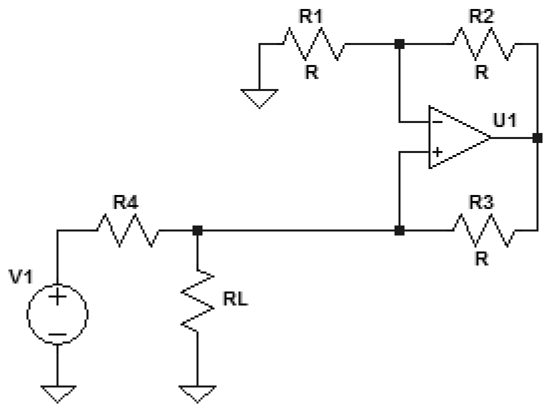
Circuitos Elétricos I – EEL420 16/04/2015

Nome:

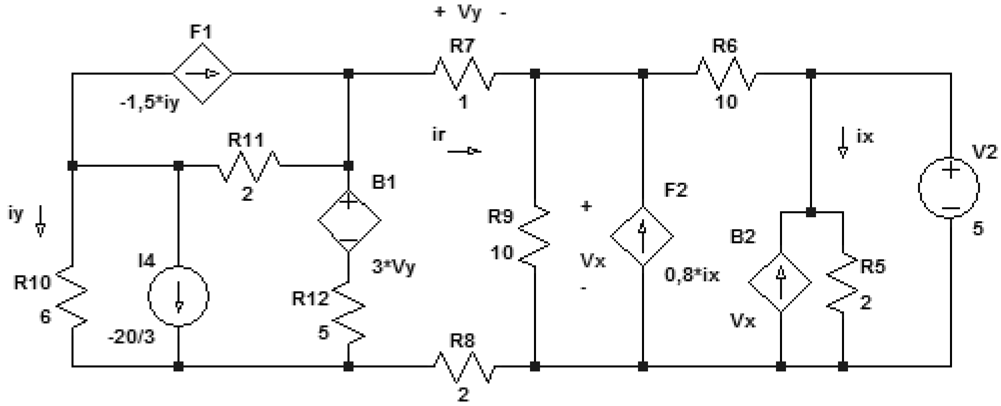
1) COLOQUE SEU NOME E NUMERE AS FOLHAS DOS CADERNOS DE RESPOSTA
2) RESPONDA AS QUESTÕES EM ORDEM UTILIZANDO ATÉ 2 PÁGINAS POR QUESTÃO (NO MÁXIMO 3)
3) REDESENHE O CIRCUITO E INDIQUE AS CORRENTES E TENSÕES (**NOMES E SENTIDOS**)
4) ESCREVA AS EQUAÇÕES LITERAIS, E SÓ DEPOIS SUBSTITUA VALORES.
5) O EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA É MAIS IMPORTANTE QUE A SOLUÇÃO FINAL!

1) Calcule o valor de R4 para que o circuito se transforme numa fonte de corrente aplicada sobre RL. Para este caso, qual o valor e o sentido da corrente sobre RL? Substitua U1 pelo seu modelo ideal antes de resolver o problema.

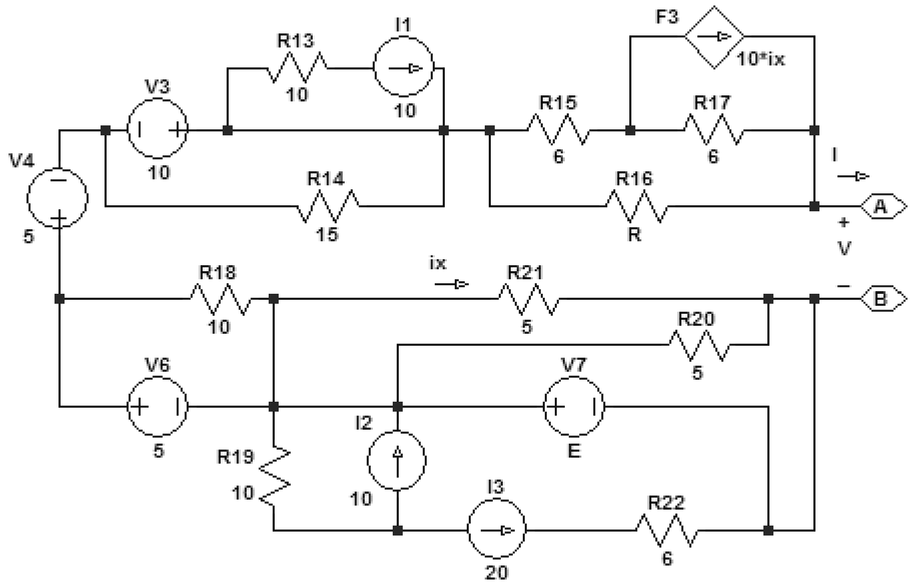
Sugestão: Calcule o equivalente Thevenin do circuito a direita de RL.

