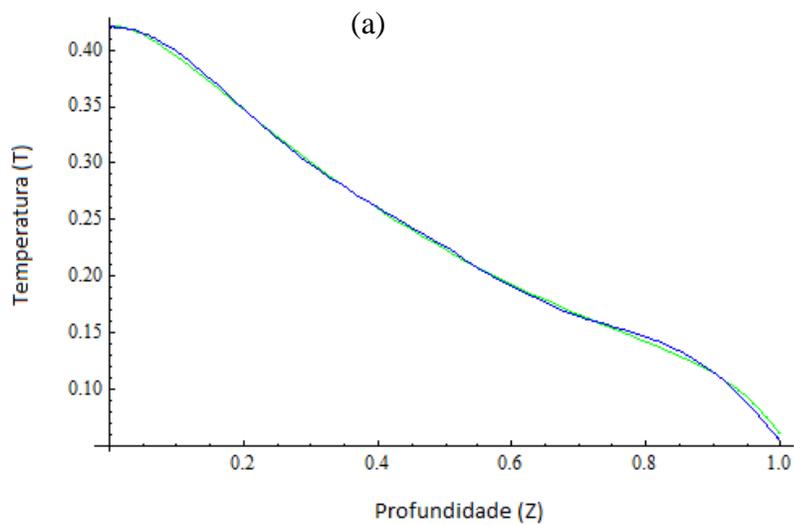
Aplicando o modelo de solução baseado na CITT (Anexo IX.1), foi feita uma análise de convergência, aumentando o número de termos de autofunções na expansão. Aplicando valores de  $N=10, 20$  e  $30$  e para diferentes posições de  $z$  e tempo de irradiação, como mostra a tabela abaixo, deve-se notar que, para todas as profundidades, os valores convergem na terceira casa decimal.

**Tabela V.5 - Análise de convergência do perfil de temperatura, usando até 30 autovalores, para tempos de 1, 50, 100, 200 e 300s.**

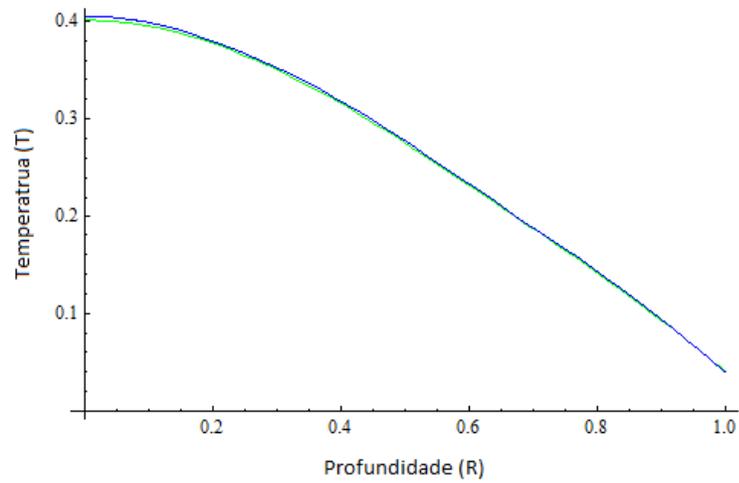
<b>Tempo de Irradiação</b>		<b>Análise de Convergência</b>		
t=1s		N: 10	N: 20	N: 30
	z: 0 m	0.054202	0.0551739	0.0554636
	z: 0.02 m	0.038986	0.0389004	0.0388222
	z: 0.04 m	0.0271462	0.0268149	0.0269055
	z: 0.06 m	0.0187745	0.0186859	0.0185727
	z: 0.08 m	0.00960397	0.0111545	0.0116692
t=50s		N: 10	N: 20	N: 30
	z: 0 m	2.38897	2.4083	2.41044
	z: 0.02 m	1.74278	1.7399	1.7392
	z: 0.04 m	1.21091	1.20314	1.20389
	z: 0.06 m	0.836664	0.833986	0.833018
	z: 0.08 m	0.395651	0.424538	0.42816
t=100s		N: 10	N: 20	N: 30
	z: 0 m	4.39485	4.41697	4.41911
	z: 0.02 m	3.24629	3.24286	3.24215
	z: 0.04 m	2.2529	2.24337	2.24412
	z: 0.06 m	1.55685	1.55393	1.55296
	z: 0.08 m	0.691898	0.724369	0.727996
t=200s		N: 10	N: 20	N: 30
	z: 0 m	7.68984	7.7126	7.71475
	z: 0.02 m	5.79575	5.79222	5.79151
	z: 0.04 m	4.01867	4.0086	4.00935
	z: 0.06 m	2.77699	2.77412	2.77315
	z: 0.08 m	1.12897	1.16219	1.16581
t=300s		N: 10	N: 20	N: 30
	z: 0 m	10.3004	10.3232	10.3253
	z: 0.02 m	7.88281	7.87928	7.87857
	z: 0.04 m	5.4676	5.4575	5.45826
	z: 0.06 m	3.77186	3.76899	3.76802
	z: 0.08 m	1.44417	1.47742	1.48105

Os testes de verificação do modelo foram realizados comparando com uma rotina do *Mathematica Wolfram* denominada *NDsolve*, para diferentes tempos, onde percebe-se uma pequena oscilação da solução transformada, nas regiões de contorno e para tempos muito baixos, e uma melhor aderência entre as duas soluções para tempos maiores.

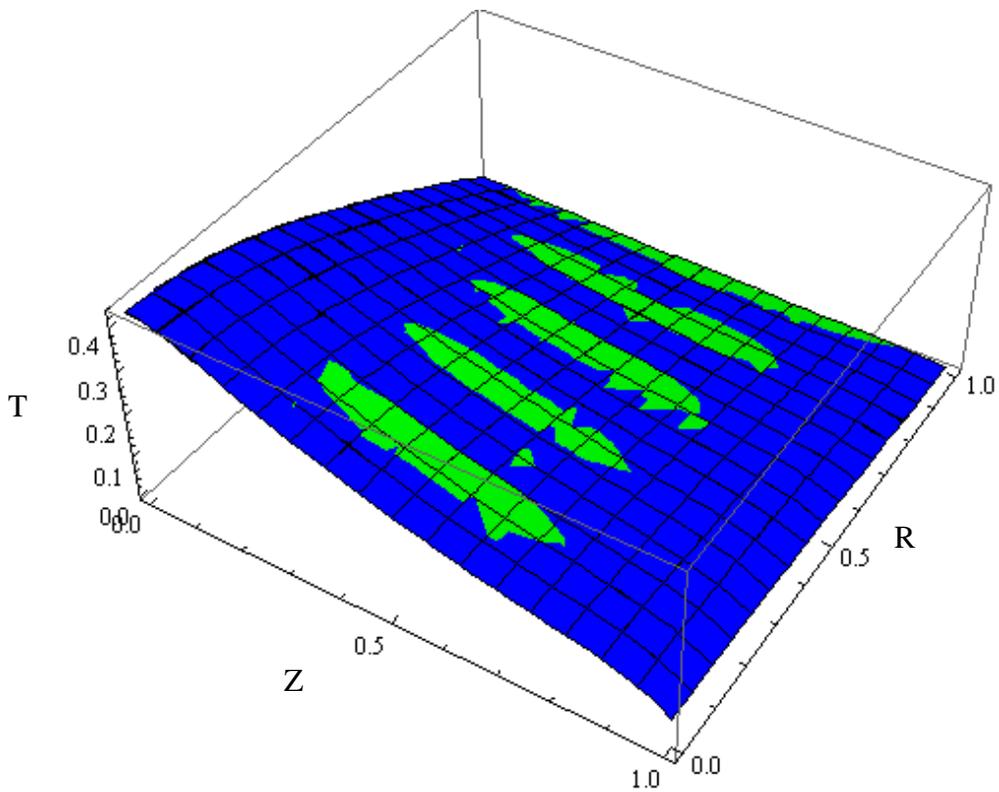
O perfil de temperatura para ambas as soluções, para um tempo de 300s é mostrado na figura V.13.a e c. As diferenças em percentual entre os valores de temperatura obtidos usando a CITT e a *NDsolve* para diferentes tempos de irradiação são mostradas na figura V.14.a e b.



(b)

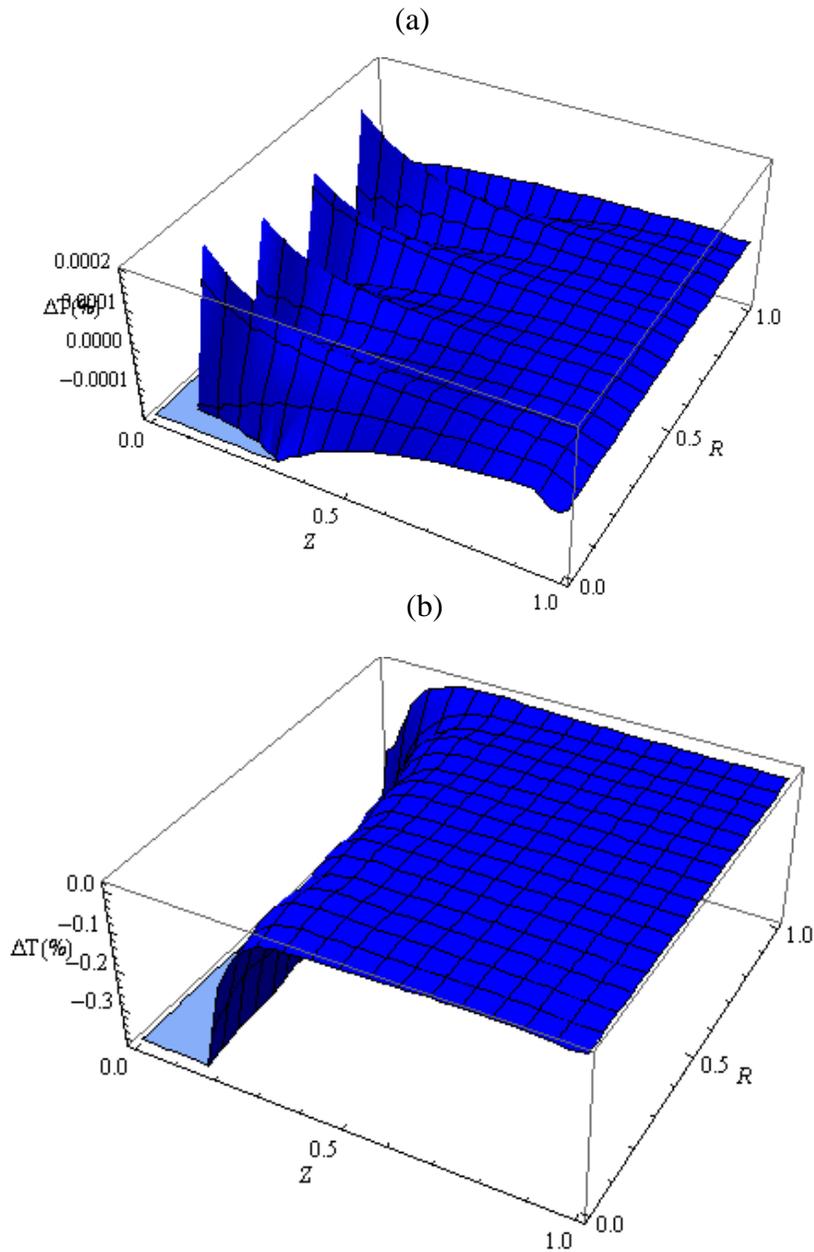


(c)



**Figura V.13 a-c** Comparações entre os resultados simulados utilizando a CITT (azul) e a NDsolve (verde) para tempo de irradiação de 300s, frequência de 1MHz e intensidade de  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , os resultados são apresentados em escala adimensional T, Z e R. Para (a) valores normalizados de  $R=0$  á 1, (b) valores normalizados de  $Z=0$  á 1 e (c) mostrando um gráfico 3D de superfície.

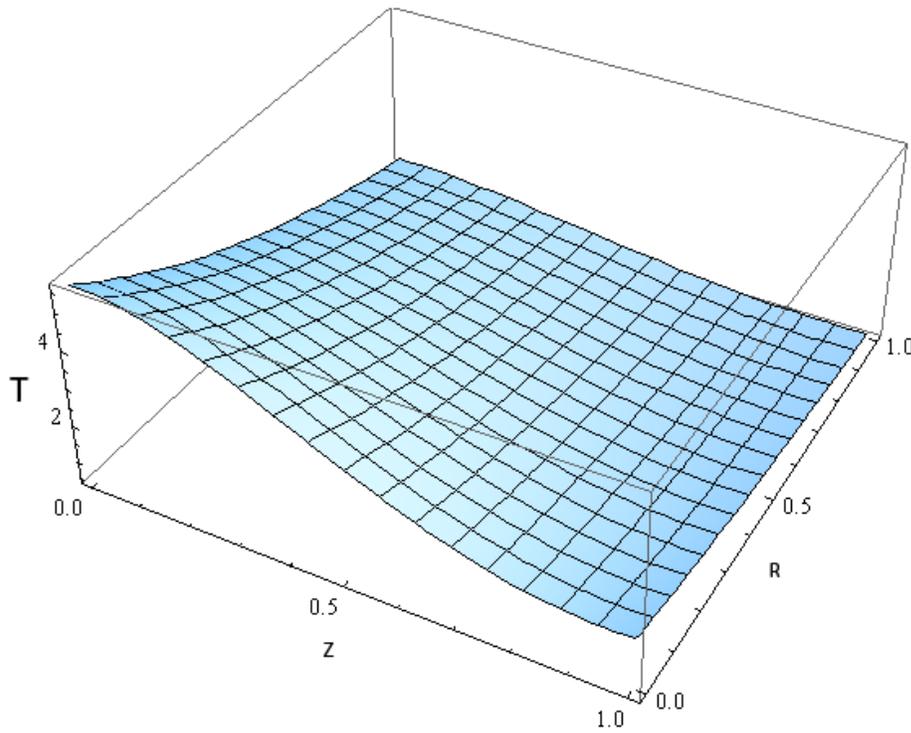
A título de verificação foram comparados os resultados teóricos em CITT com a solução numérica NDSolve do programa *Mathematics*, onde observa-se nas figuras V.14.a e b que os gráficos mostram um erro percentual, do perfil de temperatura para os eixos normalizados de R e Z, da ordem de 0,3%.

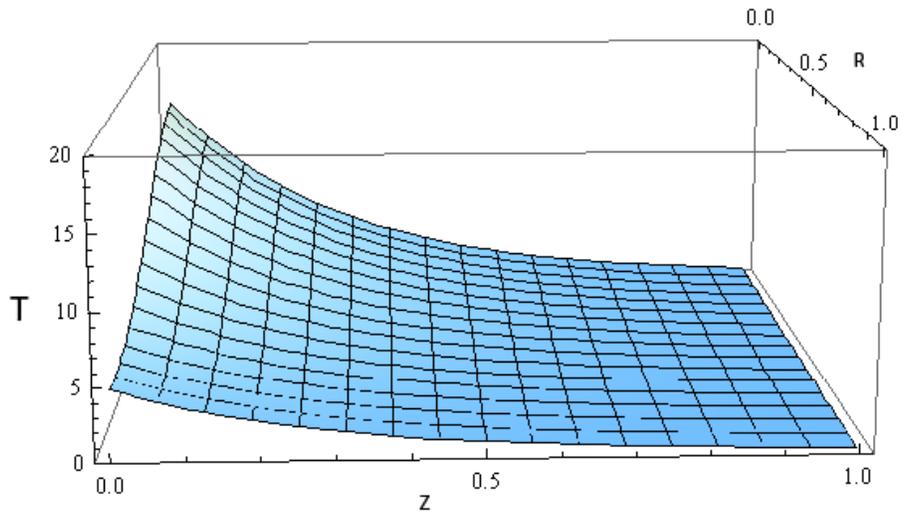


**Figura V.14.a e b** Diferença em percentual dos resultados simulados obtidos pela CITT e a NDSolve para tempo de irradiação de 1(a) e 300s (b) para frequência de 1MHz e intensidade de  $2\text{W/cm}^2$ , os resultados são apresentados em escala adimensional T percentual, Z e R.