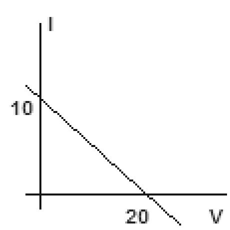


2) Calcule ir. Por malhas ou nós escreva um máximo de 3 equações (além das auxiliares).



3) Determine o valor de R16 e V7 para que o equivalente Thevenin do circuito entre os pontos A e B, seja igual ao do gráfico. Por malhas ou nós escreva um máximo de 2 equações (além das auxiliares).





Solução

1) Aplicando uma fonte de corrente (i) no circuito a direita de RL e calculando seu equivalente Thevenin (v(i)).

$$-i+\frac{(v-vo)}{R_3}=0$$

$$\frac{v}{R_1}+\frac{(v-vo)}{R_2}=0$$

Substituindo valores (R_1=R_2=R_3=R) e isolando v, temos $v=-R\cdot i$ o que equivale a um resistor (*Req*) de valor -*R*. Transformando v_1 e R_4 em um equivalente Norton teremos um fonte de corrente $I=v_1/R_4$ e uma resistência equivalente igual a R_4. Para que o equivalente Norton de todo o circuito sem RL seja uma fonte de corrente é necessário que R_4//*Req*= ∞ , ou seja, R_4=*R*. Neste caso a corrente que flui sobre RL, de cima para baixo, é iqual a *I*.

2) Redesenhando o circuito com R_8 ao lado de R_7 podemos colocar o nó terra na parte de baixo do circuito e equacionar os nós A (entre R_{10}, I_4, R_{11} e F_1), B (entre R_{11}, B_1, F_1 e R_7) e C (entre R_6, F_2, R_9 e R_8). Equacionando os nós temos:

$$\text{Nó A: } \frac{v_A}{R_{10}}+I_4+\frac{(v_A-v_B)}{R_{11}}+I_{F1}=0$$

$$\text{Nó B: } \frac{(v_B-v_A)}{R_{11}}+\frac{(v_B-3\cdot Vy)}{R_{12}}-I_{F1}+\frac{(v_B-v_C)}{(R_7+R_8)}=0$$

$$\text{Nó C: } \frac{(v_C-v_B)}{(R_7+R_8)}+\frac{v_C}{R_9}-I_{F2}+\frac{(v_C-V_2)}{R_6}=0$$

$$\text{Eq. auxiliar para } I_{F1}\text{: } I_{F1}=-1{,}5\cdot\frac{v_A}{R_{10}}$$

$$\text{Eq. auxiliar para } Vy\text{: } Vy=v_B-v_C$$

$$\text{Eq. auxiliar para } I_{F2}\text{: } I_{F2}=\frac{V_2}{R_5}-I_{B2}=\frac{V_2}{R_5}-v_C$$

$$\text{Eq. auxiliar para } ir\text{: } ir=\frac{(v_b-v_C)}{R_7+R_8}$$

3) Simplificando o circuito observamos que: R_{13} e I_1 estão em curto. R_{14} está em paralelo com V_3. R_{18} está em paralelo com V_6, R_{20} e R_{21} estão em paralelo com V_7 que está em paralelo com o circuito

formado por R_{19}, I_2, I_3 e R_{22}. Assim, o circuito equivalente é formado por F_3, R_{17}, R_{15}, R_{16} e uma fonte de tensão equivalente $Veq=V_3-V_4+V_6+V_7=10+E$ com o negativo ligado em B. Devemos anotar $ix=V_7/R_{21.}$ e podemos transformar o circuito formado por F_3 e R_{17} no seu equivalente Thevenin (Fonte de valor $12\cdot E$ com positivo no ponto A e resistor de valor R_{17}).

Para circuito aberto: $V=V_{AB}=20=\frac{12\cdot E\cdot R_{16}}{(R_{15}+R_{16}+R_{17})}+(10+E)$.

Para curto circuito: $-I=-10=\frac{(-12\cdot E)-(10+E)}{R_{15}+R_{17}}+\frac{0-(10+E)}{R_{16}}$

Encontrar a equação da reta e o Thevenin correspondente.

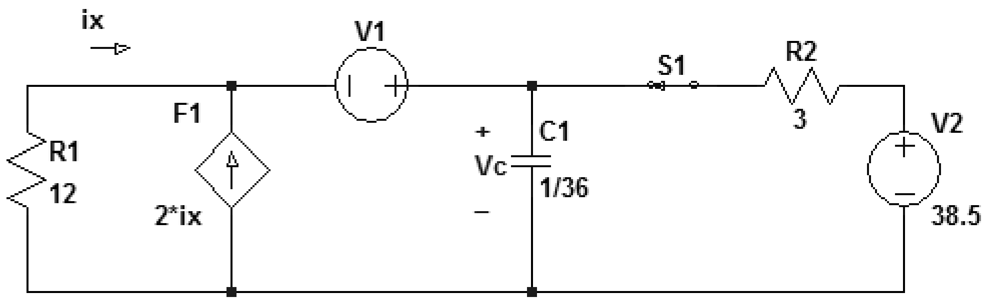
Circuitos Elétricos I – EEL420 11/06/2015

Nome:

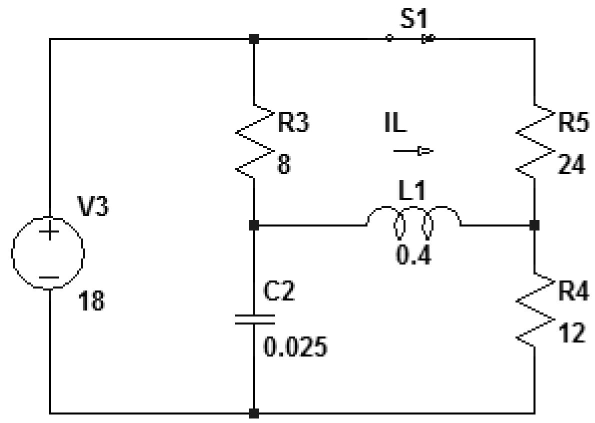
PARA ESTA PROVA OBEDEÇA AS SEGUINTES REGRAS

1) COLOQUE SEU NOME E NUMERE AS PÁGINAS DOS CADERNOS DE RESPOSTA (COMO UM CADERNO)
2) RESPONDA AS QUESTÕES EM ORDEM UTILIZANDO ATÉ 2 PÁGINAS POR QUESTÃO (NO MÁXIMO 3)
3) REDESENHE O CIRCUITO E INDIQUE AS CORRENTES E TENSÕES (NOMES E SENTIDOS)
3) ESCREVA AS EQUAÇÕES LITERAIS, E SÓ DEPOIS SUBSTITUA VALORES (NÃO É NECESSÁRIO ESPERAR A EQUAÇÃO FINAL PARA SUBSTITUIR VALORES).
4) SEJA ORGANIZADO. FAÇA A PROVA COM CAPRICHO!

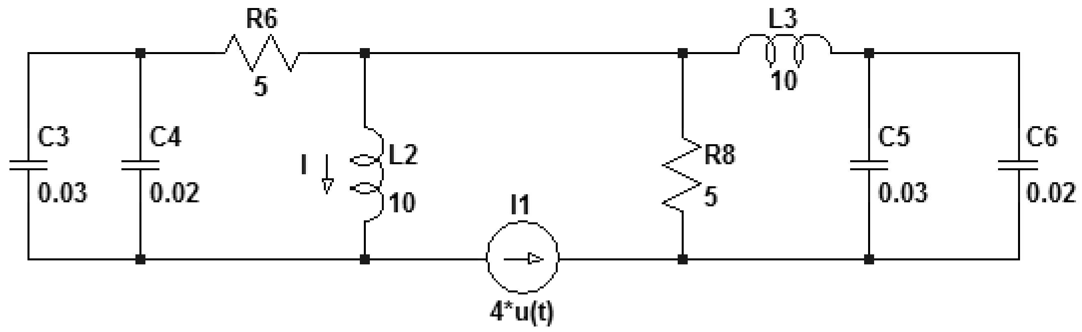
1) O circuito estava em regime permanente quando, em t=0, a chave S1 abre. Determine *Vc(t)* para *t>0*. Considere $V1=8\cdot e^{-5t}\cdot u(t)$.



2) O circuito está em regime permanente quanto, em t=0, a chave S1 abre. Determine *IL(t)* para t>0. Resolva equacionando as variáveis de estado.



3) O circuito abaixo está ligado a muito tempo. Calcule *I(t)* para t>0.



Solução

1) Fazendo o Thevenin de *R1* e *F1*, observamos que *ix* é a corrente que passa por *R1* quando a tensão sobre seus terminais é *v*. Quando a fonte *F1* esta sob a mesma tensão *v*, por ela passa *2ix*. Isto significa que a fonte *F1* é um resistor de valor 0,5·*R1*. Logo o equivalente Thevenin destes dois componentes é *Rx*=4Ω.