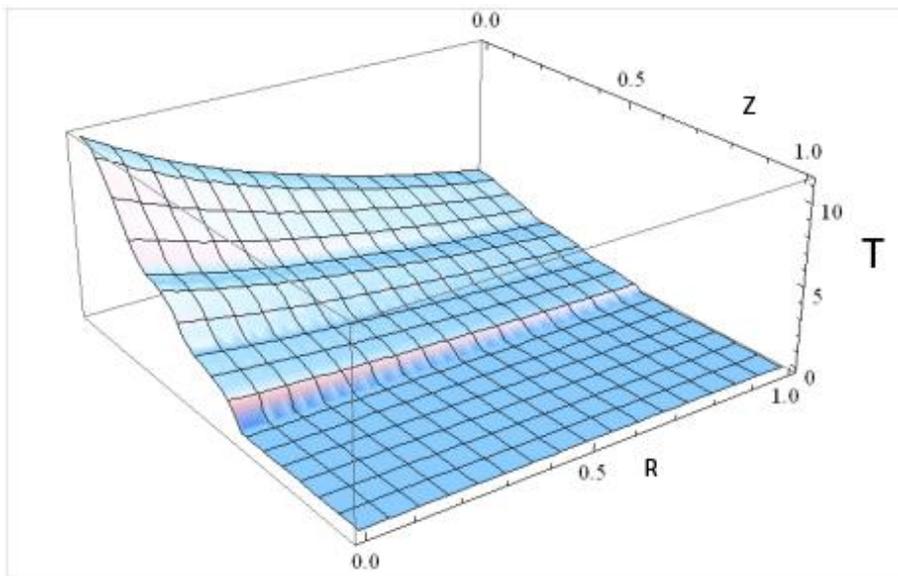
O perfil do campo acústico para a simulação utilizando somente por modelo exponencial e utilizando o mapeamento do campo acústico do transdutor terapêutico KLD (Omena,2009) para os eixos r e z, é mostrado na Figura V.15.a e b respectivamente, onde os resultados do perfil de temperatura foram simulados utilizando frequências de 1 e 3MHz para uma intensidade de 1, 1,5 e 2W/cm<sup>2</sup>.

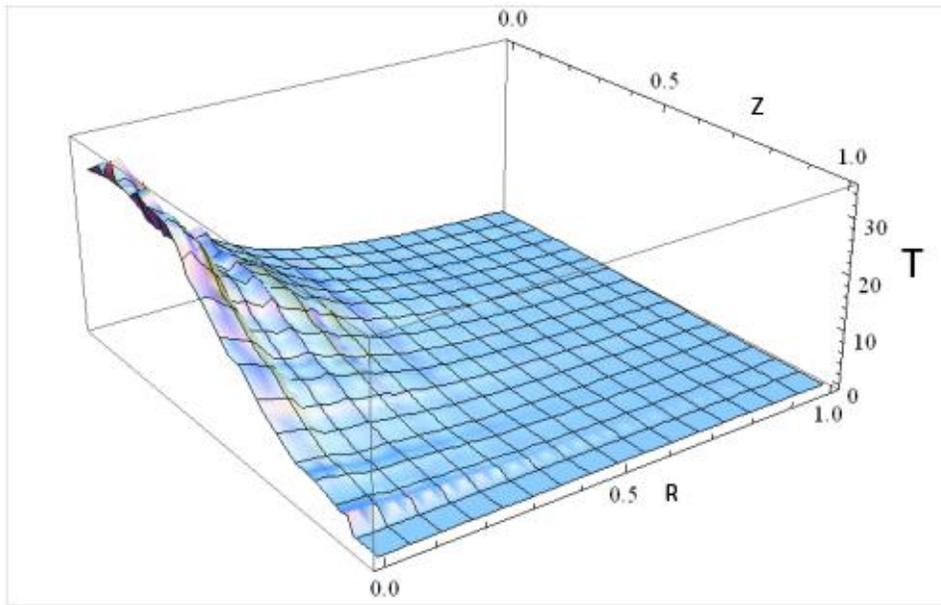
(a)





(b)





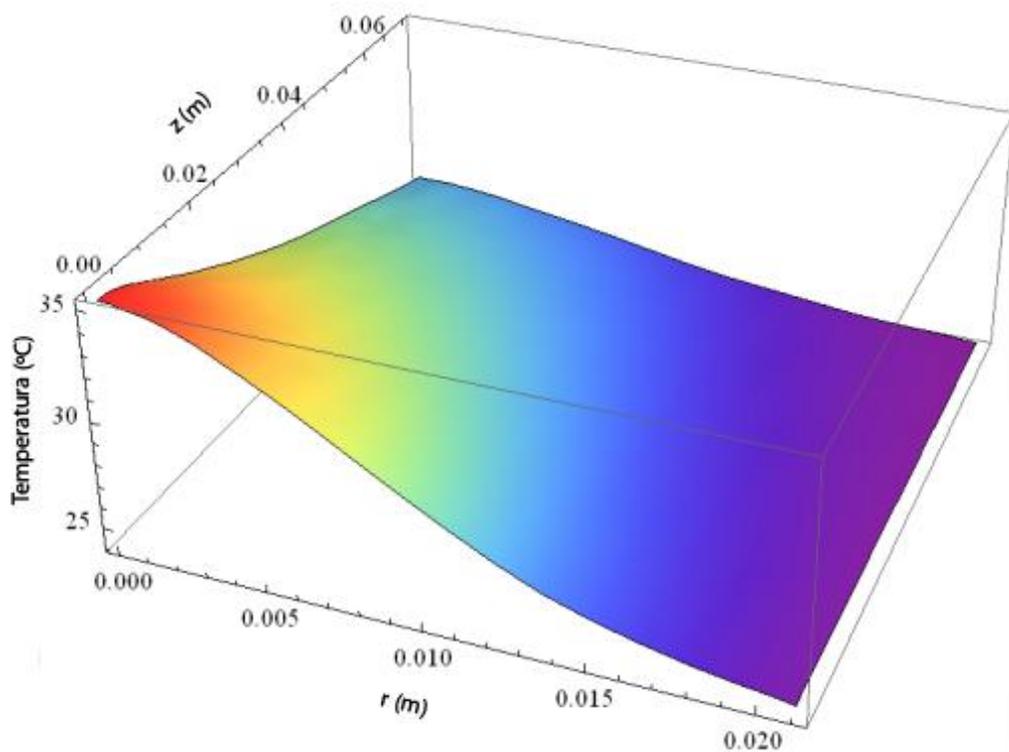
**Figura V.15.a e b Resultado simulado, utilizando (a) Modelagem Exponencial em Z e Polinomial em R para 1 e 3MHz e (b) Modelagem com o perfil do Campo Acústico do Transdutor KLD (Omena, 2009) para 1 e 3MHz, ambos para intensidade de  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , para os eixos T, R e Z adimensionais.**

Os resultados do perfil de temperatura para intensidade de  $2,0\text{ W}/\text{cm}^2$  e frequências de 1 e 3MHz, são apresentados na figura V.15 a e b. Nota-se que para a região superficial o aumento de temperatura foi de aproximadamente  $35^\circ\text{C}$  e próximo de  $70^\circ\text{C}$  para frequências de 1 e 3MHz

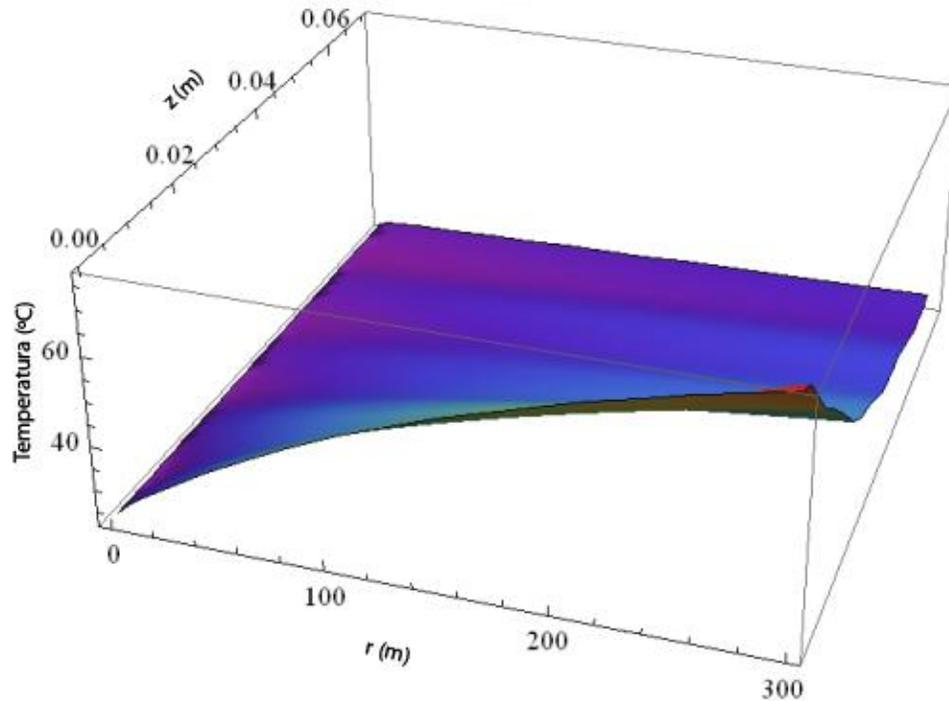
respectivamente , esses valores foram os mais altos para todos os protocolos estudados e observa-se também que em todos os demais as temperaturas decaem a medida que se avança para as regiões mais profundas e radiais.

Os resultados para frequência de 1MHz pode-se notar que o pico de temperatura está localizado exatamente no eixo central do campo acústico e que o aumento de temperatura alcançado na região profunda mesmo para altas intensidades permaneceu em níveis terapêuticos para tempos de irradiação de até 300s.

(a)



(b)

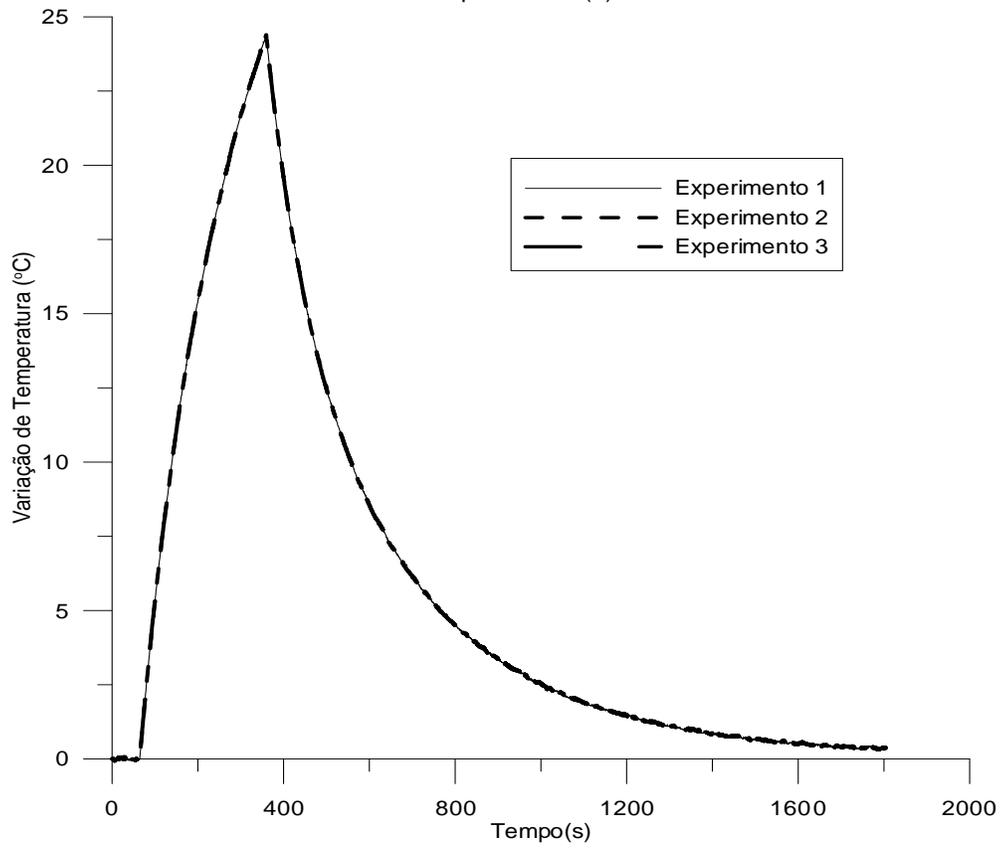


**Figura V.16.a e b** Resultado simulado, utilizando o perfil do Campo Acústico do Transdutor KLD (Omena, 2009) da elevação de temperatura para tempo de irradiação de 300s usando frequência de 1(a) e 3(b) MHz e intensidade de  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , nos eixos z e r em (m).

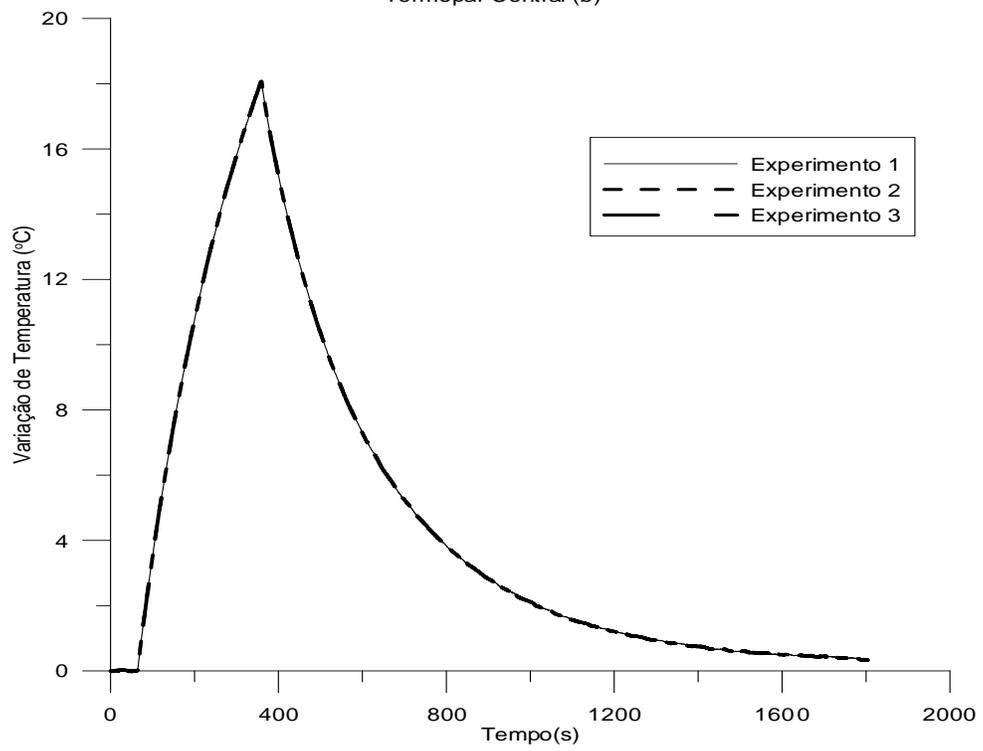
#### V.4 – Resultados Experimentais

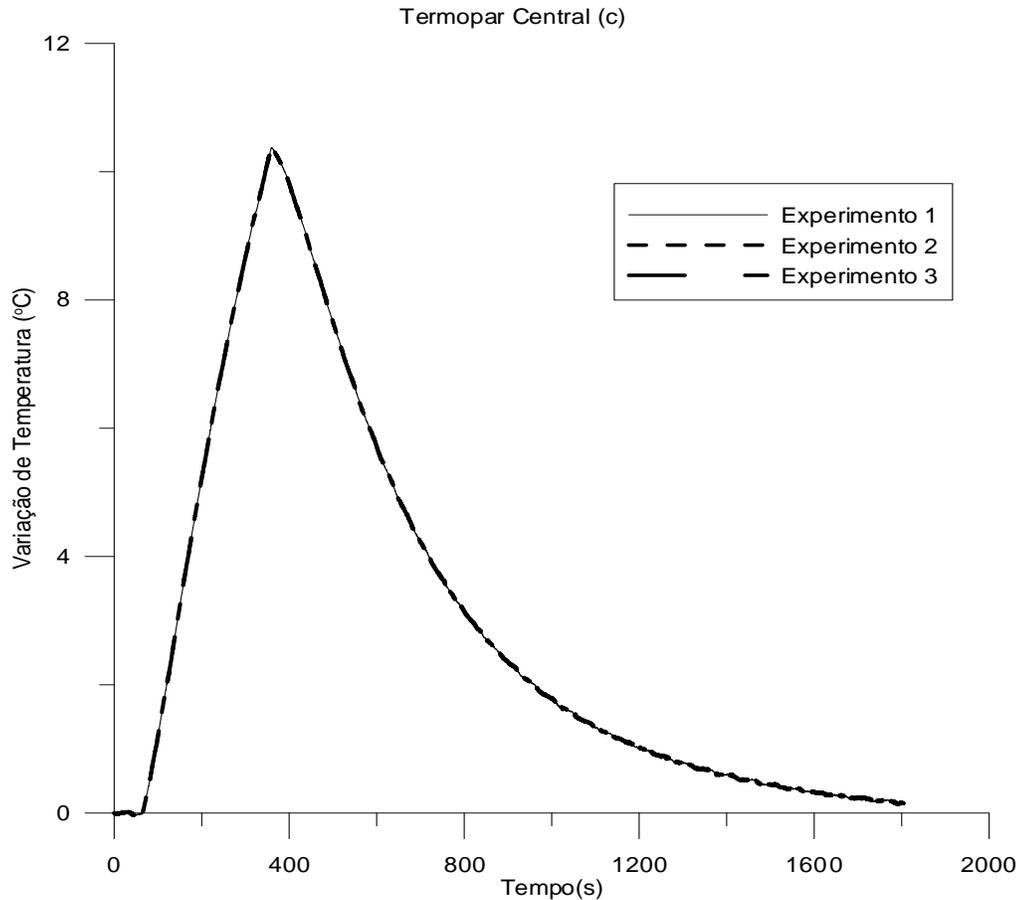
O perfil de temperatura a uma profundidade de 2cm em regime transiente, utilizando um transdutor de frequência nominal de 3MHz e intensidade de  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  é apresentado na figura V.17.a-c, onde são mostrados os resultados de três medições com os termopares central(a) e laterais (b e c).

Termopar Central (a)



Termopar Central (b)





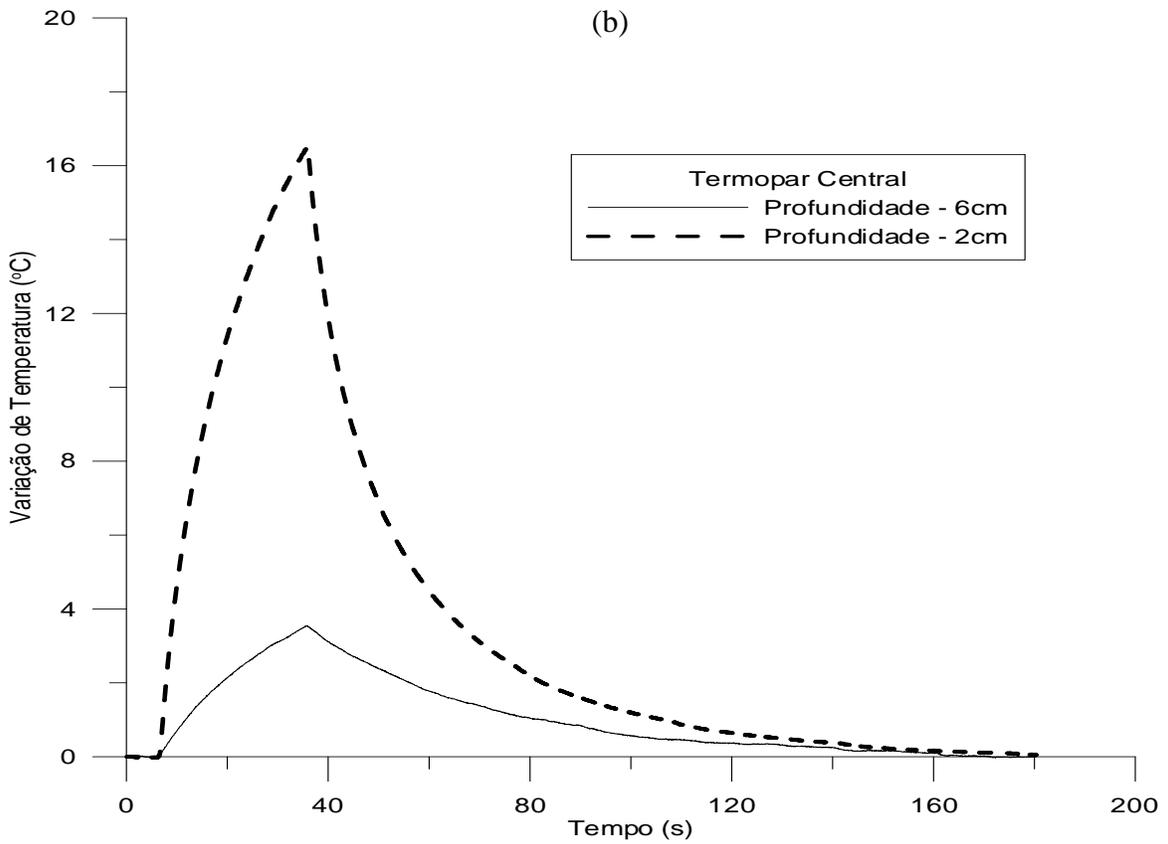
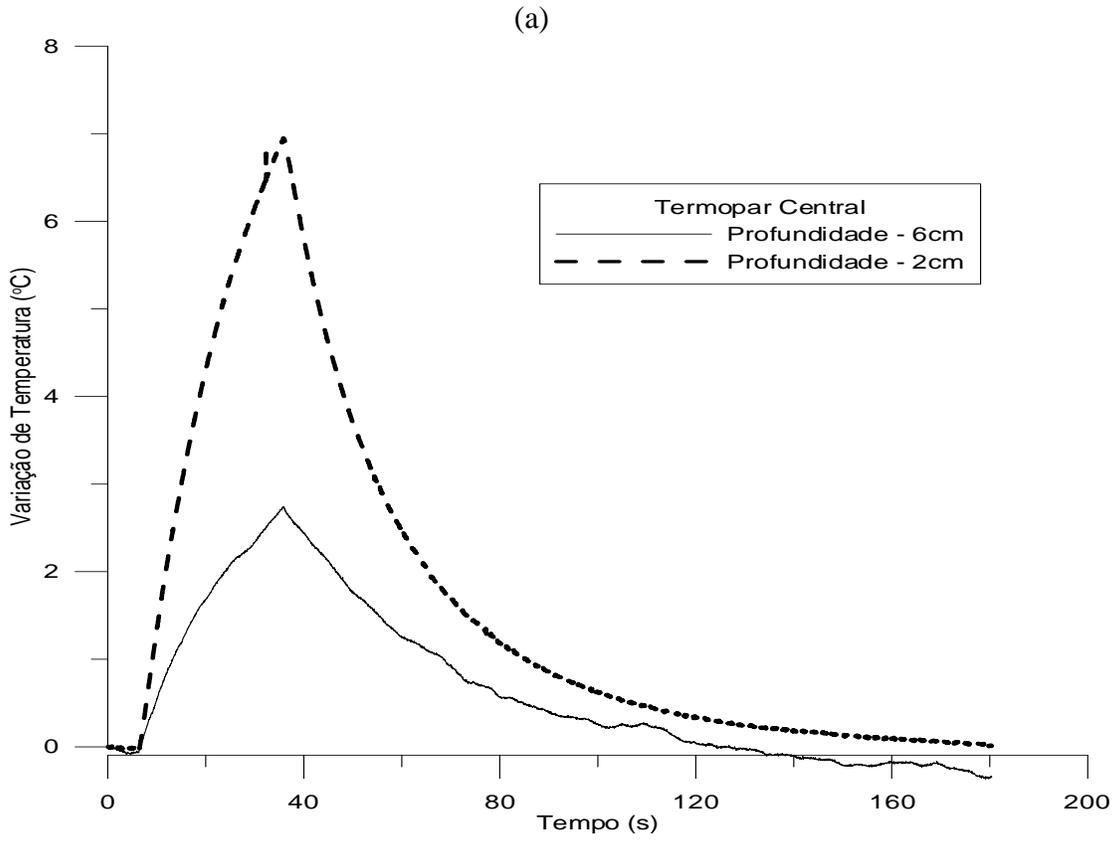
**Figura V.17.a-c Perfil de Temperatura pra um transdutor de frequência nominal de 3 MHz e intensidade de  $1,5W/cm^2$ , sem perfusão e livre de anteparo ósseo para os termopares (a) Central (T16), (b) Lateral (T13) e (c) Lateral (T14).**

#### **V.4.1 – Influência de parâmetros Acústicos - Frequência e Intensidade**

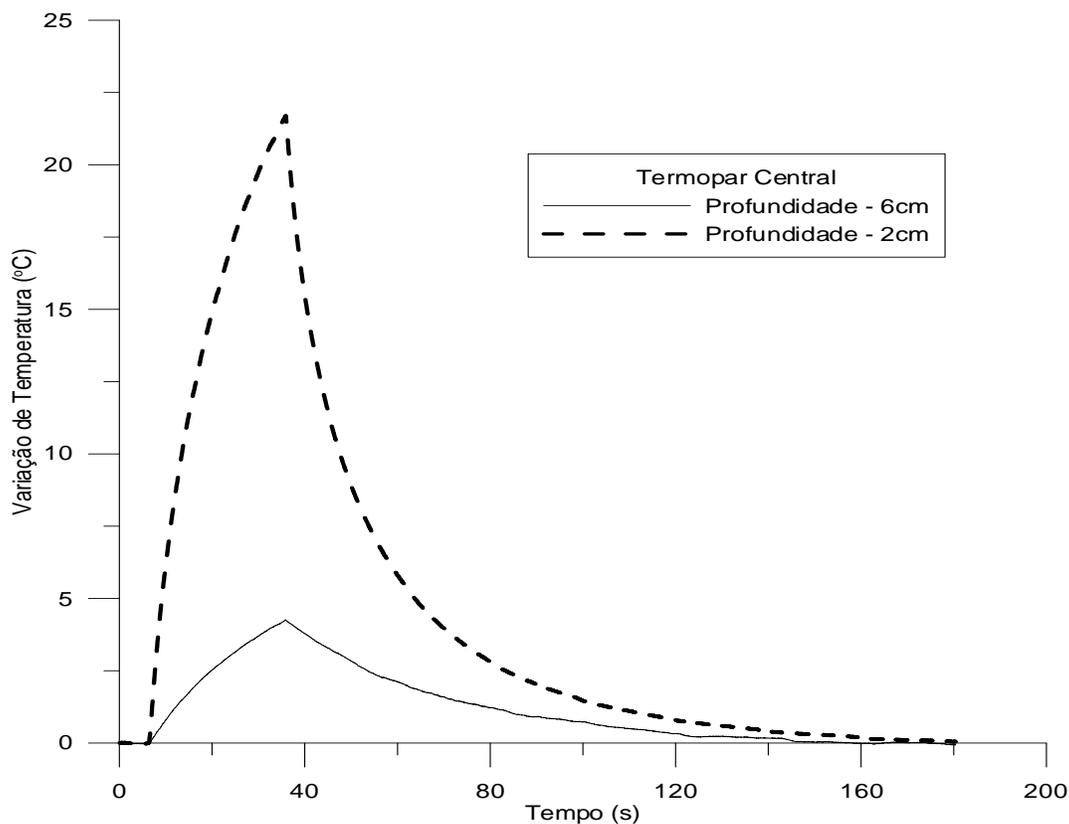
A seguir são apresentados os resultados obtidos do termopar central para ser observada a influencia da frequência e da intensidade.

##### **V.4.1.1 – Localização dos termopares a 2cm e 6cm de profundidade**

Temperatura nas profundidades de 2 e 6cm, registrado pelos termopares centrais inseridos no *Phantom* para diferentes frequências e intensidades são apresentados abaixo:



(c)

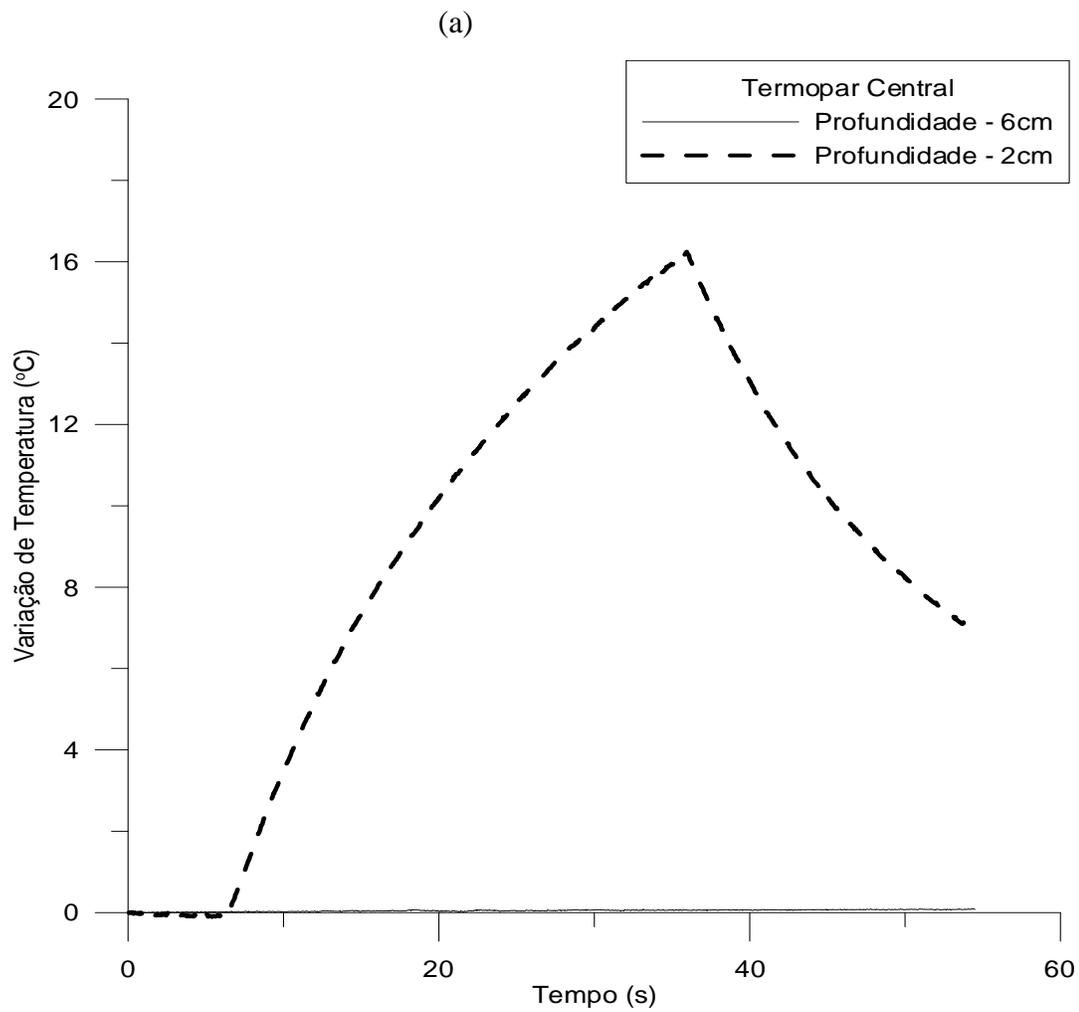


**Figura V.18.a-c Comparação do perfil de temperatura para diferentes intensidades, frequência de 1MHz e temperatura ambiente de 25°C, utilizando intensidades de 1 (a), 1,5(b) e 2,0(c) W/cm<sup>2</sup>.**

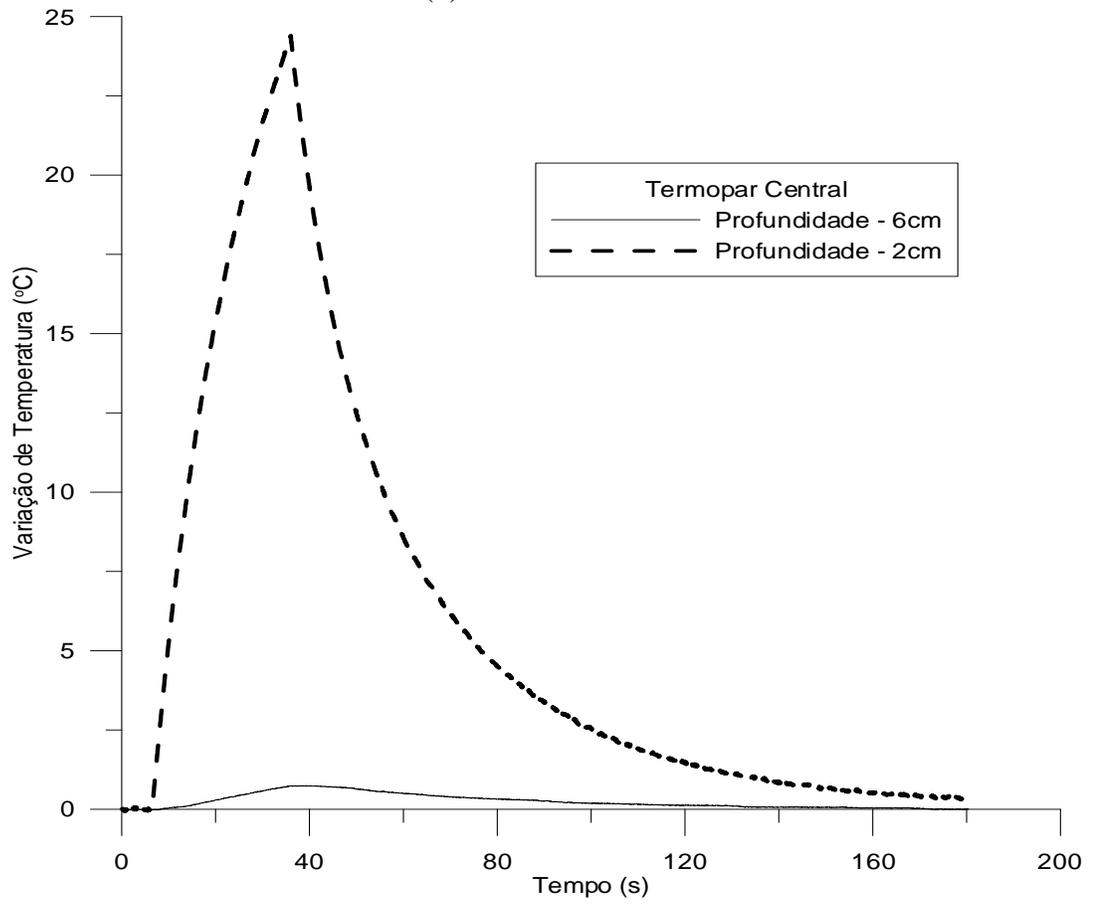
A temperatura é função direta da intensidade, tempo de insonação e inversa da profundidade partindo-se de uma distancia mínima de 7cm considerando que em ambos os casos o transdutor encontra-se afastado do *Phantom* de 5 cm.