Para t<0

$$v_C(0)=\frac{V2\cdot Rx}{R2+Rx}$$

Para t>0

$$Rx\cdot C\cdot\frac{dv_C}{dt}+v_C=V1$$

$$\frac{dv_C}{dt}+\frac{1}{Rx\cdot C}\cdot v_C=\frac{1}{Rx\cdot C}\cdot V1 \quad (1)$$

$$v_C(t)=k1\cdot e^{-t/RxC}+k2\cdot e^{-5t} \quad (2)$$

Para determinar k1 e k2

$$v_C(0^-)=v_C(0^+)$$

da equação (1): $\frac{d\,k2\cdot e^{-5t}}{dt}+\frac{k2\cdot e^{-5t}}{Rx\cdot C}=\frac{1}{Rx\cdot C}\cdot 8\cdot e^{-5t}$

da equação (2): $v_C(0)=k1+k2$

2) Para t<0 (considerando positiva as correntes de cima para baixo e da esquerda para a direita)

$$i_L(0^-)=\frac{V3\cdot(R3//R5)}{(R3//R5)+R4}\cdot\frac{1}{R3}$$

$$v_C(0^-)=\frac{V3\cdot R4}{(R3//R5)+R4}\cdot R4$$

$$\frac{di_L(0^-)}{dt}=\frac{v_C(0)-i_L(0)\cdot R4}{L}$$

Para t>0

(1) $\frac{dv_C}{dt}=\frac{V3-v_C}{R3\cdot C}-\frac{i_L}{C}$ (equação do nó entre capacitor e indutor)

(2) $\frac{di_L}{dt}=\frac{v_C-i_L\cdot R4}{L}$

Isolando v_C na equação (2) e substituindo em (1).

$$L\cdot C\cdot\frac{d^2 i_L}{dt^2}+\left(C\cdot R4+\frac{L}{R3}\right)\cdot\frac{di_L}{dt}+\left(\frac{R4}{R3}+1\right)\cdot i_L=\frac{V3}{R3}$$

As raízes do polinômio característico são: $s_{1,2}=\{-25;-10\}$

$$i_L(t)=k1\cdot e^{-25t}+k2\cdot e^{-10t}+k3$$

$$i_L(0^-)=i_L(0^+)\ ,$$

$$\frac{di_L(0^-)}{dt}=\frac{di_L(0^+)}{dt}\ ,$$

$$i_L(\infty)=\frac{V3}{R3+R4}$$

Para determinar *k1*, *k2* e *k3*

$$i_L(0)=k1+k2+k3$$

$$\frac{di_L(0)}{dt}=-25\cdot k1-10\cdot k2$$

$$i_L(\infty)=k3$$

3) Resumidamente, por equações de estado

$$\frac{dv_C}{dt}=\frac{I1-i_L}{C}\quad(1)$$

$$\frac{di_L}{dt}=\frac{v_C-I1\cdot R-i_L\cdot R}{L}\qquad(2)$$

Isolando v_C na equação (2) e substituindo em (1)

$$C\cdot L\cdot\frac{d^2 i_L}{dt^2}+R\cdot C\cdot\frac{di_L}{dt}+i_L=I1+C\cdot R\cdot\frac{dI1}{dt}$$

As raízes do polinômio característico são: $s_{1,2}=\{-0{,}25\pm j\cdot 1{,}39\}$

$$i_L(t)=e^{-0{,}25t}\cdot[k1\cdot\cos(1{,}39\cdot t)+k2\cdot sen(1{,}39\cdot t)]+k3$$

Para determinar *k1*, *k2* e *k3*

$$i_L(0)=0$$

$$\frac{di_L(0)}{dt}=\frac{I1\cdot R6}{L}$$

$$i_L(\infty)=4$$

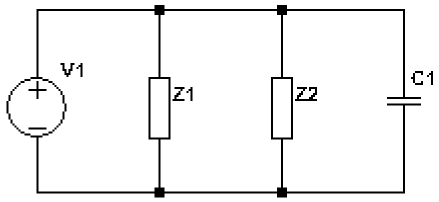
Circuitos Elétricos I – EEL420 02/07/2015

Nome:

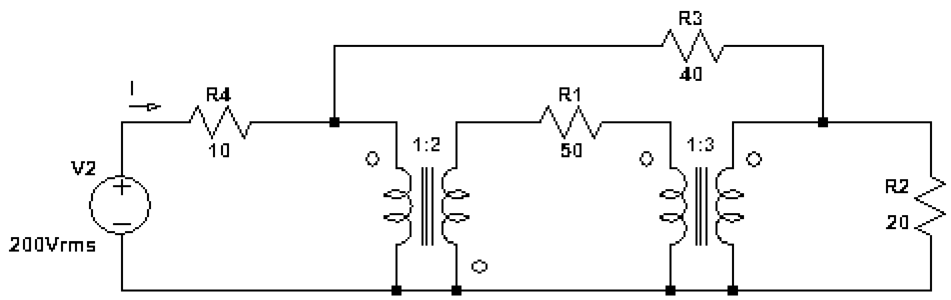
POR FAVOR

1) COLOQUE SEU NOME E NUMERE AS PÁGINAS DOS CADERNOS DE RESPOSTA (COMO UM CADERNO)
2) RESPONDA AS QUESTÕES EM ORDEM UTILIZANDO ATÉ 2 PÁGINAS POR QUESTÃO (NO MÁXIMO 3)
3) REDESENHE O CIRCUITO E INDIQUE AS CORRENTES E TENSÕES (NOMES E SENTIDOS)
4) ESCREVA AS EQUAÇÕES LITERAIS, E SÓ DEPOIS SUBSTITUA VALORES (NÃO É NECESSÁRIO ESPERAR A EQUAÇÃO FINAL PARA SUBSTITUIR VALORES).
5) NÃO EQUACIONE SISTEMAS COM MAIS DE TRÊS MALHAS OU NÓS.
6) NÃO É NECESSÁRIO RESOLVER SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

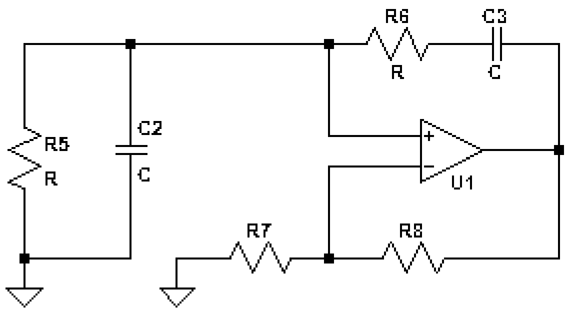
1) Sabendo que V1 tem 120 Vrms e oscila a 60 Hz, Z1 dissipa 360 W com fator de potência unitário e Z2 dissipa 1400 W com fator de potência 0,8 em atraso, calcule C1 para que o fator de potência do circuito seja unitário. Nesta condição, qual a potência média da fonte?



2) Determine a potência média em R2. V2 é senoidal com frequência de 60 Hz.



3) O circuito abaixo é chamado de ponte de Wien. Devido a realimentação positiva ele oscila quando as entradas do operacional são iguais. Determine possíveis valores de R e C para que o circuito oscile em 10 kHz. Determine possíveis valores de R7 e R8 para que o circuito oscile. A saída do circuito é a saída do operacional. Resolva usando Laplace.



Solução

1) Sabendo que $\bar{p} = Vrms \cdot Irms \cdot \cos(\measuredangle V - \measuredangle I)$

Z1 é puramente resistivo.

O módulo da corrente em Z2: $1400 = 120 \cdot Irms \cdot 0{,}8$, logo $I = 14{,}58\,A$

O ângulo de Z2 corresponde ao $arcos(0{,}8)$ com a corrente atrasada, ou seja, +36,87º

$I_{Z2rms} = 14{,}58 \measuredangle -36{,}87 = 11{,}664 + j8{,}748$

Para que a fonte enxergue uma carga resistiva a corrente no capacitor tem que cancelar a corrente reativa de Z2.

$I_{C1rms} = Vrms \cdot j \cdot \omega \cdot C$

$j \cdot 8{,}748 = 120 \cdot j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot C$

$C = 193\,\mu F$

2) No transformador da esquerda, enrolamento da esquerda a tensão vale *V1* e a corrente entrando no ponto vale *–2·I2*. No secundário a tensão vale *2·V1* e a corrente entrando no ponto vale *I2*. No transformador da direita, enrolamento da esquerda a tensão vale *V3* e a corrente entrando no ponto vale *I2*. No secundário a tensão vale *3·V3* e a corrente entrando no ponto vale *–I2/3*.

Nó entre R4, R3 e o transformador da esquerda:

$$\frac{V1 - Vs}{R4} + \frac{V1 - 3V3}{R3} + (-2 \cdot I2) = 0$$

Nó sobre o primário do transformador da direita

$$\frac{V3 - 2 \cdot V2}{R1} + I2 = 0$$

Nó entre R3, R2 e o secundário do transformador da direita

$$\frac{V3}{R2} + \frac{V3 - V1}{R3} + \left(-\frac{I2}{3}\right) = 0$$

Resolver o sistema de equações para V1, V3 e I2.

$$P_{R2} = \frac{(3 \cdot V3)^2}{R2}$$

3) Calculando as impedâncias equivalentes

$$Z1 = \frac{R5 \cdot \frac{1}{C2 \cdot S}}{R5 + \frac{1}{C2 \cdot S}} = \frac{R5}{R5 \cdot C2 \cdot S + 1}$$

$$Z2 = R6 + \frac{1}{C3 \cdot S} = \frac{R6 \cdot C3 \cdot S + 1}{C3 \cdot S}$$

e igualando as tensões nas entradas do operacional

$$\frac{vo \cdot R7}{R7 + R8} = \frac{vo \cdot Z1}{Z1 + Z2}$$

…

$$\frac{R7}{R7 + R8} = \frac{R \cdot C \cdot S}{(R \cdot C \cdot S)^2 + 3 \cdot R \cdot C \cdot S + 1}$$