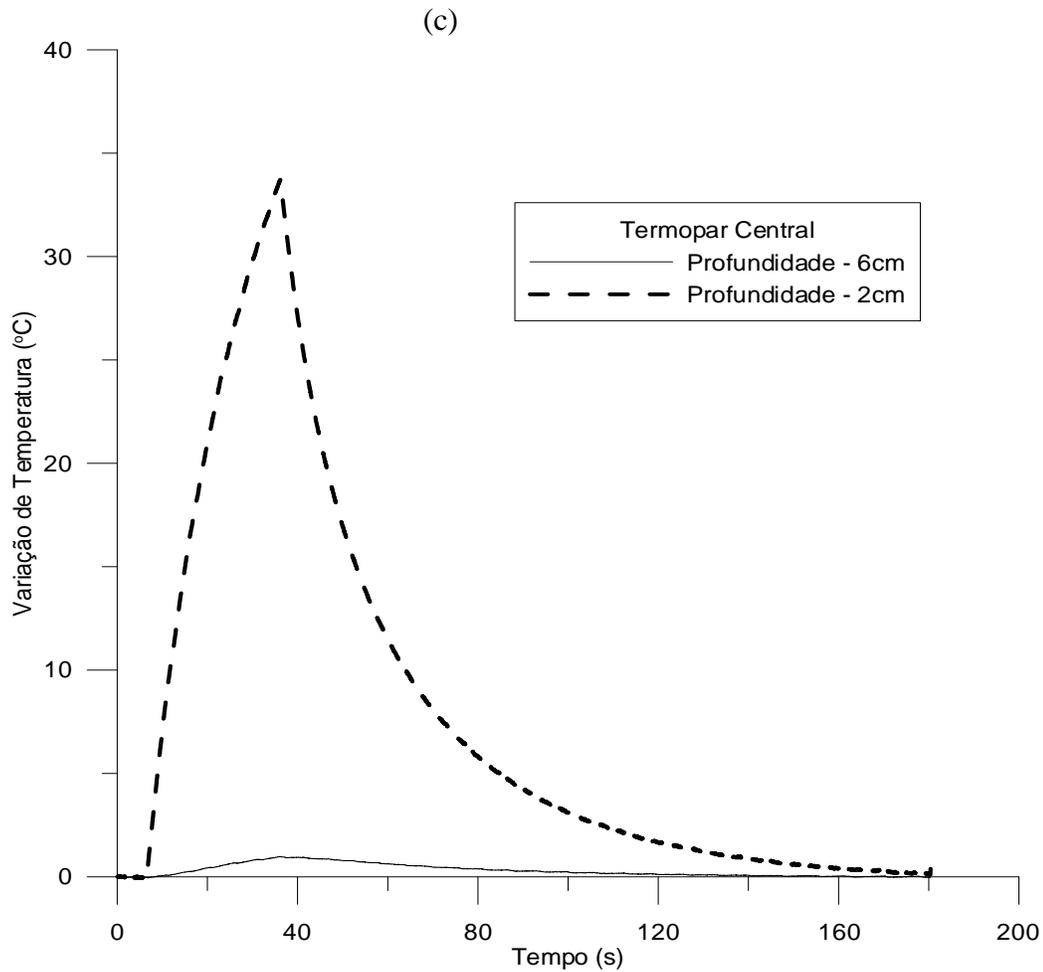
Observando os resultados apresentados na figura V.4.2, para a profundidade de 2cm, somente a intensidade de 1,0W/cm<sup>2</sup> atingiu níveis de aquecimento considerados como terapêuticos (entre 40 e 45 °C) uma vez que o aumento de temperatura foi de 6,86 °C, resultado numa temperatura final de 43,86 °C. As outras intensidades levaram a temperaturas finais acima de 45 °C.

Os resultados para profundidade de 6cm apresentaram-se como sub-terapêutico, já que alcançaram incrementos de temperatura de 2,6, 3,5 e 4,4 °C para intensidades de 1,1,5 e 2,0 W/cm<sup>2</sup> respectivamente.



(b)



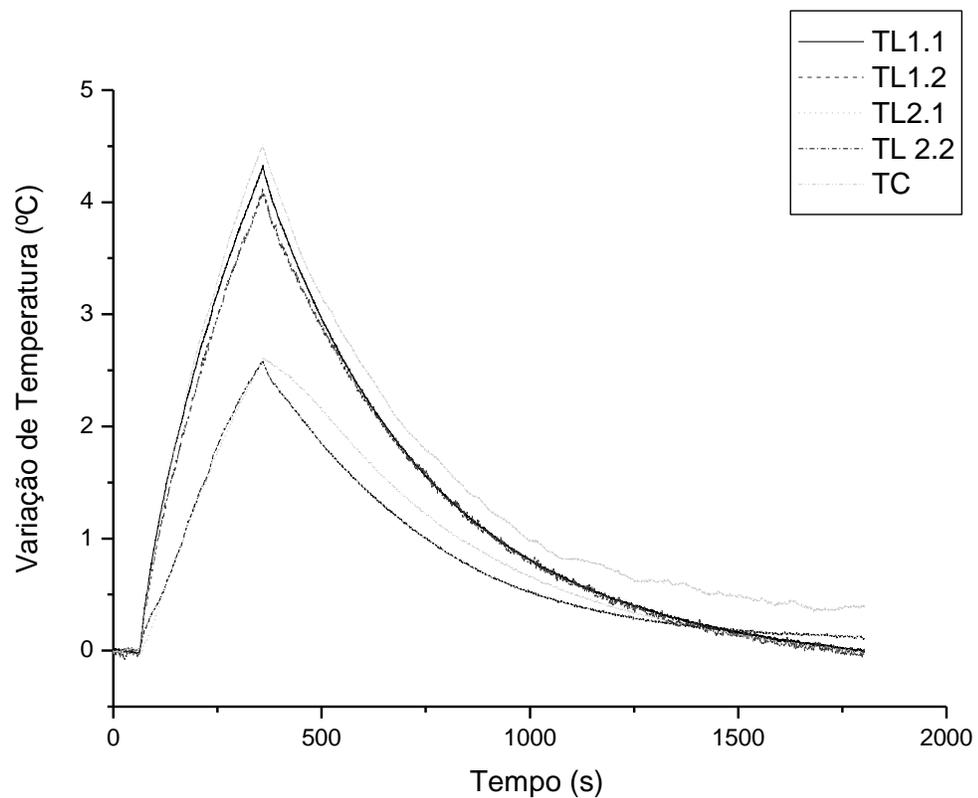


**Figura V.19.a-c** Comparação do perfil de temperatura para diferentes valores de intensidades, para frequência de 3MHz e temperatura ambiente de 25°C, utilizando intensidades de 1 (a), 1,5(b) e 2,0(c) W/cm<sup>2</sup>.

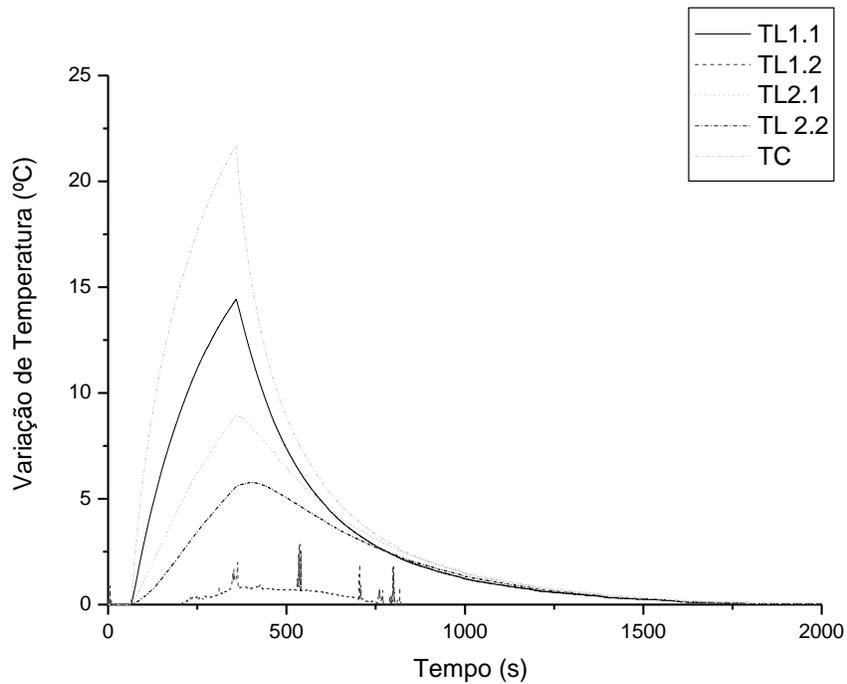
Utilizando a frequência de 3 MHz, para profundidade de 2cm, os incrementos de temperatura foram de 16,08, 24,22 e 32,79 °C para valores de intensidades de 1,0,1,5 e 2 W/cm<sup>2</sup> respectivamente.

Os resultados do perfil de temperatura para a mesma frequência acústica, porém a 6 cm de profundidade, mostraram-se bem inferiores aos encontrados á profundidade de 2cm, onde a intensidade de 1W/cm<sup>2</sup> produziu incrementos menores que 0,25 °C, e intensidade de 2 W/cm<sup>2</sup> elevações menores que 1 °C. Sendo assim, estes valores de irradiação para esta frequência, podem ser considerados como não terapêuticos.

Usando valores de intensidade de  $2\text{W}/\text{cm}^2$  e frequência de  $1\text{MHz}$ , as temperaturas medidas pelos termopares na região profunda (6 cm de profundidade) mostram pequena variação (cerca de  $0,5\text{ }^\circ\text{C}$ ) entre o termopar central e os adjacentes afastados de 5 mm, esta diferença aumenta para cerca de  $2,5\text{ }^\circ\text{C}$  em relação aos termopares afastados de 10 mm. Já para os termopares na região superficial (2 cm de profundidade) nas mesmas condições de irradiação a diferença entre o termopar central e os adjacentes a 5 e 10 mm foram bem maiores chegando a cerca de  $7\text{ }^\circ\text{C}$  e  $16\text{ }^\circ\text{C}$  respectivamente.



(b)



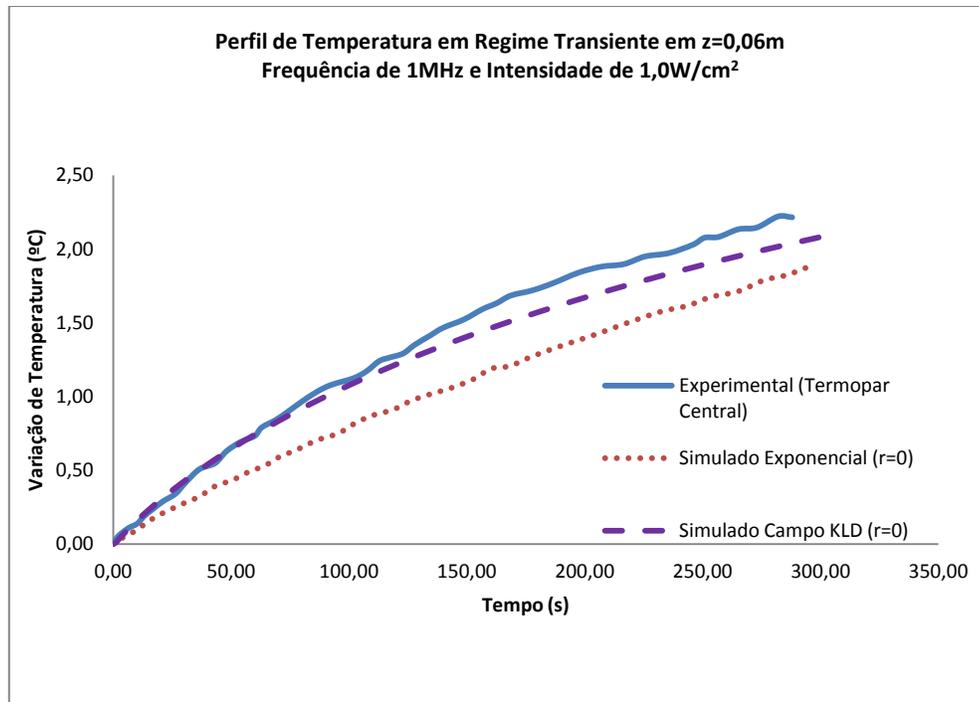
**Figura V.20.a e b Comparação do perfil de temperatura medidos por diferentes termopares e em profundidades de 6 cm (a) e 2cm (b), utilizando frequência de 1MHz, intensidade de  $2\text{W}/\text{cm}^2$  e temperatura ambiente de  $25^\circ\text{C}$ .**

## V.5 – Resultados Simulados em 2D versus Resultados Experimentais

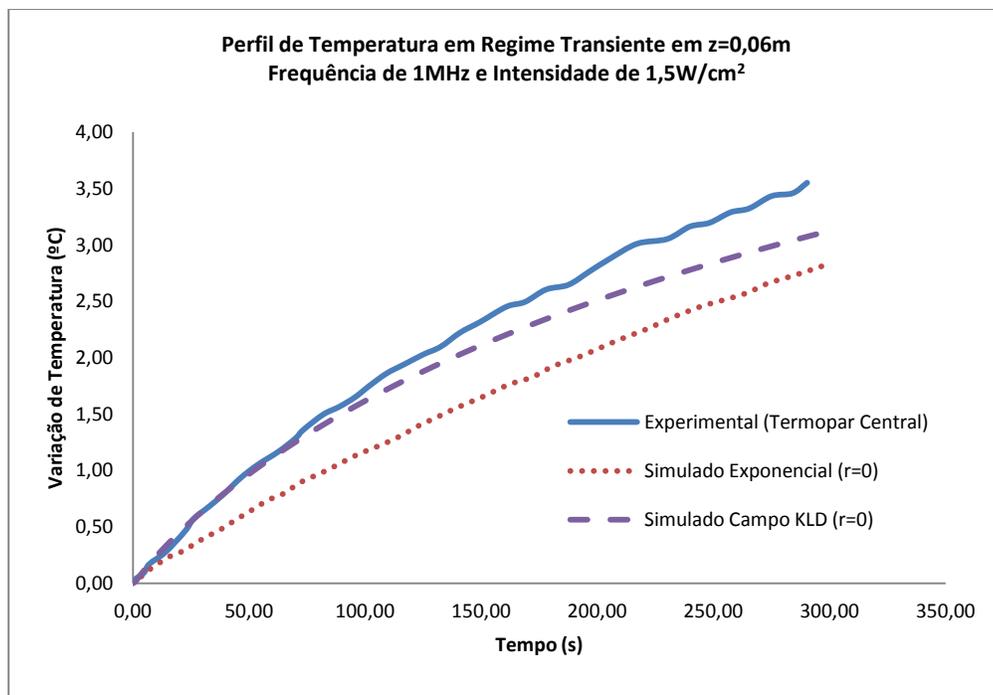
Os resultados do padrão de aquecimento gerado pelo ultrassom obtidos por simulação matemática em um modelo bidimensional em regime transiente foram comparados com os experimentais.

Os valores de temperatura em regime transiente, para uma profundidade fixa de 6 cm no eixo z, e na posição central do *Phantom*, são apresentados a seguir, considerando intensidade de 1,0,1,5 e  $2\text{ W}/\text{cm}^2$  para uma frequência nominal acústica de 1MHz.

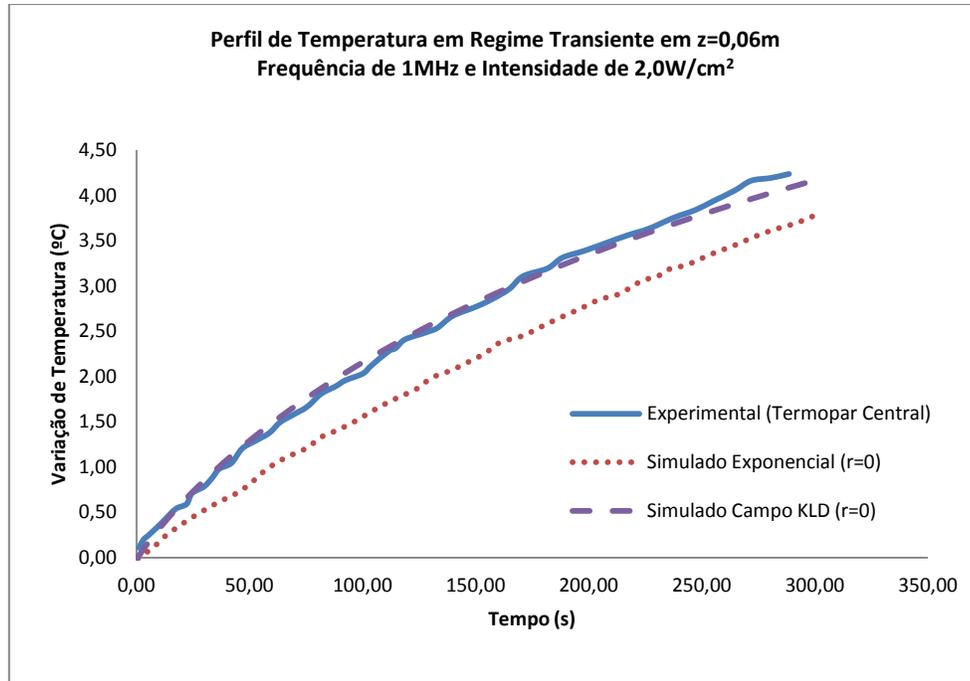
(a)



(b)



(c)

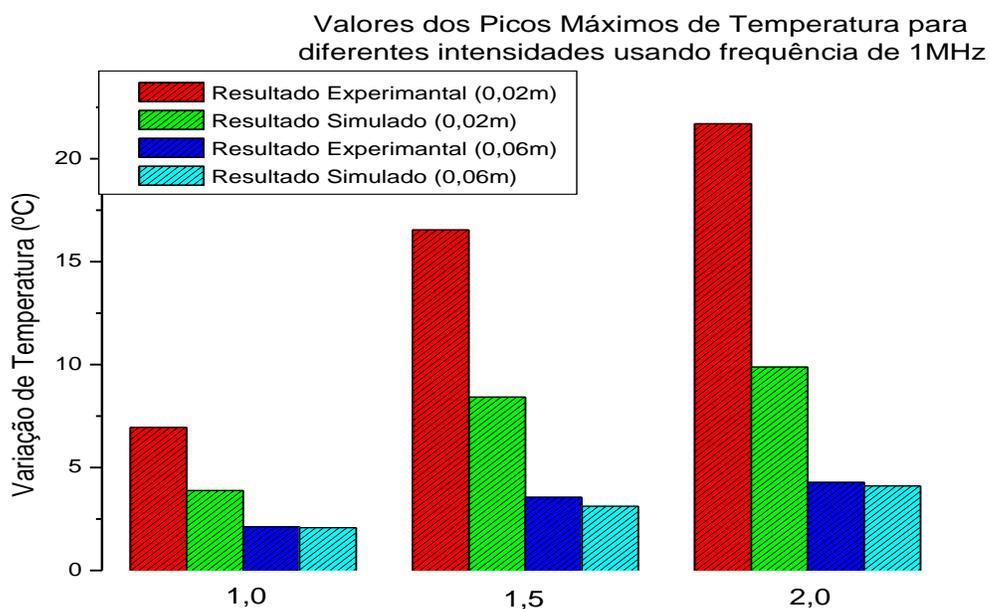


**Figura V.21.a-c Perfil de temperatura para diferentes tempos de irradiação ultrassônica em modo contínuo, para profundidade de 6cm, usando 1MHz de frequência e 1,0 (a), 1,5 (b) e 2W/cm<sup>2</sup> (c) de intensidade respectivamente.**

Os resultados para essa profundidade mostraram que, para frequência de 1MHz, os valores de temperatura obtidos por simulação sempre subestimaram os valores experimentais (diferenças de 0,2, 0,48 e 0,1°C para intensidades variando de 1,0, 1,5 e 2,0 W/cm<sup>2</sup> respectivamente).

Na região a 2 cm da superfície, houve discrepância entre experimental e teórico representada por diferenças de 3 a 12 °C para intensidades variando entre 1 e 2 W/cm<sup>2</sup> na frequência de 1 MHz e para 3MHz as diferenças foram respectivamente de 4,5 a 8,8 °C para a mesma faixa de intensidade. Onde observa-se que para essa região os resultados simulados não foram capazes de predizerem os valores de temperatura experimentais, onde a comparação entre os picos obtidos na região central do *Phantom* pelos dois metodos, a 2 (V.22.a) e 6 cm (V.22.b) de profundidade, são apresentados.

(a)



(b)

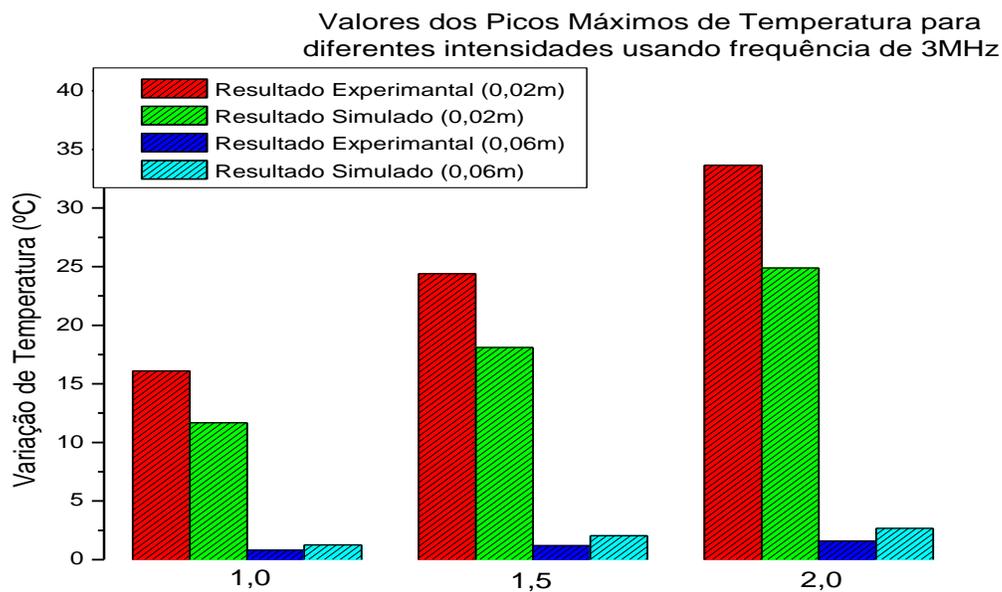
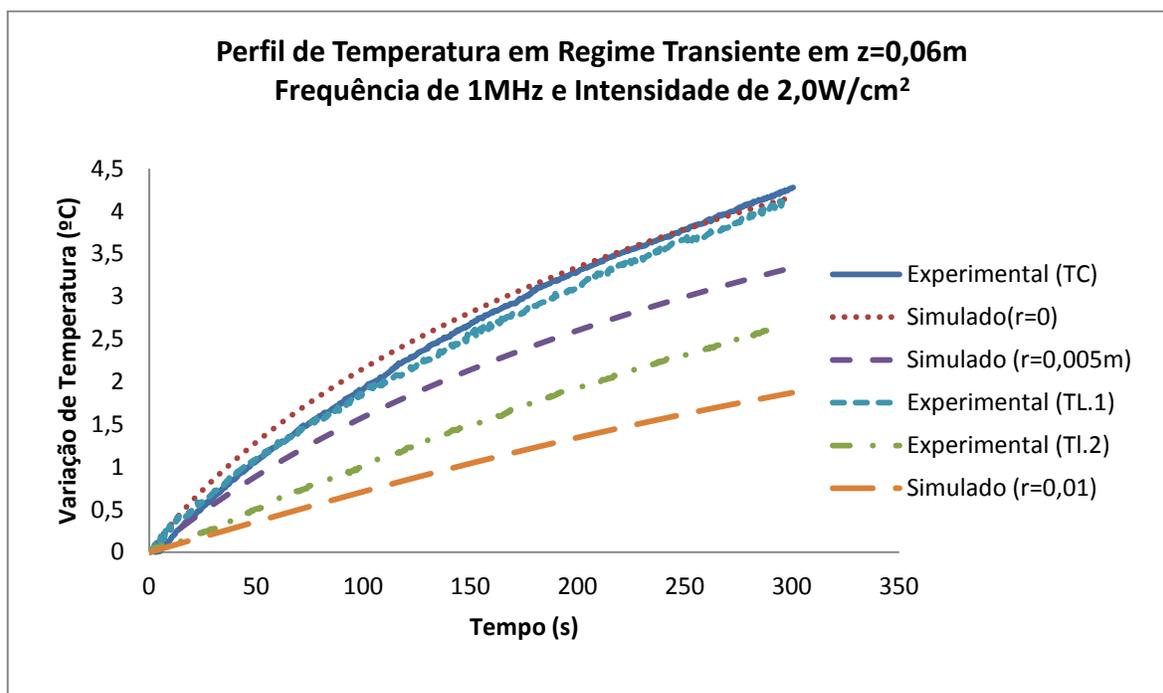
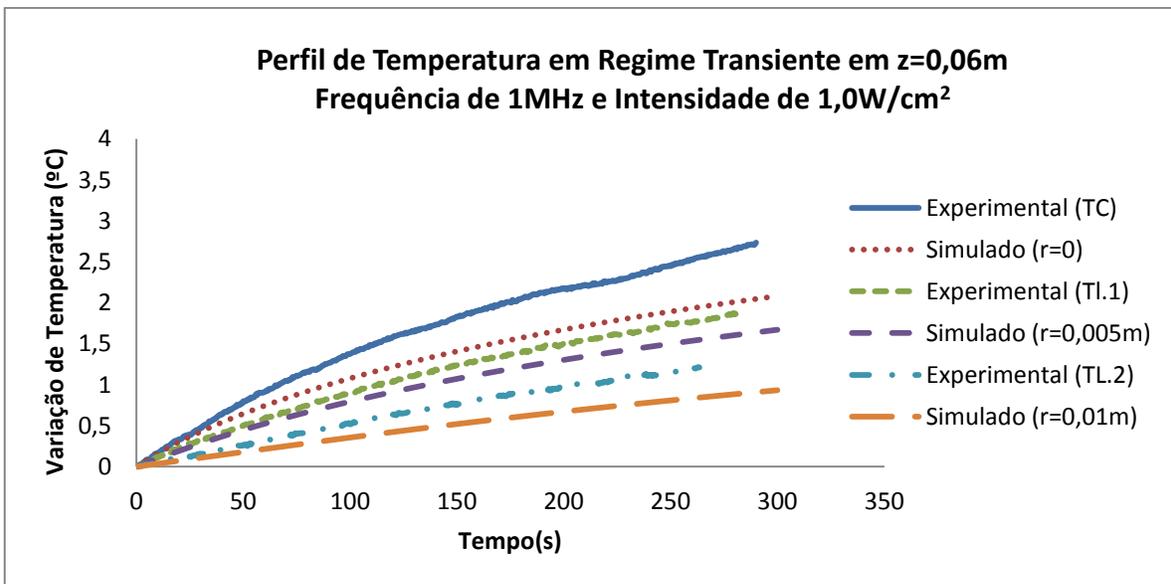
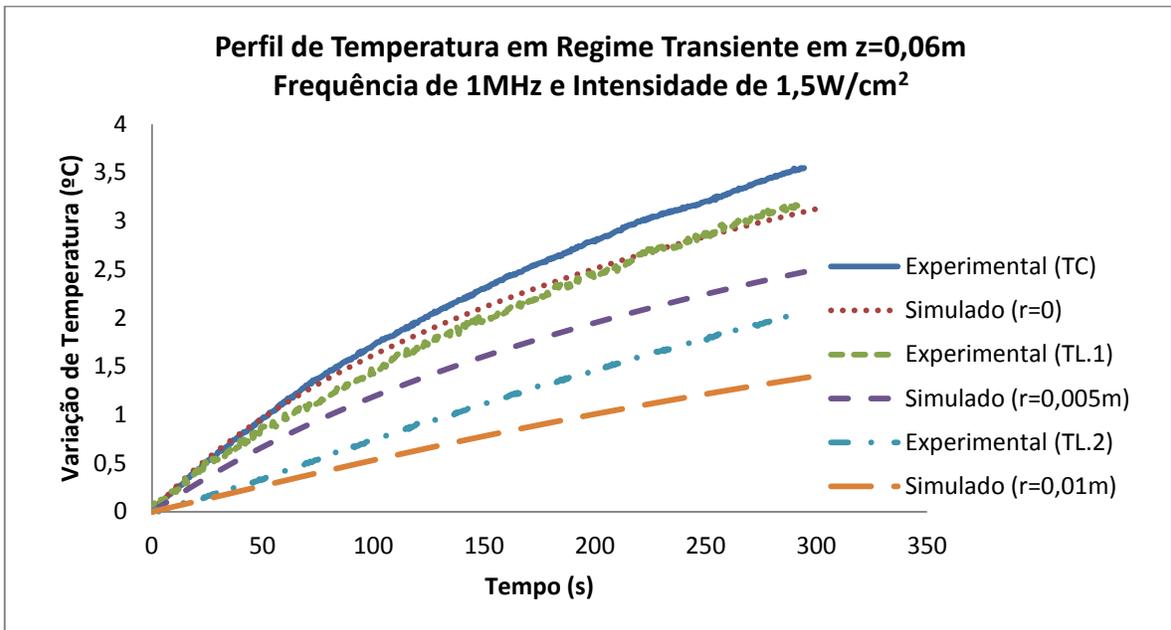


Figura V.22.a e b Registro do valores de pico de aquecimento registrados pelo Termopar central e obtidos por simulação, para transdutor de (a)1MHz e (b) 3MHz, e intensidade de 1, 1,5 e 2W/cm<sup>2</sup>.