$$R7 \cdot (R \cdot C \cdot S)^2 + 3 \cdot R \cdot C \cdot S + 1 = R7 + R8 \cdot R \cdot C \cdot S$$

igualando os termos em S

$$R7 + R8 = R7$$

igualando os termos S^2 e S^0 a zero

$$(R \cdot C)^2 \cdot S^2 + 1 = 0$$

$$S^2 = \frac{-1}{(R \cdot C)^2}$$

substituindo S por $j\omega$

$$\omega = \frac{1}{R \cdot C}$$

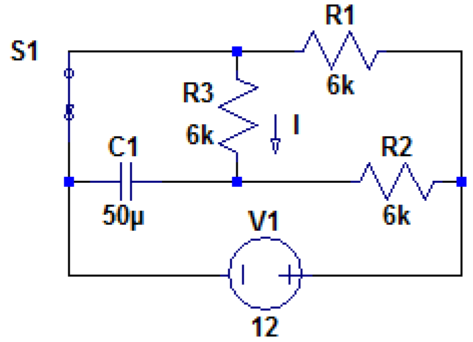
Circuitos Elétricos I – EEL420 09/07/2015
Nome:

POR FAVOR

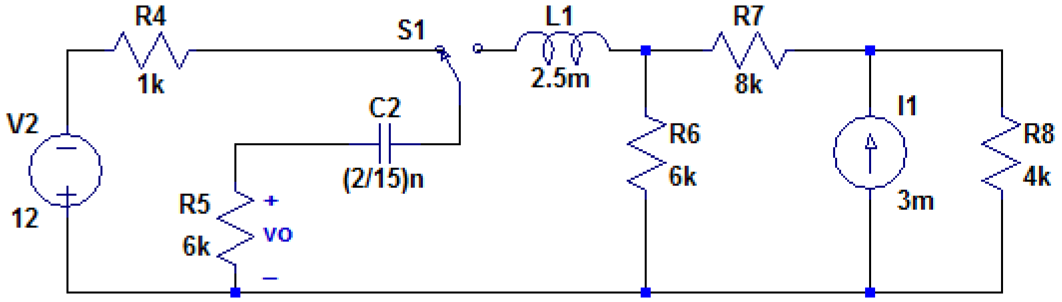
1) COLOQUE SEU NOME E NUMERE AS PÁGINAS DOS CADERNOS DE RESPOSTA (COMO UM CADERNO)
2) RESPONDA AS QUESTÕES EM ORDEM UTILIZANDO ATÉ 2 PÁGINAS POR QUESTÃO (NO MÁXIMO 3)
3) REDESENHE O CIRCUITO E INDIQUE AS CORRENTES E TENSÕES (NOMES E SENTIDOS)
4) ESCREVA AS EQUAÇÕES LITERAIS, E SÓ DEPOIS SUBSTITUA VALORES (NÃO É NECESSÁRIO ESPERAR A EQUAÇÃO FINAL PARA SUBSTITUIR VALORES).
5) NÃO EQUACIONE SISTEMAS COM MAIS DE TRÊS MALHAS OU NÓS.

Segunda chamada da P2: Questões 1, 2 e 3
Segunda chamada da P3: Questões 3, 4 e 5
PF: Das questões 2, 3, 4 e 5 escolher três. Resolver 1 pelo tempo, uma por fasores e 1 por Laplace.

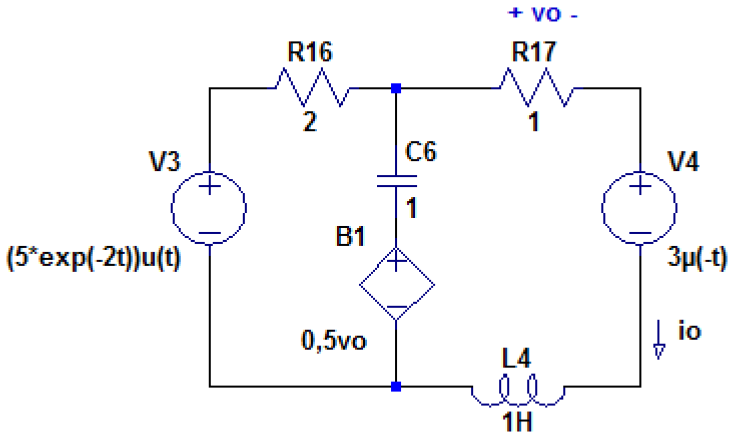
1) O circuito estava em regime permanente quando em t=0 S1 abre. Calcule I(t) para t>0.