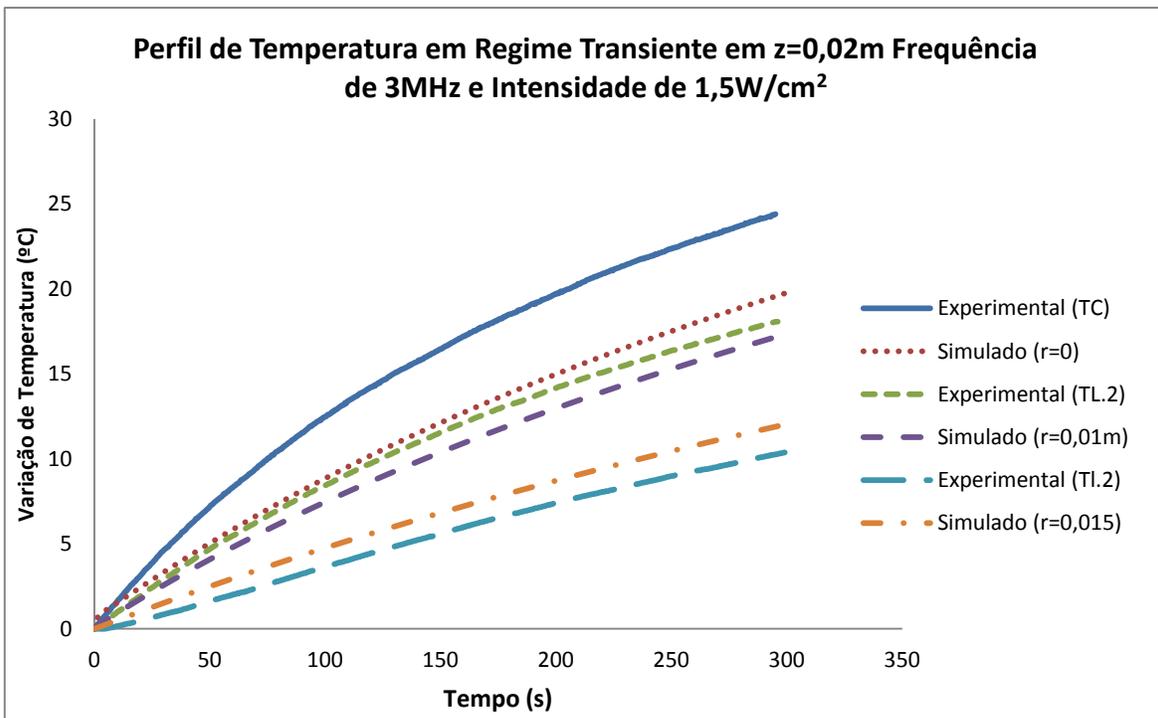
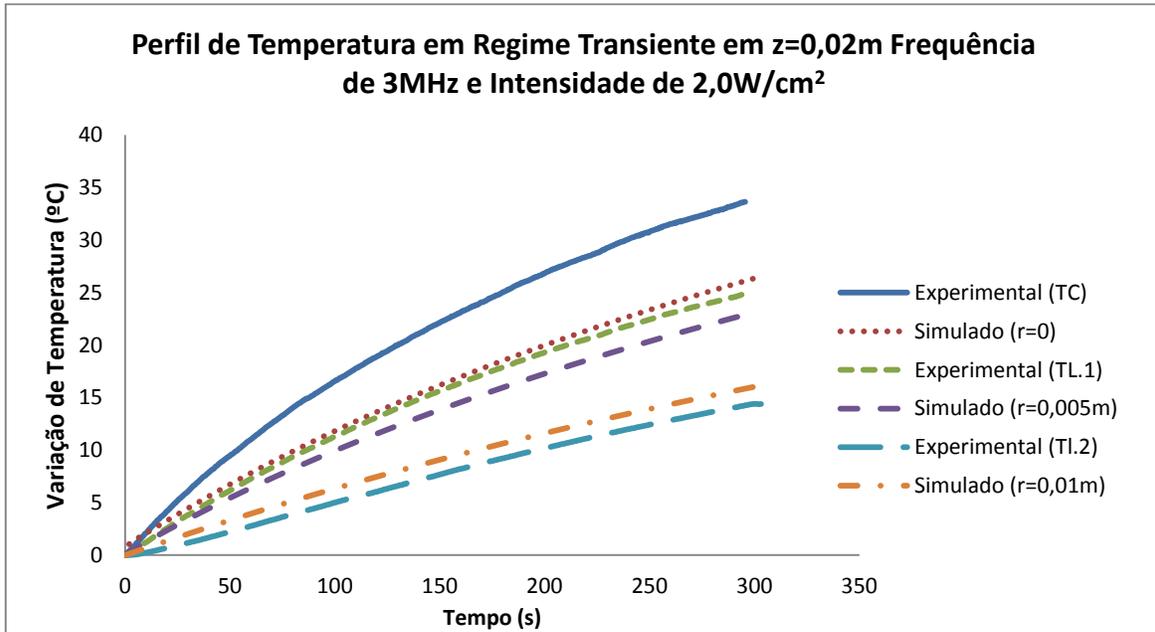
Comparando o modelo teórico com os valores de temperatura obtidos após 300 s de irradiação e utilizando parâmetros acústicos de frequência de 1MHz e profundidade de 0,06m e para frequência de 3MHz e profundidade de 0,02m, em diferentes intensidades, observa-se uma maior concordância entre os perfis teóricos e os dados experimentais (Fig. V23.a e b).

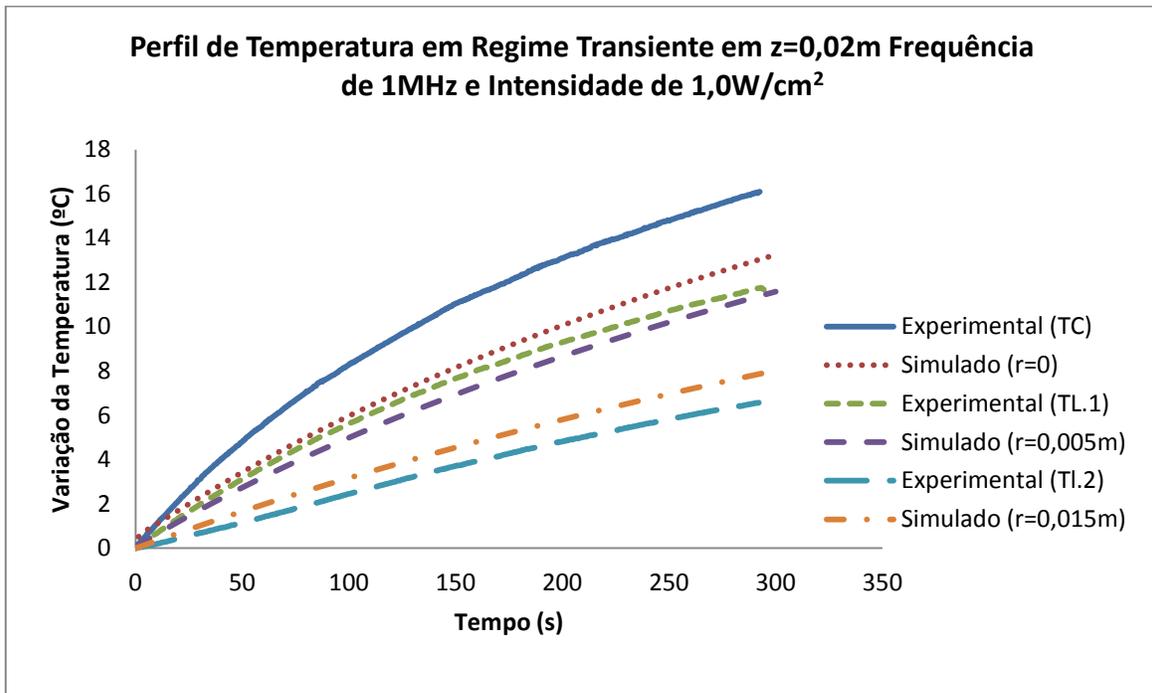
(a)





(b)





**Figura V.23.a e b Registro dos valores de pico de aquecimento registrados pelo Termopar central e obtidos por simulação, para transdutor de (a)1MHz e (b) 3MHz, e intensidade de 1, 1,5 e  $2\text{W/cm}^2$ .**

Da comparação entre os resultados experimentais e teóricos, pode-se observar que o modelo em 2D, principalmente para regiões superficiais, sempre subestimou o aquecimento obtido experimentalmente (sendo mais perceptível quando comparados aos valores de temperatura utilizando frequência de irradiação de 3MHz), chegando a um máximo de mais de  $9^\circ\text{C}$  para intensidade de  $2\text{W/cm}^2$ .

## VI – Discussão e Conclusão

No presente trabalho buscou-se construir um modelo unificando aspectos acústicos e térmicos contemplando o caso das aplicações de ultrassom em fisioterapia.

Tal modelo foi primeiramente implementado teoricamente em uma dimensão para os casos de aplicação de ultrassom nas frequências de 1 e 3 MHz e intensidades de 0,1, 1,0 e 2 W/cm<sup>2</sup> em músculo e osso dispostos em duas camadas consecutivas. Em todos os casos assumiu-se o transdutor estático irradiando em modo contínuo. O tempo de irradiação adotado foi de cinco minutos, considerando-se quatro ângulos de incidência simulados e para estes foram analisados duas possíveis condições de contorno: meio infinitos e meio finitos, com temperatura prescrita; adicionalmente foram estudados quatro níveis de perfusão.

Com este modelo foram observados vários pontos relevantes do ponto de vista segurança em sonidoterapia:

O ângulo de incidência na interface músculo osso pode conduzir ou não ao surgimento de ondas transversais o que provoca mudanças significativas no perfil de temperatura fato observado mesmo para baixas intensidades e tempos de aplicação. As temperaturas mesmo em baixa intensidade atingem o limite máximo terapêutico, como mostrado na Tabela V.3 mantendo-se constantes para longos tempos de exposição.

Para altas intensidades, a temperatura terapêutica no músculo é alcançada, entretanto, na interface músculo osso, para os casos onde ocorrem ondas transversais, o aquecimento conduz a temperaturas muito acima do limite de segurança (Fig. V.6), mesmo em tempos menores do que um minuto. Entretanto em incidência normal (Caso 5) a cerca de 2 cm de profundidade a temperatura no músculo atinge respectivamente 44,4 48,1 e 51,8 °C para intensidades de 1,0 1,5 e 2,0 W/m<sup>2</sup> após 300 s de exposição. Esta observação indica ser possível planejar protocolos terapêuticos de aplicação para lesões musculares (Fig. V.12).

Pela comparação entre regime permanente e regime transiente pode-se concluir que apenas em casos onde haja ondas transversais as condições de contorno são significativas para definição do temperatura a partir da interface músculo e osso (Fig. V.7).

O perfil de temperatura ao longo da profundidade se altera a medida que a frequência aumenta, este efeito é mais evidente quando surge um segundo pico de temperatura na região muscular acompanhado pela diminuição do aquecimento na região de interface (Fig. 10). Isto aponta para o fato de que, para a mesma intensidade, frequências mais altas diminuem o risco de superaquecimento da região de interface.

De uma maneira geral o perfil de temperatura apresenta seu valor máximo na região da interface músculo osso e não atinge o regime permanente a não ser após longos períodos de irradiação, isto se verifica mesmo para altos níveis de perfusão. Em contrapartida, na região muscular tais níveis são capazes de estabilizar a temperatura mesmo para longos períodos de irradiação (Fig.V.9).

As condições acima descritas foram implementadas de forma simplificada em um modelo bidimensional teórico em CITT onde foram testados dois modelos de distribuição energia acústica no meio (campo acústico). O primeiro modelo que não levou em conta o efeito da difração apresentou uma discrepância significativa com os resultados experimentais (Fig.V.21) sugerindo que a deposição de energia prevista por ele (Fig.V.15) subestima o caso real. Este segundo modelo representa um aperfeiçoamento em relação ao primeiro pelo fato de levar em consideração o efeito da difração na água, onde neste caso os resultados teóricos e experimentais convergem ao ponto de em alguns casos convergir (Fig. V.22). Isto se verificou no caso de para frequência de 1MHz na profundidade de 60mm para todas as intensidades. O fato de não incorporar o efeito da difração dentro do *Phantom* pode ter contribuído para a discrepância observada em 3Mhz e á profundidade de 20mm. Além disto alguns outros fatores podem ser levados em consideração:

1. Efeito dos termopares: Por estarem também imersos no campo de irradiação os termopares são sujeito a forças de radiação e sofrem vibrações que podem determinar uma elevação de temperatura local não correspondente à absorção pelo *Phantom*, no caso de irradiação em níveis terapêuticos, este efeito pode ser mais pronunciado principalmente no termopar central.
2. Efeitos não lineares: Em irradiações com maiores intensidades, os efeitos não lineares tornam-se mais pronunciados, neste caso observam-se alterações no formato da onda, o que significa que são gerados harmônicos de ordem superior. Uma vez que a absorção e o espalhamento são

dependentes da frequência, pode-se esperar uma maior geração de calor além da prevista por um modelo teórico que assume uma frequência de irradiação fixa.

3. Campo acústico: A região do campo acústico próxima do transdutor não é facilmente modelada e o modelo aqui adotado pode não ser o mais adequado.
4. Foi observado que para altas temperaturas, o *Phantom* atingiu valores acima da temperatura de fusão do ágar e isto poderia levar a surgimento de não homogeneidades que poderiam causar reverberações e aumento do espalhamento.
5. O modelo térmico bidimensional, não levou em consideração a dependência das propriedades térmicas do meio com a temperatura, considerando a massa específica, condutividade térmica e calor específico como constantes.

Na montagem experimental (IV.2) construída para testar este modelo foram estudados os efeitos da intensidade, frequência e profundidade na distribuição da elevação da temperatura. Ficou demonstrado que tendo-se um transdutor calibrado é possível produzir em uma determinada região, uma elevação de temperatura previsível em função dos parâmetros do tecido e da irradiação. (Fig. V.4.1 a-c).

Fica claro que o transdutor estático, pelo fato de ser muito efetivo na função de aquecimento, pode inviabilizar tratamentos em maiores profundidade, pelo fato de gerar aumentos de temperatura na região superficial do músculo acima do limite de segurança (Fig. V.18 e V.19). Esta dificuldade poderia ser contornada adotando-se protocolos de aplicação mais complexos onde movimentação controlada, tempo de irradiação e focalização poderiam atender este problema.

O registro da temperatura nas duas profundidades e em pontos afastados do eixo longitudinal do campo (Fig. V.23) permitiu observar que o grau de complexidade do campo térmico aumenta a medida que se aproxima da face do transdutor o que pode ser atribuído à complexidade do campo acústico nessa, região conforme discutido no item V.4. Do ponto de vista da fisioterapia esta característica aponta para a dificuldade de se prever pontos quentes durante a aplicação. Isto tem repercussão em segurança uma vez que na prática

fisioterapêutica, a grande maioria das aplicações de ultrassom se dá na região próxima à face do transdutor.

Utilizando os valores experimentais da irradiação (Intensidade, frequência e duração associados ao campo acústico modelado conforme descrito na seção III.6.4) e do *phantom* (atenuação, densidade, velocidade de propagação acústica, geometria, condutividade e difusividade térmicas, seção V.1.1 e V.1.2) no modelo teórico foi possível obter perfis de temperatura. Comparados aos obtidos experimentalmente tanto para 1MHz quanto para 3 MHz onde observou-se diferenças variando de 0,23, 0,48 e 0,1 °C para intensidades variando entre 1 e 2 W/cm<sup>2</sup> no caso da região a 6 cm da superfície do *phantom* (profunda). Na região a 2 cm da superfície, houve discrepância entre experimental e teórico representada por diferenças de 3 a 12 °C para intensidades variando entre 1 e 2 W/cm<sup>2</sup> na frequência de 1 MHz. No caso de 3MHz as diferenças foram respectivamente de 6 a 9 °C para a mesma faixa de intensidade. Do ponto de vista da sonidoterapia o modelo ainda não se aplica pois subestima os níveis de temperatura atingidos experimentalmente o que traria riscos ao paciente, principalmente para regiões superficiais de aquecimento.

No que diz respeito à confecção do *phantom* observou-se que tanto a atenuação quanto a velocidade de propagação permanecem estáveis por, no máximo, 20 dias para *phantoms* a base de Agar e isto mesmo com o cuidado de conservá-los imersos em água e glicerina. Isto corrobora com outros trabalhos que apontam para a necessidade de se buscar materiais estáveis que apresentem propriedades acústicas e termofísicas similares as dos tecidos humano, no intuito de aproximar os ensaios experimentais a casos reais fisiológicos e de reduzir problemas de incerteza e reprodutividade.

## VII – Referência Bibliográfica

ALVARENGA, A.V., TEIXEIRA, C.A.D, RUANO, M.G, PEREIRA, W.C.A 2010, “Influence of temperature variations on the entropy and correlation of the Grey-Level Co-occurrence Matrix from B-Mode images”, *Ultrasonics (Guildford)*, v. 50,pp. 290-293.

BACON D., SHAW A., 1993, “Experimental Validation of Predicted Temperature Rises in Tissue-mimicking Materials”, *Physics in Medicine and Biology*, v. 38, n. 11, pp. 1647–1659.

BAKER K.G, ROBERTSON V.J. DUCK F.A. 2001, “A Review of Therapeutic Ultrasound: Biophysical Effects”, *Physical Therapy*, v. 81, n.7, pp. 1351-1358.

BAMBER J. C. e HILL C. R. 1978, “Ultrasonic attenuation and propagation speed in mammalian tissue as a function of temperature”, *Ultrasound in Medicine and Biology*, v.3, pp. 15-20.

BASTO R. L. Q., KRUGER M. A, PEREIRA W. C, 2007, “Construção de um *Phantom* Sintético com Propriedades Acústicas e Termofísicas Similares às do Tecido Biológico Humano em 1,0 e 2,8 MHz” Tese de Mestrado, Rio de Janeiro, RJ.

BICKFORD R. H., DUFF R. S, 1953, “Influence of Ultrasonic Irradiation on Temperature and Blood Flow in Human Skeletal Muscle”, *Cir Res*, v.1, pp.534-538.

BUNN, P. S., COSTA, R. M., [MAGGI, L. E.](#) , [von KRUGER, M. A.](#) ,PEREIRA, W. C. A. . 2008, “ Avaliação da Estabilidade de um *Phantom* com Propriedades Acústicas Similares aos Tecidos Biológicos” In: XXI Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica, 2008, Salvador. Anais do XXI Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica. Salvador : SBEB, v. 1. pp. 1135-1138.

BURLEW M. M., MADSEN E. L. M. *et al.*, 1980, "A New Ultrasound Tissue-equivalent Material", *Radiology*, v. 134, n. 2, pp. 517-520.

CHATO, J.C., 1980, "Heat transfer to blood vessels", *Journal of Biomechanical Engineering.*, v. 102, pp. 110-118.

CHEN, M.M., HOLMES, K.R. 1980. "Microvascular contributions in tissue heat transfer", *Annals NY acad. Sci.*, v. 335, pp. 137-150.

CHIN R. B., MADSEN E. L., ZAGZEBSKI J. A., *et al*, 1990, "A Reusable Perfusion Supporting Tissue-mimicking material for Ultrasound Hyperthermia *Phantoms*", *Medical Physics*, v.17, n.3, pp. 380-390.

COOPER K. E., EDHOLM O. G. e MOTTRAM R. F., 1955, "The Blood Flow in Skin and Muscle of the Human Forearm", *The Journal of Physiology*, v. 128, n. 2 , pp. 258-267.

COTTA, R. M., 1990, "Hybrid Numerical-Analytical Approach to Nonlinear Diffusion Problems", *Num. Heat Transfer, Part B*, v. 127, pp. 217-226.

COTTA, R. M., 1993 "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press, Boca Raton, FL.

COTTA, R. M., 1994, "Benchmark Results in Computational Heat and Fluid Flow: - The Integral Transform Method", *Int J. Heat & Mass Transfer* (Invited Paper), v. 37, Suppl. 1, pp. 381-394.

COTTA, R. M., e MIKHAILOV, M. D., 1997, "*Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation*", Wiley-Interscience, Chichester, UK.

COTTA, R. M., Ed., 1998, “*The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Sciences and Engineering*”, Begell House, New York.

COTTA, R. M., ALVES, L. S. B. e MIKHAILOV, M. D., 2001, "*Applied Numerical Analysis with Mathematica*", Editora E-Papers, Rio de Janeiro, Brasil.

COTTA, R. M. e ORLANDE, H. R. B., 2003, “Hybrid Approaches in Heat and Mass Transfer:- A Brazilian Experience with Applications in National Strategic Projects”, *Heat Transfer Eng.*, Invited Editorial, v.24, no.4, pp.1-5.

COTTA, R. M., SANTOS, C. A .C., QUARESMA, J. N. N., e PEREZ-GUERRERO, J.S., 2005, “ Hybrid Integral Transforms in Convection-Diffusion: Recent Applications in Internal Flow Simulation”, Invited Lecture, *Proc. of the 4th Int. Conf. Computational Heat and Mass Transfer, 4th ICCHMT*, Paris-Cachan, France.

COTTA R. M. e MIKHAILOV M. D., 2006, “*Hybrid Methods and Symbolic Computations*”, in: W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, and J.Y. Murthy, *Handbook of Numerical Heat Transfer*, 2nd edition, Chapter 16, John Wiley, New York , pp.493-522.

COTTA R. M, Cotta B. P, NAVEIRA-COTTA C. P e COTTA-PEREIRA G., 2012, “Hybrid integral transforms analysis of the bioheat equation with variable properties”. *Int. Journal of Thermal Sciences*; v.49, pp.1510-1516.

CREZEE J. LAGENDIJK e J. J. W., 1990, “Experimental Verification of Bioheat Transfer Theories: Measurement of temperatures profile Around Large Artificial Vessel in Perfused Tissue”, *Physics and Medicine and Biology*, v. 35, n. 7, pp. 905-923.

CREZEE J. e LAGENDIJK J. J. W., 1992, “Temperature Uniformity During Hyperthermia: The Impact of Large Vessel”, *Physics and Medicine and Biology*, v. 37, pp. 1321-1337.

CUNHA A., 2001, “*Ação do Ultrassom Terapêutico no Processo de Reparo do Tendão em Rato*”, Tese de M. Sc., CAPNS/UFSCAR, São Carlos, Brasil, (março), 78 p.

DEMMINK J. A & HELDERS P. J. M. ,2003, “The Effect an Ultrasound Transducer on Tissue Heating”, *Advances in Physiotherapy*, v.5, n.2, pp. 50-56.

DYSON M., 1987, “Mechanisms Involved in Therapeutic Ultrasound”, *Physiotherapy*, v. 73, n. 3, pp. 116-120.

DRAPER, D. O., RICARD, M. D., 1995, “Rate of temperature decay in human muscle following 3 MHz ultrasound: the stretching window revealed”, *Journal of Athletic Training*, v. 30, n. 4, pp. 304-307.

ENWEMEKA C. S., HETCHMAN K. S, CUTAIA D. C, CHAMBERS K. R.,1992, “Soft Tissue Temperature Distribution in Human Thigh Exposed to Therapeutic Ultrasound” *Phys Ther*, v.72, pp.68.

FERRARI, B. C., 2008, *Avaliação do desempenho de equipamento de ultrassom*. Tese de M.Sc., Univ. Metodista de Piracicaba, Piracicaba,SP, Brasil.

FISH P., 1990, *Physics and Instrumentation of Diagnostic Medical ultrasound*, ed. John Wile & Sons, 1 ed. New York, EUA.

FURTADO C. S., 2005, “*Método Calorimétrico para Medição do Campo Térmico Gerado por Ultrassom Empregado em Fisioterapia*”, Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, (junho), 53 p.

GANN N., 1991, “Ultrasound: current concepts”, *Clinical Management*, v.11, n.4, pp. 64-69.

GARCIA P. A., SOARES A. C. *et al*, 2004, “ Análise Preliminar do Emprego do Ultrassom Terapêutico Pelos Fisioterapeutas na Cidade de Goiânia-GO” ,*IFMBE*, v.5, n. 1, pp. 1627-1630.

GOMEZ-FLORES W., 2006, “*Método para la Caracterización de Sistemas de Terapia Ultrasónica Mediante una Técnica de Termografía Basada em Cristales Líquidos Termocromáticos*” , Tese de M. Sc. Cinvestav-IPN, Engenharia elétrica , Cidade do México, México, (outubro), 123p.

GONZÁLEZ G., AZBAID A., LEIJA L., RAMOS A., RAMI X., SAN EMETERIO J., MORENO E., 2002, “*Experimental evaluation of some narrow-band ultrasonic transducer as therapy applications*”, *Revista de Acustica*, v. 33, n. 3-4.

GUIRRO, E., GUIRRO, R., 1996, “ As variáveis Físicas do Ultrassom Terapêutico: uma Revisão”, *Revista de Ciência e Tecnologia*, pp. 31-41.

GUIRRO, R.; SERRÃO, F., 1997. “Calibration of Therapeutic Ultrasound Equipment”. *Physiotherapy*, v. 83, n. 8, pp.419-422.

GUYTON, A.C. e Hall, J.E., 1997, *Tratado de Fisiologia Médica*, ed. Guanabara Koogan , 9ª ed., Rio de Janeiro, BR.

HAYES, B. T., MERRICK, M. A., SANDREY, M. A. *et al.*, 2004, “Three-MHz ultrasound heats deeper into the tissues than originally theorized”, *Journal of Athletic Training*, v. 39, n. 3 (Set), pp. 230-234.

HUTCHINS, D. A., HAYWARD, G., 1970, “Radiated Fields of Ultrasonic Transducer”, *Physical Acoustics*, v.48, n.1-B, pp.10-20.

HYNYEN K., WATMOUGH D. J., MALLARD J. R., 1982, “ The Effect of Conduction During Local Hyperthermia Induced by Ultrasound: A *Phantom Study*.” BR J Cancer 1982,v.45,pp.68

IEC 61689 (2007/2008) – Ultrasonics – Physiotherapy systems – Field specifications and methods of measurement in the frequency range 0,5 MHz to 5 MHz. IEC – The International Eletrotechnical Comission.

ISHIKAWA N. M., ALVARENGA A. V., PAES L. F. C *et al*, 2000, “Análise do desempenho de equipamentos de ultra-som para fisioterapia, operando na cidade do Rio de Janeiro, conforme a norma NBR/IEC 1689 da ABNT.”, *Ver. Bras. Fisioter.*, 2002; 6 (2): 63-9.

KITCHEN, S., 2003, “Terapia com Ultra-Som”. In: *Eletroterapia: prática baseada em evidências*, 2ª ed, capítulo 14, Barueri, São Paulo, Brasil, Editora Manole.

KOLIOS M. C., SHERAR M. D. e HUNT J. W. 1999a, “Large Blood Vessel Cooling in Heated tissue: a Numerical Study”, *Physics and Medicine and Biology*, v. 40, pp. 477-494.

KOLIOS M. C., WORTHINGTON A. E., HOLDSWORTH D. W *et al.*, 1999b, “An Investigation of the Flow Dependence of Temperature Gradients near Large Vessels During Steady state and Transient Tissue Heating”, *Physics and Medicine and Biology*, v. 44, pp. 1479-1497.

LEHMANN J. F, MCMILLAN J. A, BRUNNER G. D, BLUMBERG J. B, 1959, “Comparative study of the efficiency of short-wave, microwave and ultrasonic diathermy in heating the hip joint”, *Arch Phys Med Rehabil.*,v.40, pp.510–512.

LEHMANN, J. F., DELATEUR, B. J.,STONEBRIDGE, J. B.,WARREN C. G.,1967, “Therapeutic temperature Distribution Produced by Ultrasound as Modified by Dosage and Volume of Tissue Exposed.”, *Arch Phys Med Rehabil*, v.48, pp.662-666.

LEHMAN, J. F, de LATEUR, B. J, WARREN, C. G, STONEBRIDGE, J. B., 1968, “Heating of joint structures by ultrasound.” *Arch Phys Med Rehab*, v.49,pp.28–30.

LEITE, J. C. B, SAN EMETRIO, J. L, PEREIRA, W. C. A, 2007, “Reflection and Transmission of Plane Ultrasonic Pulses in a Three Layer Biological Structure”, *19th International Congress on Acoustics, Madrid, 2007. No Especial Revista de Acústica*, v. 38,n.4, ISBN: 84-87985-12-2\_2.

LELE P. P, PARKER K. J., 1982 “ Temperature Distribution in Tissues During Local Hyperthermia by Stationary or Steered Beam of Unfocused or Focused Ultrasound”, *Br J. Cancer*, v.45, pp.108-121.

LEVIN W. ,SHERAR M. D., COOPER B. HILL R. P., HUNT J. W. , *et al*, 1994, “The Effect of Vascular Occlusion on Tumor Temperatures During Superficial Hyperthermia”, *International Journal of Hyperthermia*, v. 10, pp. 495-505.

LIN, W. L., CHIHNG, T. L., YUNG-Y.C, H. W. A, C. L., MING, J. S., 2000, “Theoretical Study of Temperature Elevation at Muscle/bone Interface During Ultrasound Hyperthermia”, *Med. Phys.*, v.27,n.5, pp.1131-1140.

MACEDO A. R, ALVARENGA A. V. *et al*, 2002, “Mapeamento de Feixe Ultra-sônico Utilizando as Propriedades Cromotérmicas dos Cristais Líquidos Colestéricos”, *Revista Brasileira de Engenharia Biomédica* , v. 19, n. 2, pp. 61-68.

MACHADO A. R., ALVARENGA A. V., PEREIRA W. C. A., MACHADO J. C., 2002, “Mapeamento de Feixe Ultra-sônico Utilizando as Propriedades Cromotérmicas dos Cristais Líquidos Colestéricos”, *Revista Brasileira de Engenharia Biomédica*, v.19, n. 2, pp. 61-68.

MADSEN E. L., ZAGZEBSKI J. A. et al, 1978, “Tissue Mimicking Materials for Ultrasound *Phantoms*”, *Medical Physics.*, v.5, n. 5, pp. 391-394.

MADSEN E. L., ZAGZEBSKI J. A., FRANK G. R., 1982, “ Oil-in-Gelatin Dispersions for Use a Ultrasonically Tissue-Mimicking Material”, *Ultrasound in Medicine & Biology*, v. 8, n. 3, pp. 277-287.

MAGGI, L. E., OMENA, T. P., von KRUGER, M. A., PEREIRA, W. C. A., 2008, “Didactic Software to Modeling Heating Pattern of Tissues Irradiated by Physiotherapeutic Ultrasound. *Revista Brasileira de Fisioterapia (Impresso)*, v. 12, p. 204-214.

MAMIKO F., KATSUYUKI S., YASUNAG T., AKIRA N., HIROSHI K., 1999, “Study of the cause of the rise temperature at the muscle-bone interface during ultrasound hyperthermia”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 46, n. 5, pp. 494-504.

MARSILI I. , GITELMAN G. W., MONTEIRO E. E. C., VON KRÜGER M. A., PEREIRA W. C. A. 2004, “Novos Materiais para a Confecção de *Phantoms* Biológicos Ultra-sônicos”, *CLAEB*, v. 5, n. 1, pp. 1639-1642.

MARTIN K. e FERNANDEZ R., 1997, “A Thermal Beam-shape *Phantom* for Ultrasound Physiotherapy Transducer”, *Ultrasound in Medicine and Biology*, v. 23, n. 8, pp. 1267-1274.

MERRICK, M. A., BERNARD, K. D., DEVOR, S. T. *et al.*, 2003, “Identical 3-MHz ultrasound treatments with different devices produce different intramuscular temperatures”, *Journal of Orthopaedic and Sports Physical Therapy*, v. 33, n.7 (Jul), pp.379-385.

Mikhailov, M. D. e Ozisik, M. N. (1984), “*Unified Analysis and Solution of Heat and Mass Diffusion*”, John Wiley.

MOORE, K. L. 1997, “*Anatomia orientada para clínica*”, 3ª ed. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, BR.

MOROS, E. G, NOVAK, P., STRAUBE, W. L, KOLLURI, P., YABLONSKIV, D. A., MYERSON, R.J., 2004, “Thermal Contribution of Compact Bone to Intervening Tissue like Media Exposed to Planar Ultrasound”, *Physics in Medicine & Biology*, v.49, pp. 869-886.

MYERS, M. R., 2004, “Transient Temperature Rise Due To Ultrasound Absorption at Bone/Soft-Tissue Interface”, *J. Acoustic. Soc. Am.*, v.115, n.6, pp. 2887-2891.

NAVEIRA, C. P., LACHI, M., COTTA, R. M., e PADET. J., 2009a, “Hybrid Formulation and Solution for Transient Conjugated Conduction-External Convection”, *Int. J.heat & Mass Transfer*, v. 52, n.1-2, pp. 112-123.

NBR / IEC 1689 (1998) – Ultra-som – Sistemas de Fisioterapia – Prescrições para desempenho e métodos de medição na faixa de frequências de 0,5 MHz a 5 MHz, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.

OMENA T. P., PEREIRA W. C, KRUGER M. A., 2009, “Calorímetro Diferencial com Matriz de Termopares para Avaliação do Aquecimento ao Longo do Feixe Ultra-Sônico Gerado por Aquecimento de Fisioterapia” Tese de Mestrado, Rio de Janeiro, RJ.

ÖZISIK, M. N. e MURRAY, R. L., 1974, “On the Solution of Linear Diffusion Problems with Variable Boundary Conditions”, *J. Heat Transfer*, v. 96, pp. 48-51.

PAYNE A., M. MATTINGLY, SHLKEY J., SCOOT E. e ROEMER R., 2001, “A Dynamic Two-dimensional *Phantom* for Ultrasound Hyperthermia Controller Testing”, *International Journal of Hyperthermia*, v. 17, n. 2, pp. 143-159.

PENNES H. H., 1948, “ Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting forearm”, *Journal Applied Physiology*, v. 1, pp. 93-122.

PICCOLI, R., MEXIAS, A., FIGUEIRA, R., MONTEDO, O.; BERTAN, F., 2006, “Características das principais técnicas analíticas aplicadas à caracterização de materiais.” IN: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS (17º CBECMAT), 17., Foz do Iguaçu.

Pierce, A.D. **Acoustics: an Introduction to Its Physical Principles and Applications**, New York, Ed. McGraw-Hill. 1981.

PRENTICE, W.E., 2004, “Ultra-som terapêutico”. In: *Modalidades terapêuticas para fisioterapeutas*, 2ª ed, capítulo 10, Porto Alegre, Brasil, Editora Artmed.

RICKEY D.W., PICOT P. A. , CHRISTOPHER D.A., FENSTER A. 1995, “A wall-less vessel *phantom* for Doppler ultrasound studies”, *Ultrasound in Medicine and Biology*, v. 21, n. 9, pp. 1163-76.

SANTOS, C. A. C. ; AVELINO, M. ; COTTA, R. M. ,2001, “Computational Solutions and Experimental Analysis of Transient Forced Convection in Ducts”. *International Journal of Transport Phenomena*, v. 3, p. 1-17.

SATO Y., VIEIRA R. S. , PEREIRA W. C. A. , 2000, “ Materiais Mimetizadores de Tecido para Confecção de *Phantoms* para Ultrassom Diagnóstico”, *Anais do XVII Congresso de Engenharia Biomédica*, Florianópolis, Brasil, vol. 1, pp. 1105-1110.

SPEED C. A. 2001, "Review: Therapeutic ultrasound in soft tissue lesion" *Rheumatology*, v. 40, pp. 1331-1336.

TORREL L. M., NILSSON S. K., 1978, "Temperature Gradients in Low-flow Vessel", *Physics and Medicine Biology*, v. 23, n. 1, pp. 106-117.