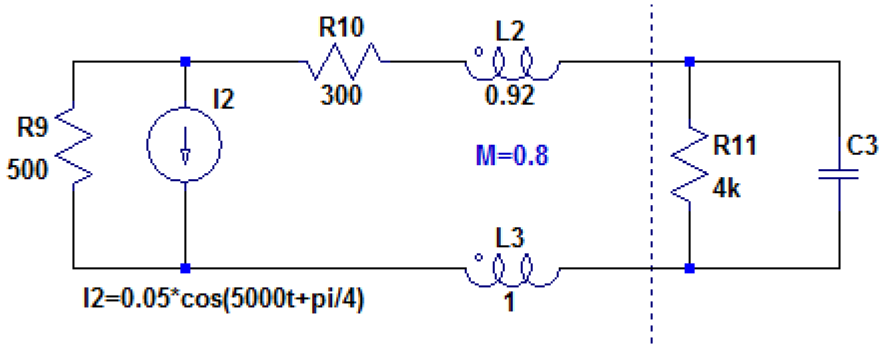
2) O circuito estava em regime permanente quando, em t=0, S1 troca de posição. Calcule vo(t) para t>0.



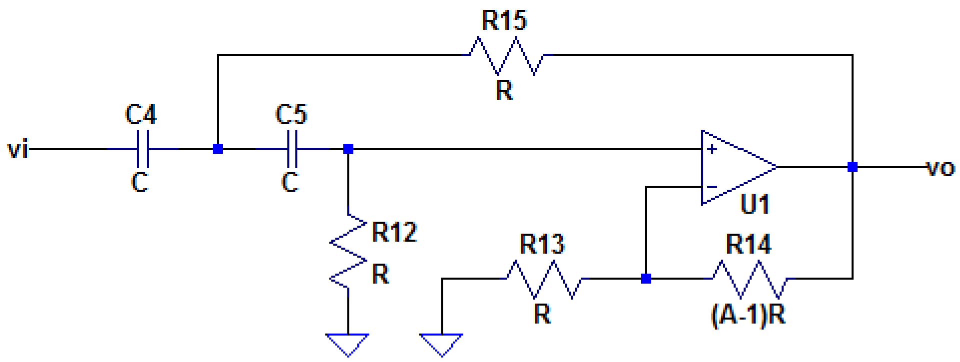
3) Calcule io(t) para t>0



4) Determine C3 para maximizar a potência absorvida por R11.



5) Mostre que vo(s)/vi(s) tem forma de filtro passa altas (ganho maior nas frequências altas).



Solução

1) Para t>0 a resistência vista pelo capacitor vale

$Req=R2//(R1+R3)=4\,k\Omega$

$\tau=Req\cdot C$

$I=k1+k2\cdot e^{-t/\tau}$

$v_C(0^+)=\frac{V1\cdot R3}{R2+R3}=6V$

$I(0^+)=\frac{V1-v_C(0^+)}{R1+R3}=0{,}5\,mA$

Para determinar k1 e k2

$I(0)=k1+k2$

$I(\infty)=k1$

2) Calculando o Thevenin de R6, R7, R8 e I1

$R_{TH}=(R7+R8)//R6=4\,k\Omega$

$V_{TH}=(I1\cdot R8)\cdot\frac{R6}{R6+R7+R8}=4V$

Para t>0 o circuito é um RLC série com resistência de 10kΩ

$L\cdot\frac{di_L}{dt}+R\cdot i_L+\frac{1}{C}\cdot\int i_L\,dt=V_{TH}$

$\frac{d^2 i_L}{dt^2}+\frac{R}{L}\cdot\frac{di_L}{dt}+\frac{1}{L\cdot C}\cdot i_L=\frac{1}{L}\cdot\frac{dV_{TH}}{dt}$

A equação característica é $s^2+4\cdot10^6\cdot s+3\cdot10^{12}=0$ cujas raízes são $s_{1,2}=\{-3\cdot10^6;-1\cdot10^6\}$

$vo=R5\cdot i_L$

$i_L=k1\cdot e^{-3\cdot10^6\cdot t}+k2\cdot e^{-1\cdot10^6\cdot t}+k3$

$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$

$\frac{di_L(0^+)}{dt}=\frac{V_{TH}-i_L(0^+)\cdot R_{TH}-v_C(0^+)}{L}$ e $v_C(0^+)=v_C(0^-)=-12V$ (mesmo sentido de vo)

$i_L(\infty)=0$

3) ANÁLISE PELO DOMÍNIO DO TEMPO:
Equacionando por variáveis de estado

$\frac{di_L}{dt}=\frac{0{,}5\cdot i_L\cdot R17+v_C-i_L\cdot R17-V4}{L}$

$\frac{dv_C}{dt}=\frac{\frac{V3-(0{,}5\cdot i_L\cdot R17+v_C)}{R16}-i_L}{C}$

substituindo valores

(1) $\frac{di_L}{dt} = -0{,}5 \cdot i_L + v_C - V4$

(2) $\frac{dv_C}{dt} = -1{,}25 \cdot i_L - 0{,}5 \cdot v_C + 0{,}5 \cdot V3$

isolando v_C em (1) e substituindo em (2)

$$\left(\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{0{,}5 \cdot di_l}{dt} + dV\frac{4}{dt} \right) + 1{,}25 \cdot i_L + \frac{0{,}5 \cdot di_L}{dt} + 0{,}25 \cdot i_L + 0{,}5 \cdot V4 - 0{,}5 \cdot V3 = 0$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{di_L}{dt} + 1{,}5 \cdot i_L = -0{,}5 \cdot V4 - dV\frac{4}{dt} + 0{,}5 \cdot V3$$