WILFRED L., ROSENBAUM, M. STELLA A., GORDON E.S., 2000, "Classification and Performance of Denoising Algorithms for Low Signal to Noise Ratio Magnetic Resonance Images" *SPIE* v.3979

WILLIAMS AR., 1983, "*Ultrasound: Biological Effects and Potential Hazards*" London, England: Academic Press.

ZAPATA R.C.B, 2004, "*Diseño de un Sistema para la Medición de Potencia US por Medio de Calorimetría para Transductores de Terapia*", Tese de M. Sc., Cinvestav-IPN, Engenharia elétrica, Cidade do México, México, (outubro), 175p.

ZERHOUNI M. B., RACHEDINE M., 1993, "Ultrasonic Calibration Material and Method", United States Patent n. 5.196.343.23.

## VIII - Anexos

### VIII.1) Anexo 1

# Programa Irradiação por Ultrassom em tecido biológico humano

```
Off[Table::"iterb", Thread::"tdlen",  
SetDelayed::"write", FindRoot::"srect", ReplaceAll::"reps"];
```

---

## DADOS DE ENTRADA E DEFINIÇÕES

```
datatest = {AL → 0.07, bexp → 0.021, AK → 0.6, Ro → 1056.7,  
Cp → 3200, Ta → 24, βd → 9.2, VI0 → 15 000, r1d → 0.012, h1 → 400, h2 → 400}  
temp = 300;  
α = (AK / (Ro * Cp)) /. datatest  
texp = ((α * t) / (bexp ^ 2)) /. datatest;  
θexp = (T - Ta) / Ta /. datatest;  
Rexp = r1d / bexp /. datatest;  
Bi1 = (h1 * bexp) / AK /. datatest;  
Bi2 = (h2 * bexp) / AK /. datatest;  
R1 = r1d / bexp /. datatest;  
Zexp = z / AL /. datatest;  
gama = AL / bexp /. datatest;  
I0e = (VI0 * βd * (bexp ^ 2)) / (AK * Ta) /. datatest;  
Nt = {Ntr → 30, Ntz → 30};  
β[m_] := av /. FindRoot[-gama * av * Sin[gama * av] + Bi2 * Cos[gama * av] == 0,  
{av, (m - 1) * N[Pi] / gama, m * N[Pi] / gama}]  
Plot[-gama * av * Sin[gama * av] + Bi2 * Cos[gama * av], {av, 0, 10 * Pi}]  
β[10];  
Γ[m_][Z_] = Cos[β[m] gama * Z];  
Γ[10][Z];  
Mm[m_] := (1 / 2) * ((gama ^ 2 * β[m] ^ 2 + Bi2 ^ 2 + Bi2) / (gama ^ 2 * β[m] ^ 2 + Bi2 ^ 2))  
Mm[10];  
μ[i_] := μ[i] = μi /.  
FindRoot[Bi1 * BesselJ[0, μi] - μi * BesselJ[1, μi] == 0, {μi, (i - 1) * N[Pi], i * N[Pi]}]  
Plot[Bi1 * BesselJ[0, μi] - μi * BesselJ[1, μi], {μi, 0, 10 * Pi}]  
μ[10];  
ψ[i_][R_] = BesselJ[0, μ[i] R];  
ψ[10][R];  
Ni[i_] := (1 / 2) * (((BesselJ[0, μ[i]]) ^ 2) (Bi1 ^ 2 + μ[i] ^ 2) / μ[i] ^ 2);  
Ni[10];  
  
Table[β[m] - β[m - 1], {m, 2, 50}]  
Table[μ[m] - μ[m - 1], {m, 2, 50}]
```

## COEFICIENTES INTEGRAIS e NORMAS

```
cofpoli = {a → 1.0036, b → 0.0492, c → -3.1666, d → 3.2361, e → -0.815};
p[R_] = (a + b * R + c * R^2 + d * R^3 + e * R^4) /. cofpoli
(*fi[i_] := Integrate[R * p[R] * ψ[i][R], {R, 0, N[6/10]}];*)
fi[i_] := Integrate[R * p[R] * ψ[i][R], {R, 0, 1}];
fi[10];
G[Z_] = I0e * Exp[-2 * βd * Z * AL] /. datatest
gm[m_] := Integrate[G[Z] * Γ[m][Z], {Z, 0, 1}]
gm[10];
gim[i_, m_] := fi[i] gm[m] // Chop;
gim[10, 10];

1.0036 + 0.0492 R - 3.1666 R^2 + 3.2361 R^3 - 0.815 R^4

4.22625 e-1.288 Z

0.9954~ + 0.0166~ R - 0.0423~ R^2 + 0.05~ R^3 - 0.0002~ R^4

Plot[p[R] /. cofpoli, {R, 0, 1}]
```

---

## SOLUÇÃO

```
θim[i_, m_][τ_] := (gim[i, m] / (μ[i]^2 + β[m]^2)) (1 - Exp[-(μ[i]^2 + β[m]^2) τ])
θ[R_, Z_, τ_][Ntr_, Ntz_] :=
  Sum[(ψ[i][R] / Ni[i]) (Γ[m][Z] / Mm[m]) θim[i, m][τ], {i, Ntr}, {m, Ntz}] // Chop //
  ExpandAll
θ[R, Z, τ][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt];
Length[θ[R, Z, τ][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt]];

Nt;

tf = (α * temp) / (bexp^2) /. datatest
θ0Z[τ_] = θ[R, Z, τ][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /. {R → 0, Z → 0.1};
θad[R_, Z_, τ_] = θ[R, Z, τ][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt];

0.120707

Plot3D[θad[x, y, 0.10], {x, 0, 1}, {y, 0, 1}]
```

---

## DIMENSIONAL

```
grupos = {τ -> (α * t / (b^2)), R → r / b, Z → z / L};
geomexp = {b → 0.021, L → 0.07};
T[r_, z_, t_][Ntr_, Ntz_] :=
  Ta * (θ[R /. grupos, Z /. grupos, τ /. grupos][Ntr, Ntz] + 1) /. geomexp /. datatest
T[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt];
```

---

## RESULTADOS

```
T3[r_, z_, t_] = T[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] // ExpandAll;
```

```

Tf[r_, z_] = (T[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /. t -> temp) // Chop;

Plot3D[T3[r, z, t] /. t -> 300, {r, 0, 0.021},
  {z, 0, 0.07}, PlotRange -> {24, 40}, Mesh -> True]
Plot3D[T3[r, z, t] /. r -> 0, {t, 0, 300}, {z, 0, 0.07}, PlotRange -> {24, 40}, Mesh -> True]

Plot3D[T3[r, z, 300], {r, 0, 0.021}, {z, 0, 0.07},
  PlotRange -> {{0, 0.021}, {0, 0.07}, {24, 36}}, Mesh -> False, ColorFunction -> "Rainbow"]

Plot3D[T3[r, z, t] /. r -> 0, {t, 0, 300}, {z, 0, 0.07},
  PlotRange -> {24, 40}, Mesh -> False, ColorFunction -> "Rainbow"]

Plot3D[T3[r, z, t] /. z -> 0.01, {t, 0, 300}, {r, 0, 0.021},
  PlotRange -> {24, 40}, Mesh -> False, ColorFunction -> "Rainbow"]

Plot3D[T3[r, z, t] /. z -> 0.06, {t, 0, 300}, {r, 0, 0.021},
  PlotRange -> {24, 40}, Mesh -> False, ColorFunction -> "Rainbow"]

RevolutionPlot3D[T3[r, 0.01, 300], {r, 0, 0.021}, Mesh -> False, ColorFunction -> "Rainbow"]

RevolutionPlot3D[T3[r, 0.06, 300], {r, 0, 0.021}, Mesh -> False, ColorFunction -> "Rainbow"]

DeltaT[r_, z_, t_][Ntr_, Ntz_] :=
  Ta * (θ[R /. grupos, Z /. grupos, τ /. grupos][Ntr, Ntz]) /. geomexp /. datatest
T[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt];
gratimeDelt1 =
  Plot[Evaluate[(DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /. {r -> 0.005, z -> 0.06}),
    {t, 0, temp}, PlotRange -> {0, 4}, Frame -> True, FrameLabel -> {"t", "T(t)"}]]
gratimeDelt2 = Plot[Evaluate[(DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /. {r -> 0.01, z -> 0.06}),
  {t, 0, temp}, PlotRange -> {0, 4}, Frame -> True, FrameLabel -> {"t", "T(t)"}]]

gratimeDelt3 =
  Plot[Evaluate[(DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /. {r -> 0.005, z -> 0.02}),
    {t, 0, temp}, PlotRange -> {0, 8}, Frame -> True, FrameLabel -> {"t", "T(t)"}]]
gratimeDelt4 = Plot[Evaluate[(DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /. {r -> 0.01, z -> 0.02}),
  {t, 0, temp}, PlotRange -> {0, 6}, Frame -> True, FrameLabel -> {"t", "T(t)"}]]

Export["sup1.txt",
  Table[Evaluate[DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /. {r -> 0.005, z -> 0.02}],
    {t, 0, 300, 1}]];
Export["sup2.txt", Table[Evaluate[DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /.
  {r -> 0.01, z -> 0.02}], {t, 0, 300, 1}]];
Export["prof1.txt", Table[Evaluate[DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /.
  {r -> 0.005, z -> 0.06}], {t, 0, 300, 1}]];
Export["prof2.txt", Table[Evaluate[DeltaT[r, z, t][Ntr /. Nt, Ntz /. Nt] /.
  {r -> 0.01, z -> 0.06}], {t, 0, 300, 1}]];

```

---

## Validação da Solução CITT pela função Ndsolve

```
Gt[R_, Z_] := p[R] * G[Z] /. cofpoli /. datatest
```

```

Plot[p[R], {R, 0, 1}]

Plot[G[Z], {Z, 0, 1}]
Plot3D[Gt[R, Z], {R, 0, 1}, {Z, 0, 1}]

D[R * θ[R, Z, τ], R, R]
(1 / R) * D[R * θ[R, Z, τ], R, R]

Derivative[1, 0, 0][u][0, x, y] == 0
u(1,0,0)[0, x, y] == 0

cc1 = (D[θv[R, Z, τ], R] /. R → 10-6) == 0
cc2 = (D[θv[R, Z, τ], R] /. R → 1) + Bi1 * θv[1, Z, τ] == 0
cc3 = (D[θv[R, Z, τ], Z] /. Z → 0) == 0
cc4 = (D[θv[R, Z, τ], Z] /. Z → 1) + Bi2 * θv[R, 1, τ] == 0

sistema = {D[θv[R, Z, τ], τ] ==
  (1 / R) * D[R * D[θv[R, Z, τ], R], R] + (1 / (gamma2)) * D[θv[R, Z, τ], Z, Z] + Gt[R, Z],
  θv[R, Z, 0] == 0, cc1, cc2, cc3, cc4} /. datatest

{θv(0,0,1)[R, Z, τ] = 4.22625 e-1.288 Z (1.0036 + 0.0492 R - 3.1666 R2 + 3.2361 R3 - 0.815 R4) +
  0.09 θv(0,2,0)[R, Z, τ] +  $\frac{\theta v^{(1,0,0)}[R, Z, \tau] + R \theta v^{(2,0,0)}[R, Z, \tau]}{R}$ , θv[R, Z, 0] == 0,
  θv(1,0,0) $\left[\frac{1}{1000000}, Z, \tau\right]$  = 0, 14. θv[1, Z, τ] + θv(1,0,0)[1, Z, τ] = 0,
  θv(0,1,0)[R, 0, τ] = 0, 14. θv[R, 1, τ] + θv(0,1,0)[R, 1, τ] = 0}

u[R_, Z_, τ_] =
  NDSolve[sistema, θv[R, Z, τ], {R, 10-6, 1}, {Z, 0, 1}, {τ, 0, τf}][[1, 1, 2]]
InterpolatingFunction[{{1. × 10-6, 1.}, {0., 1.}, {0., 0.120707}}, <>][R, Z, τ]

umss[R_, Z_, τ_] = NDSolve[sistema, θv[R, Z, τ], {R, 10-6, 1},
  {Z, 0, 1}, {τ, 0, τf}, MaxStepSize → {1 / 20, 1 / 10, τf / 10}][[1, 1, 2]]
InterpolatingFunction[{{1. × 10-6, 1.}, {0., 1.}, {0., 0.120707}}, <>][R, Z, τ]

Plot3D[u[x, y, 0.1], {x, 10-6, 1}, {y, 0, 1}]

Plot[{u[0.1, x, τf], θad[0.1, x, τf]}, {x, 10-6, 1},
  PlotStyle → {RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]}]

Plot[{umss[y, 0.1, τf], θad[y, 0.1, τf]},
  {y, 10-6, 1}, PlotStyle → {RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]}]

Plot[{umss[y, 0.1, τf / 5], θad[y, 0.1, τf / 5], u[y, 0.1, τf / 5]},
  {y, 10-6, 1}, PlotStyle → {RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]}]

TimeUsed[]

1218.52

Plot3D[{u[y, x, τf], θad[y, x, τf]}, {x, 10-6, 1},
  {y, 0, 1}, PlotStyle → {RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]}]

```

## VIII.2) Anexo 2

Dados da Calibração dos Termopares Tipo E

Termopar 1

K= 2

Média Exata	Média Indicado			Incerteza Combinada	Desvio
° C	Indicado	Correção	Incerteza Expandida		
24,931	25,2	0,2692	0,2918	0,1459	0,0245
34,751	34,1	-0,6706	2,0308	1,0154	1,0052
44,870	45,0	0,1497	0,2985	0,1493	0,0400
54,950	55,1	0,1302	0,2972	0,1486	0,0374
44,690	45,1	0,4097	0,2876	0,1438	0,0000

Interpolacao Linear :  $y = m x + b$

0,994636262    0,038285345  
0,073393057    b

Termos do Polinômio 1º Grau

" x "                      "x2 "  
0,07339306    0,994636262    0    Calculado pelo LINEST :  $y = m x + b$

Interpolação - Polinômio do 1º Grau		
Leitura ° C	Valor Corrigido	Correção
25	24,9393	0,0607
35	34,8857	0,1143
45	44,8320	0,1680
55	54,7784	0,2216

Termopar 2

K= 2

Média Exata	Média Indicado			Incerteza Combinada	Desvio
° C	Indicado	Correção	Incerteza Expandida		

24,951	25,2	0,2492	0,2918	0,1459	0,0245
34,971	35,1	0,1494	0,2918	0,1459	0,0245
45,010	44,9	-0,0903	0,2945	0,1472	0,0316
55,050	55,0	-0,0698	0,2972	0,1486	0,0374

Interpolacao Linear :  $y = m x + b$

0,997529656      0,038285345  
 -0,131225116      b

Termos do Polinômio 1º Grau

" x "      "x2 "  
 -0,1312251      0,997529656      0      Calculado pelo LINEST :  $y = m x + b$

Interpolação - Polinômio do 1º Grau		
Leitura ° C	Valor Corrigido	Correção
25	24,8070	0,1930
35	34,7823	0,2177
45	44,7576	0,2424
55	54,7329	0,2671

### Termopar 3

K= 2

Média Exata	Média Indicado			Incerteza Combinada	Desvio
° C	Indicado	Correção	Incerteza Expandida		
24,811	25,1	0,2892	0,2972	0,1486	0,0374
34,911	35,0	0,1094	0,2945	0,1472	0,0316
44,690	44,9	0,1897	0,2972	0,1486	0,0374
54,730	54,9	0,2101	0,2876	0,1438	0,0000

Interpolacao Linear :  $y = m x +$



Termos do Polinômio 1º Grau  
 " x " "x2 "  
 -0,2874714 0,999206958 0 Calculado pelo LINEST :  $y = m x + b$

Interpolação - Polinômio do 1º Grau		
Leitura ° C	Valor Corrigido	Correção
25	24,6927	0,3073
35	34,6848	0,3152
45	44,6768	0,3232
55	54,6689	0,3311

### Termopar 7

K= 2

° C	Média Exata	Média Indicado	Correção	Incerteza Expandida	Incerteza Combinada	Desvio
24,851		25,1	0,2492	0,2918	0,1459	0,0245
34,851		35,1	0,2494	0,2918	0,1459	0,0245
44,950		45,0	0,0497	0,2918	0,1459	0,0245
55,070		55,1	0,0102	0,2876	0,1438	0,0000

Interpolacao Linear :  $y = m x + b$

0,998440076 0,038285345  
 -0,214521673 b

Termos do Polinômio 1º Grau  
 " x " "x2 "  
 -0,2145217 0,998440076 0 Calculado pelo LINEST :  $y = m x + b$

<b>Interpolação - Polinômio do 1º Grau</b>		
<b>Leitura ° C</b>	<b>Valor Corrigido</b>	<b>Correção</b>
25	24,7465	0,2535
35	34,7309	0,2691
45	44,7153	0,2847
55	54,6997	0,3003