As raízes da equação característica são: $s_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$$i_L = i_o = e^{-t/2} \cdot \left[k1 \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot t \right) + k2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot t \right) \right] + k3$$

Para calcular k1, k2 e k3

$$i_l(0^+) = (0^-) = \frac{-V4}{R17 + R16}$$

$$\frac{di_L(0^+)}{dt} = -0{,}5 \cdot i_L(0^+) + v_C(0^+) - 0 \text{ e } v_C(0^+) = v_C(0^-) = \frac{V4 \cdot R16}{R16 + R17} - 0{,}5 \cdot R17 \cdot i_L(0^+)$$

ANÁLISE POR LAPLACE

Condições iniciais do capacitor e do indutor (calculadas apenas com a fonte V4, capacitor em aberto e indutor como curto circuito)

$$VC(0) = \frac{V4 \cdot R16}{R16 + R17} - 0{,}5 \cdot \left(-R17 \cdot \frac{V4}{R16 + R17} \right)$$ (positivo para cima)

$$IL(0) = \frac{-V4}{R16 + R17}$$ (da direita para a esquerda)

As condições iniciais são adicionadas ao circuito como fonte de tensão em série com o capacitor e fonte de corrente em paralelo com o indutor. Estas duas fontes são degraus.

Para t>0

$$V3(S) = \frac{5}{S+2},\ V4(S) = 0,\ XL4(S) = L4 \cdot S,\ XC6(S) = \frac{1}{C6 \cdot S},$$

$$VB1(S) = 0{,}5 \cdot Vo(S) = 0{,}5 \cdot I_O(S) \cdot R17,\ VC_0(S) = \frac{VC(0)}{S},\ IL_0(S) = \frac{IL(0)}{S}$$

Malha da esquerda:

$$-V3(S) + I1 \cdot R16 + (I1 - I_O) \cdot XC6(S) + VC_0(S) + VB1(S) = 0$$

Malha da direita:

$$-VB1(S) - VC_0(S) + (I_O - I1) \cdot XC6(S) + I_O \cdot R17 + [I_O - IL_0(S)] \cdot XL4(S) = 0$$

Resolver o sistema e com um pouco de paciência calcular a antitransformada usando frações parciais.

4) Transformando *I2* e *R9* no seu equivalente Thevenin e associando os componentes em série:

$\omega = 5000\, rad/s$

$Zeq = Req + j \cdot XLeq$

$Req = R9 + R10 = 800\,\Omega$

$XLeq = j \cdot \omega \cdot L2 + j \cdot \omega \cdot L3 - j \cdot 2 \cdot \omega \cdot M = j1600\,\Omega$

$Z1 = R11 // XC3$

$$Z1 = \frac{R}{j \cdot R \cdot C \cdot \omega + 1} \cdot \frac{1 - j \cdot R \cdot C \cdot \omega}{1 - j \cdot R \cdot C \cdot \omega}$$

$Z1 = Zeq^*$

Como $800 = \dfrac{R}{(R \cdot C \cdot \omega)^2 + 1}$ e $1600 = \dfrac{R^2 \cdot C \cdot \omega}{(R \cdot C \cdot \omega)^2 + 1}$

$$\frac{2 \cdot R}{(R \cdot C \cdot \omega)^2 + 1} = \frac{R^2 \cdot C \cdot \omega}{(R \cdot C \cdot \omega)^2 + 1}$$

$$C = \frac{2 \cdot R}{R^2 \cdot \omega} = 10^{-7} F$$

5) Nó da entrada negativa:

(1) $v^- = \dfrac{vo \cdot R}{R + (A-1) \cdot R} = \dfrac{vo}{A}$

Nó da entrada positiva:

$$v^+ = v^- = \frac{vo}{A}$$

(2) $\dfrac{vo}{A \cdot R} + C \cdot S \cdot \left(\dfrac{vo}{A} - VA \right) = 0$

Nó VA (entre C4, C5 e R15)

(3) $C \cdot S \cdot (VA - vi) + C \cdot S \cdot \left(VA - \dfrac{vo}{A} \right) + \dfrac{1}{R} \cdot (VA - vo) = 0$

com um pouco de paciência

$$\frac{vo}{vi} = \frac{K \cdot S^2}{S^2 + \frac{\omega}{Q} \cdot S + \omega^2}$$